



Vitesses et perméabilité des roches: modélisation du rôle des fluides et des fissures.

Mickaële Le Ravalec

► To cite this version:

Mickaële Le Ravalec. Vitesses et perméabilité des roches: modélisation du rôle des fluides et des fissures.. Sciences de la Terre. Université Rennes 1, 1995. Français. NNT : . tel-00655948

HAL Id: tel-00655948

<https://theses.hal.science/tel-00655948>

Submitted on 3 Jan 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

M. LE RAVALEC

ISSN 1240-1498

ISBN 2-905532-66-1

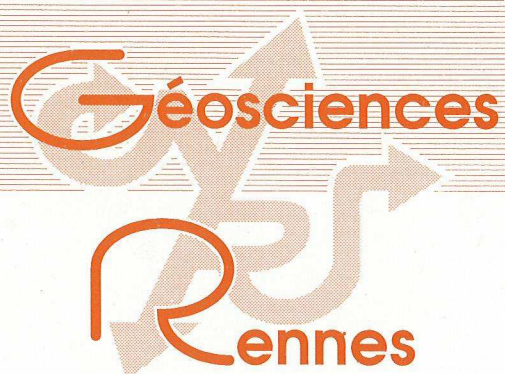
vitesse et perméabilité des roches

MODELISATION DU ROLE
DES
FLUIDES ET DES FISSURES

MEMOIRES

1996

n° 67



MEMOIRES DE GEOSCIENCES - RENNES

n° 67

Mickaële LE RAVALEC

**VITESSES ET PERMEABILITE DES ROCHES :
MODELISATION DU ROLE DES
FLUIDES ET DES FISSURES**

**Thèse de Doctorat de l'Université de Rennes I
soutenue le 29 Novembre 1995**

**Géosciences - Rennes
UPR-CNRS n°4661
Université de Rennes I
Campus de Beaulieu
F - 35042 - RENNES Cédex
(France)**

1995

ISSN : 1240-1498

ISBN : 2-905532-66-1

1995

**GEOSCIENCES-RENNES
UPR-CNRS n°4661
Université de Rennes I - Campus de Beaulieu
F-35042-RENNES Cédex (France)**

Mickaële LE RAVALEC

**Vitesses et perméabilité des roches : modélisation du rôle des
fluides et des fissures.**

Mémoires de Géosciences Rennes, n° 67, 276 p.

Les tremblements de terre peuvent être produits par du vent enfermé dans la terre, lequel environne les petites masses de cette dernière et leur imprime un mouvement continu – ce qui provoque la secousse sismique.

Et ce vent est entré du dehors dans la terre, ou bien il provient de ce que l'air enfermé dans les cavernes souterraines a été transformé en vent par l'agitation qu'on causée en lui, en s'affaissant, les parties de terre qui soutiennent la surface.

Epicure, Lettre à Pythoclès.

A l'heure où la rédaction de ce mémoire touche à sa fin, je tiens à exprimer mes sincères remerciements à Yves Guéguen à qui ce travail doit beaucoup.

Je souhaite également remercier Yves Bernabé, Pascal Bernard, Maurice Boutéca, Tamaz Chelidze, Dominique Gibert et Christian Willaime pour l'attention qu'ils ont prêtée à ce travail en participant au jury.

Cette thèse s'est déroulée dans deux laboratoires: celui de Physique des Matériaux à l'Ecole et Observatoire de Physique du Globe de Strasbourg et celui de Géophysique à l'Institut de Géosciences de Rennes. Je remercie leurs différents membres pour leur accueil et leur aide.

Je pense aussi à tous ceux qui ont su égayer ces trois dernières années.

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION	1
PROPRIETES ELASTIQUES	5
CHAPITRE I VITESSES DES ONDES DE PROPAGATION DANS LES ROCHES POREUSES	7
I INTRODUCTION	7
II PARAMETRES CONTROLANT LES VITESSES DE PROPAGATION	8
1 Influence de la lithologie	8
2 Influence de la porosité et de la géométrie des pores	8
3 Influence de la saturation en fluide	9
4 Influence de la pression	10
5 Influence de la température	10
6 Influence de la fréquence	10
III QUELQUES GENERALITES A PROPOS DES PROPRIETES ELASTIQUES	12
1 Modules effectifs	12
2 Modules drainés et non drainés	12
3 Définition de bornes	13
a Moyenne de Voigt	13
b Moyenne de Reuss	13
c Bornes de Hashin-Shtrickman	13
4 Equations de Gassmann	14
5 Equations de Brown et Korringa	15
IV MECANISMES DE DISPERSION	16
1 Mécanisme de Biot	16
2 Mécanisme de l'écoulement local	19
3 Mécanisme de l'écoulement de poche	20
V CONCLUSION	22
CHAPITRE II THEORIE DES MILIEUX EFFECTIFS	25
I INTRODUCTION	25
II MODELISATIONS SYMETRIQUES ET ASYMETRIQUES	27
1 Méthodes symétriques	28
2 Méthodes asymétriques	29
III THEORIE DE LA PERTURBATION AU PREMIER ORDRE	30
1 Méthode de l'inclusion équivalente	30
a Problème de l'inclusion	30
b Problème de l'inhomogénéité	31
c Formulation	31

2	Théorie d'Eshelby	32
3	Milieux isotropes et anisotropes	35
4	Expressions dérivées	36
5	Comparaison avec la théorie de Biot-Gassmann	38
IV	THEORIE AUTO-COHERENTE	40
V	THEORIE DIFFERENTIELLE AUTO-COHERENTE	44
1	Principes et méthodologie	44
2	Estimation de la porosité	45
3	Expressions dérivées	46
4	Comparaison avec la théorie de Biot-Gassmann	47
5	Avantages et limites	50
a	Avantages	50
b	Limites	51
6	Comparaison entre les différentes théories	54
VI	MODELISATION DYNAMIQUE	56
VII	CONCLUSION	57
CHAPITRE III DISPERSION DANS LES ROCHES FISSUREES		59
I	INTRODUCTION	59
II	PROPRIETES ELASTIQUES DES MILIEUX FISSURES	60
1	Modélisation	60
2	Influence de la densité de fissures	63
3	Influence de la géométrie des hétérogénéités	63
4	Influence de la nature du fluide	64
5	Combinaison pores/fissures	65
6	Comparaison avec des données expérimentales	67
a	Inclusions sphériques	67
b	Inclusions ellipsoïdales - Symétrie isotrope transverse	68
c	Distribution isotrope de pores/fissures	69
7	Sensibilité vis à vis des paramètres microstructuraux	72
a	Problématique	72
b	Description de la procédure: paradigme bayésien	72
III	DISPERSION DANS LES ROCHES FISSUREES ET SATUREES	76
1	Comparaison des vitesses mesurées en laboratoire et de la théorie de Biot-Gassmann	76
2	Distribution des pressions de fluide	78
3	Modélisation de la dispersion	81
4	Modèle de Mavko et Jizba (1991)	83
IV	CONCLUSION	86
V	ANNEXE 1: High and low frequency elastic moduli for a saturated porous/cracked rock (Differential self-consistent and poroelastic theories)	87
VI	ANNEXE 2: Theoretical Seismic Wave Velocities and "Squirt" Dispersion in Anisotropic Cracked Rocks	115

CHAPITRE IV APPLICATIONS GEOPHYSIQUES	135
I INTRODUCTION	135
II VITESSES DES ONDES ELASTIQUES EN LABORATOIRE DANS DES ROCHES PARTIELLEMENT SATUREES	136
1 Introduction	136
2 Distribution du fluide	136
a Imbibition/drainage	137
b Forces capillaires	138
c Mécanismes de dispersion des vitesses impliqués	139
3 Principes de la modélisation	139
a Non relaxation à l'échelle des poches et à l'échelle des pores/fissures	139
b Paramètres caractérisant la distribution du fluide	141
c Résultats	142
4 Conclusion	143
III ANOMALIES DE VITESSE PRECEDANT LES SEISMES	145
1 Introduction: 2 paramètres clés, la densité de fissures et la saturation	145
2 Modèles de dilatance-diffusion	146
3 Modélisation des anomalies de vitesses	148
a Un modèle haute fréquence: O'CONNELL et BUDIANSKY (1974)	148
b Modélisation basse fréquence et critique du modèle de O'CONNELL et BUDIANSKY (1977)	148
c Hétérogénéités de saturation et problèmes d'échelles	150
d Principes de la modélisation	150
e Résultats	152
4 Conclusion	152
IV ANNEXE 1: Elastic wave velocities in partially saturated rocks: Saturation hysteresis	155
V ANNEXE 2: The magnitude of velocity anomalies prior to earthquakes	171

PROPRIETES DE TRANSPORT 185

CHAPITRE V PERMEABILITE ET DEFORMATION THERMIQUE DES ROCHES FISSUREES	187
I INTRODUCTION	187
II FISSURATION A SEC	189
1 Déformation des pores/fissures	189
2 Evolution de la porosité et des propriétés de transport	190
3 Modèle de Fredrich et Wong (1986)	190

III	INFLUENCE DU FLUIDE	192
1	Domaine des déformations réversibles: thermoporoélasticité	192
a	Relations constitutives et conditions aux limites	192
b	Variation de la porosité	196
c	Déformation des fissures	196
d	Paramètres microstructuraux	197
2	Déformation irréversible: propagation de fissures	198
a	Température critique	198
b	Perméabilité	199
IV	CONCLUSION	200
V	ANNEXE 1: Characteristic scales for rock permeability	203
VI	ANNEXE 2: Transport properties and microstructural characteristics of a thermally cracked mylonite	219
VII	ANNEXE 3: Permeability models for heated saturated igneous rocks	237

CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES 249

ANNEXE A: Modules élastiques	253
ANNEXE B: Fréquences caractéristiques	255
ANNEXE C: Tenseur d'Eshelby	258
ANNEXE D: Energie d'interaction d'une inhomogénéité	263
ANNEXE E: Vitesses des ondes de propagation	266
REFERENCES	269

INTRODUCTION GENERALE

Au 4^{ème} siècle avant J.C., Epicure recense, dans une liste ouverte, différentes causes susceptibles d'expliquer les tremblements de terre. L'une d'entre elles, rappelée en exergue, accorde un rôle prépondérant aux "cavernes" qu'abritent les couches terrestres et à la "circulation de vent" dans cet espace. De nos jours, bien que l'intérêt suscité par les séismes soit demeuré entier, ce sont davantage des enjeux économiques qui ont contribué à l'étude du rôle de la "porosité" et de la "circulation des fluides" dans les roches crustales. La porosité, définie comme le rapport du volume de vide sur le volume total de la roche, constitue un espace privilégié où les fluides s'accumulent et s'écoulent. Ces deux caractéristiques s'avèrent fondamentales pour plusieurs applications géophysiques du domaine de la subsurface et des réservoirs, dont la reconnaissance et l'exploitation de réservoirs de pétrole et d'aquifères, l'exploitation de l'énergie géothermique ou encore le stockage des déchets toxiques. Jusqu'à présent, la sismique a largement contribué à l'auscultation du sous-sol. Elle apporte des informations concernant des hétérogénéités de grande taille (couches). Toutefois, l'identification des roches constitutives de ces couches s'avère être un exercice difficile. Elle fait intervenir des hétérogénéités de taille beaucoup plus réduite et de géométrie complexe qui forment la porosité. On distingue deux familles parmi ces hétérogénéités: la porosité dite rigide, relativement indépendante de la pression et comprenant des pores équants, et la porosité dite compressible, très sensible à la pression et regroupant des fissures. Ces petites hétérogénéités produisent de grands effets: à cause d'elles, les propriétés élastiques des roches sont différentes de celles des minéraux. Une conclusion analogue en découle pour les vitesses. En outre, l'introduction de fluide dans l'espace poreux a pour conséquence une dépendance en fréquence des vitesses. Or, la fréquence est représentative d'une échelle de mesure. L'information contenue dans les vitesses témoigne donc aussi de la microstructure et de la saturation en fluide de la roche traversée. L'un des objectifs poursuivis en géophysique est d'extraire cette information du signal sismique. Deux difficultés s'y opposent: la complexité géométrique de l'espace poreux et la dispersion. En général, on se limite à une description simplifiée de la géométrie en tentant d'en faire ressortir les caractéristiques principales. En ce qui concerne la dispersion, elle provient de ce que le comportement du fluide est contrôlé par la fréquence. Pour les basses fréquences –mises en oeuvre pour mesurer les vitesses sur le terrain (Hz–kHz)– le fluide est relaxé. Pour des fréquences supérieures –de l'ordre de celles utilisées pour mesurer les vitesses en laboratoire (MHz)– le fluide est non relaxé. Cette dualité est à la base de mécanismes de dispersion des vitesses. Ces remarques ont motivé de très nombreux travaux sur les relations existant entre la microstructure, la saturation et les propriétés élastiques des roches ou les vitesses des ondes se

propageant dans les roches. Les résultats obtenus ne conduisent encore qu'à une vision incomplète et ne permettent pas une interprétation unique des données de vitesse en termes de porosité et de saturation en fluide. C'est dans ce cadre que s'inscrit le travail présenté dans ce mémoire. Bien qu'il n'apporte pas non plus de conclusion définitive aux questions posées, il tente d'améliorer notre compréhension du problème direct.

Nous examinons ici plus spécifiquement les roches fissurées. En effet, les fissures, malgré leur faible proportion volumique, jouent un rôle déterminant. D'une part, étant donnée leur grande compressibilité, elles affectent fortement la rigidité de la roche. D'autre part, elles constituent un élément essentiel du réseau poreux en participant à sa connectivité. Cette étude est essentiellement un effort de modélisation qui s'articule autour de deux pôles. Au cours des quatre premiers chapitres, nous examinons l'influence des fissures et du fluide sur les propriétés élastiques de la roche. Le dernier chapitre est consacré aux propriétés de transport, en particulier la perméabilité. Notons que seuls des mécanismes physiques sont analysés. Une étude plus complète imposerait de considérer aussi des mécanismes chimiques.

Afin d'illustrer notre propos, nous rappelons dans le premier chapitre quelques résultats expérimentaux soulignant l'influence de plusieurs facteurs sur la propagation des ondes dans les roches. A ce stade, nous introduisons les premiers modèles de calcul des propriétés élastiques effectives de milieux polyphasés. Ces modèles, ignorant la géométrie des phases en présence, se révèlent d'autant plus inadaptés que les propriétés élastiques des divers composants sont différentes. Or, cette situation est fréquente pour les roches où l'espace poreux est assimilé à une phase. Les propriétés élastiques de ce dernier, *i.e.*, celles du vide ou du fluide saturant, se distinguent nettement des propriétés élastiques de la matrice solide qui forme le squelette de la roche. Une dernière section traite des différents comportements du fluide selon la fréquence et des mécanismes de dispersion de vitesse associés.

Le deuxième chapitre est consacré à la théorie des milieux effectifs. Cette théorie s'appuie sur une représentation simplifiée de l'espace poreux: la porosité est décrite par un ensemble d'inclusions de forme donnée, généralement des sphères ou des ellipsoïdes. Nous nous attachons à la présentation des trois veines relevant de la théorie des milieux effectifs, à savoir la théorie de la perturbation au premier ordre, la théorie auto-cohérente et la théorie différentielle auto-cohérente. La première conduit au calcul des propriétés élastiques d'un milieu ne comprenant qu'une faible proportion volumique d'inclusions. Les deux autres ont été élaborées afin de s'affranchir de cette contrainte. Cependant, lorsque le milieu devient très hétérogène, l'approche de type milieu effectif n'est plus appropriée. Il s'ensuit que les théories auto-cohérente et différentielle auto-cohérente ne permettent de prédire les propriétés élastiques effectives au delà des seuils de percolation mécaniques. A partir de la théorie d'ESHELBY (1957) et du schéma différentiel auto-cohérent, nous construisons un modèle pour déterminer les modules élastiques d'un milieu contenant des distributions isotropes ou anisotropes de pores/fissures. Nous exposons les raisons de notre choix pour le traitement différentiel auto-cohérent et prêtons une attention particulière au rôle du fluide.

Le troisième chapitre s'appuie sur le schéma différentiel auto-cohérent et tire avantage de son principe itératif pour décrire les propriétés élastiques de roches dont la porosité est assurée à la fois par des inclusions rigides (pores) et des inclusions compressibles (fissures). Nous pouvons ainsi calculer théoriquement la dispersion de vitesse induite par la saturation en fluide. Les seules hétérogénéités considérées sont les pores et les fissures. Dans cette optique, le modèle différentiel auto-cohérent et la théorie de Biot-Gassmann sont réunis. Nous en déduisons la dispersion de vitesse générée par les variations locales de la compressibilité de l'espace poreux.

Le concept d'hétérogénéité s'avère essentiel pour analyser le comportement des roches. Cependant, dans le cas des vitesses (pour des fréquences suffisamment faibles afin d'éviter les réflexions), il ne faut pas oublier que le fluide contrôle la dépendance en fréquence. Or, la fréquence est associée à la notion d'échelle, et la notion d'échelle au concept d'hétérogénéité. Il s'agit donc, et

c'est l'objet du quatrième chapitre, de mettre en évidence des tailles caractéristiques d'hétérogénéités et d'en modéliser l'influence sur les vitesses. Nous considérons des saturations diphasiques, de sorte que deux échelles particulières s'affirment: une première, fonction des pores/fissures (hétérogénéité de la microstructure), et une seconde, dépendant de la distribution du fluide dans l'espace poreux (hétérogénéité de saturation).

Un dernier volet de ce mémoire, motivé par les recherches entreprises sur le stockage des déchets nucléaires, concerne la fissuration thermique dans les roches ignées et les variations de perméabilité qui en découlent. L'objectif est d'estimer la réponse en perméabilité de granites soumis à une élévation de température. Deux processus de fissuration sont examinés. Le premier dépend de la dilatation thermique des minéraux et est abordé d'un point de vue expérimental. Le second est contrôlé par la saturation en fluide et la compressibilité des fissures. A partir d'un travail de modélisation, nous tentons de prévoir l'évolution de la perméabilité et nous montrons dans ce cas comment les deux types de pores (pores équants et fissures) déterminent le comportement de la perméabilité matricielle.

PROPRIETES ELASTIQUES

CHAPITRE I

VITESSES DES ONDES DE PROPAGATION DANS LES ROCHES POREUSES

I. INTRODUCTION

Le rôle de l'espace poreux à l'intérieur des roches de la croûte terrestre est primordial. L'espace poreux est constitué d'un ensemble de cavités de formes variées et variables que l'on classe suivant des critères géométriques simples (*e.g.*, GERAUD, 1991). On distingue les pores équants des cavités aplaties dont l'ouverture est petite en regard de la longueur. Dans ce second groupe, on recense, suivant l'échelle d'observation, des failles, des fractures, des joints, des fissures...

On caractérise le rôle de l'espace poreux au travers de deux propriétés essentielles. Tout d'abord, l'espace poreux fournit un *site de stockage* naturel pour la plupart des ressources en énergie et en fluide accessible à l'homme: pétrole, gaz, eau souterraine... D'autre part, la connexion entre les différentes cavités poreuses est à l'origine de la circulation des fluides dans les roches. Cette seconde propriété, définie à partir de la *perméabilité*, rend possible l'exploitation par l'homme des fluides stockés dans la croûte.

De nombreux domaines de recherche géophysiques et géologiques (exploration et exploitation du sous-sol, étude de la croûte) se trouvent presque invariablement confrontés à la nécessité de déterminer des paramètres tels que la porosité, le degré de fissuration ou de fracturation, la pression de fluide dans différentes parties de la croûte. Afin d'apporter des données supplémentaires, des études se sont concentrées sur l'influence des propriétés de la roche et du fluide sur les mesures géophysiques et pétrophysiques. L'un des thèmes de la physique des roches est ainsi consacré à l'analyse des effets de la lithologie, de la géométrie de l'espace poreux, de la fissuration, des fluides sur la vitesse des ondes acoustiques se propageant dans les roches.

On considère un milieu homogène, isotrope et élastique. La vitesse des ondes de propagation planes de type compressif (ondes P) ou cisailant (ondes S) est définie à partir des propriétés élastiques de la roche traversée:

$$V_P = \sqrt{\frac{K + \frac{4}{3}\mu}{\rho}} \quad V_S = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}. \quad (I.1)$$

où V_P est la vitesse de l'onde P, V_S la vitesse de l'onde S, K est le module d'incompressibilité de la roche, μ son module de cisaillement et ρ sa masse volumique.

II. PARAMETRES CONTROLANT LES VITESSES DE PROPAGATION

1. Influence de la lithologie

La lithologie est l'un des paramètres qui contrôlent les valeurs des vitesses V_P et V_S . Le squelette ou matrice solide de la roche est formé d'un assemblage de minéraux. Or, chaque type de minéral a des propriétés élastiques propres. Dans le tableau I.1, on rapporte des données de vitesse et de masse volumique pour des minéraux communs et quelques autres plus rares (SIMMONS et WANG, 1971; ANDERSON et SUMINO, 1984). On observe des différences non négligeables entre les vitesses de propagation dans les minéraux majeurs (quartz, calcite, dolomite) et celles dans les minéraux trace (pyrite, sidérite, grenat). Néanmoins, lorsque l'on considère l'effet global de la matrice solide pour différentes roches, les variations de vitesse s'atténuent. En réalité, les différences de vitesse pour des roches distinctes dépendent davantage des variations de la porosité et de ses propriétés géométriques que des variations des propriétés élastiques des matrices solides.

Tableau I.1: Vitesses et masses volumiques de quelques minéraux communs et traces (d'après SIMMONS et WANG, 1971; ANDERSON ET SUMINO, 1984).

Minéral	V_P (m/s)	V_S (m/s)	ρ (kg/m ³)	V_P/V_S
Sel	4590	2660	2160	1.72
Anhydrite	5630	3110	3000	1.81
Feldspaths:				
-K	5590	3060	2560	1.81
-Na	5940	3270	2620	1.82
-Ca	7050	3730	2730	1.89
Quartz	6060	4110	2650	1.47
Calcite	6650	3450	2710	1.93
Dolomite	7370	3990	2870	1.85
Sidérite	6960	3580	3960	1.94
Pyrite	8420	5440	5020	1.54
Grenat	8460	4740	4230	1.78

2. Influence de la porosité et de la géométrie des pores

On assimile les roches poreuses à des milieux hétérogènes ou composites. Par souci de simplification, on suppose que la roche comprend deux phases: la matrice solide et l'espace poreux, vide ou saturé. Dans le cas des roches saturées, WYLLIE *et al.* (1956) ont proposé, suivant l'approche développée par HUGHES et JONES (1950) pour des roches ignées, de calculer la vitesse de propagation de l'onde P à partir de l'équation de la moyenne temporelle:

$$\frac{1}{V_P} = \frac{\phi}{V_P^f} + \frac{1-\phi}{V_P^s} \quad (I.2)$$

où ϕ est la porosité, V_P^f and V_P^s sont les vitesses de propagation de l'onde P respectivement dans le fluide et la matrice solide. Ce résultat est obtenu à partir d'un modèle de milieux effectifs: le milieu

est représenté par des couches alternées de solide et de fluide. L'équation de la moyenne temporelle fournit, dans le cas des roches sédimentaires, des valeurs de porosité satisfaisantes. Sa simplicité fait qu'elle est largement utilisée pour l'interprétation des logs soniques.

Cependant, ce modèle ne rend pas compte de la complexité géométrique de l'espace poreux. Une des caractéristiques les plus remarquables des vitesses acoustiques est leur très grande sensibilité à la présence de pores très aplatis ou fissures. Au contraire, elles restent quasiment insensibles aux pores équidimensionnels. YALE (1985) a montré que, par exemple, pour le grès St Peter, l'erreur entre les données expérimentales et les vitesses calculées à partir de l'équation de la moyenne temporelle est de 5 à 13 %, suivant la porosité des échantillons analysés. Cette différence s'accroît encore dans le cas des roches fissurées. WANG *et al.* (1991) comparent les vitesses déduites de l'équation de la moyenne temporelle de WYLLIE *et al.* (1956) avec les vitesses mesurées sur de nombreux échantillons (41 calcaires et 34 dolomites) et font apparaître des différences de l'ordre de 3 à 15 %, atteignant même parfois 31 %.

3. Influence de la saturation en fluide

Des variations significatives peuvent apparaître au niveau des vitesses suivant le contenu en fluide de l'espace poreux. En effet, lors du passage de l'onde, la roche supporte une charge élastique. Plus le module d'incompressibilité du fluide est grand (*e.g.*, $K_{eau}=2.2$ GPa, $K_{huile}=0.2-2.2$ GPa), plus le milieu est rigide. La vitesse de l'onde P est donc d'autant plus élevée (Tableau I.2).

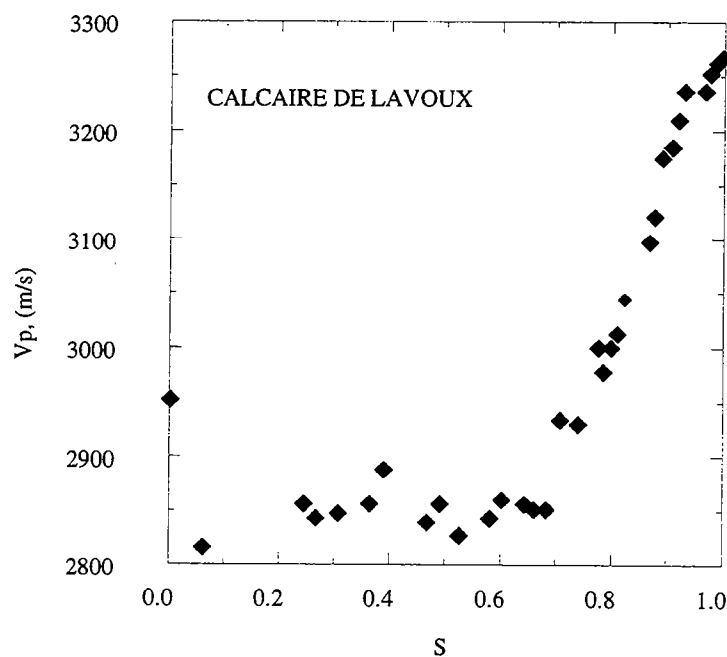


Figure I.1: Vitesse de l'onde P en fonction de la saturation en eau S pour le calcaire de Lavoux (d'après CADORET, 1993).

En outre, dans des systèmes plus complexes (*e.g.*, mélange eau/air ou eau/huile), le degré de saturation de la roche affecte les vitesses de propagation. La Figure I.1 illustre l'évolution de la vitesse de l'onde P, mesurée à haute fréquence, sur un échantillon de calcaire de Lavoux, en fonction de la saturation en eau (CADORET, 1993). La saturation en eau contribue à augmenter à la fois la rigidité de la roche et sa masse volumique. Le comportement des vitesses en fonction de la saturation dépend donc du poids relatif de chacun de ces facteurs.

Tableau I.2: Vitesses ultrasoniques pour différents fluides saturant l'espace poreux dans des échantillons de grès Boise (d'après GREGORY, 1976).

Fluide	V_P , (m/s)	V_S , (m/s)
air	3079	1994
eau	3393	1955
huile	3268	1930

4. Influence de la pression

On rappelle à présent les comportements observés pour les vitesses en fonction de la pression effective. Cette pression est à peu près égale à la différence entre la pression de confinement et la pression de pore (GUEGUEN et PALCIAUSKAS, 1994). De nombreuses mesures en laboratoire ont souligné une augmentation systématique de la vitesse avec la pression effective. Cette augmentation est contrôlée par la microstructure de la roche. Ainsi, pour le calcaire de Solenhofen, on note que la vitesse de l'onde P s'accroît très légèrement avec la pression effective, alors qu'elle passe de 4000 m/s à 6000 m/s pour le granite de Westerly (BOURBIE *et al.*, 1986). Or, la porosité du calcaire de Solenhofen est essentiellement constituée de cavités arrondies, tandis que celle du granite en question est plutôt de type fissurale. En fait, les pores sphériques sont quasiment insensibles à la pression. Au contraire, les fissures se déforment beaucoup plus facilement: elles s'aplatissent lorsqu'elles sont soumises à une augmentation de la pression effective (DOYEN, 1987).

5. Influence de la température

L'augmentation de température s'accompagne en général d'une décroissance des vitesses des ondes P et S. Cependant, cette variation reste modérée. Pour des roches de faible porosité, comme des granites et des gabbros, la diminution moyenne de vitesse vaut environ 5% lorsque la température s'élève de 100°C (BOURBIE *et al.*, 1986).

On précisera que l'examen de l'influence de la température sur les vitesses n'entre pas dans le cadre de cette étude.

6. Influence de la fréquence

Les vitesses sont fonction de la fréquence. Suivant l'échelle d'investigation, les fréquences utilisées ne sont pas les mêmes (Figure I.2). Les données expérimentales de terrain sont acquises à des fréquences de 10–1000Hz. Par contre, les mesures en laboratoire sont en général effectuées à haute fréquence (de l'ordre du MHz).

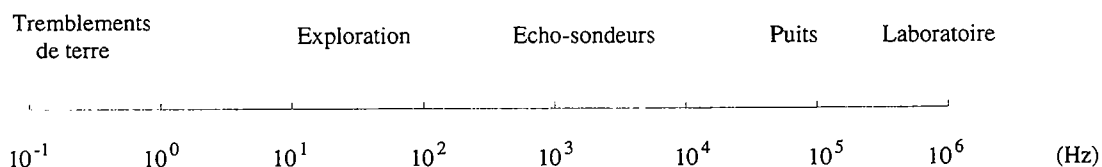


Figure I.2: Domaines de fréquence en géophysique (d'après BOURBIE *et al.*, 1986).

La propagation d'ondes acoustiques induit des déformations petites et réversibles. Lorsque la contrainte s'annule, la déformation disparaît: l'énergie élastique qui était stockée est restituée.

Cependant, cette restitution n'est jamais parfaite. La présence de fluide dans l'espace poreux génère une dissipation d'énergie. Ainsi, les vitesses des ondes de propagation évoluent avec la fréquence. Dans le Tableau I.3, on reporte des données acquises en laboratoire, suivant des procédures expérimentales différentes, sur des échantillons saturés. Le fluide qui sature l'espace poreux se comporte différemment suivant la fréquence utilisée. Nous reviendrons sur ce point par la suite.

Tableau I.3: Influence de la fréquence sur la vitesse de l'onde P dans des échantillons saturés (d'après CADORET, 1993).

Roches	V_P , (m/s) 50 kHz	V_P , (m/s) 100 kHz	V_P , (m/s) 500 kHz	V_P , (m/s) 1 MHz
Calcaire de Brauvilliers	3331	3346	3409	3715
Calcaire de St Pantaléon	3258	3277	3527	3683
Calcaire d'Espeil	3240	3225	3756	3798
Calcaire d'Estailades	3199	3201	3662	3632

Ces quelques remarques préliminaires illustrent les rôles fondamentaux joués par la fissuration et la saturation en fluide. Les vitesses des ondes de propagation peuvent afficher des comportements très différents suivant ces deux facteurs. Or, l'équation de la moyenne temporelle de WYLLIE *et al.* (1956) ne permet pas d'en rendre compte, ce qui oblige à considérer d'autres approches.

III. QUELQUES GENERALITES A PROPOS DES PROPRIETES ELASTIQUES

1. Modules effectifs

Considérons une roche isotrope. Ses propriétés élastiques sont définies à partir d'un tenseur de modules élastiques C_{ijkl}^* (cf. ANNEXE A). Comme nous l'avons déjà souligné, la roche est composée d'un ensemble d'éléments solides entre lesquels se trouvent des vides. Les éléments solides forment le squelette ou la matrice de la roche. Les cavités constituent l'espace poreux: elles sont saturées ou non en fluide. Les propriétés élastiques de la roche dépendent des propriétés élastiques de ses constituants (*i.e.*, de la matrice solide et de la porosité) et de leur géométrie.

On appelle *modules effectifs* C_{ijkl}^* les valeurs des modules élastiques d'un matériau homogène dont le comportement élastique à l'échelle macroscopique serait le même que celui de la roche (Figure I.3). Les modules effectifs prennent en compte les propriétés élastiques des divers composants et de leur géométrie.

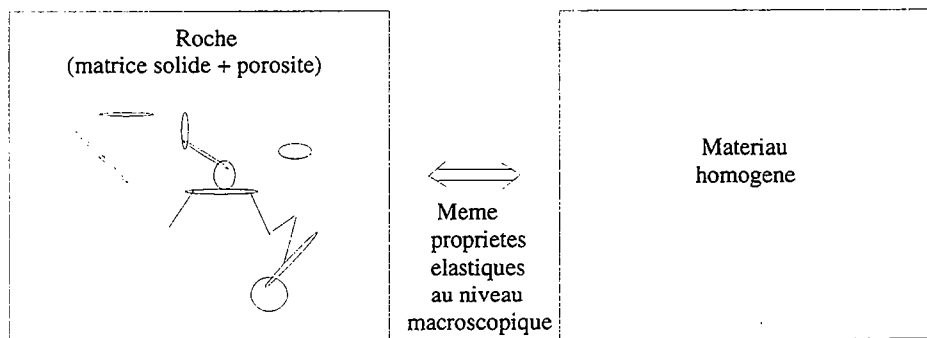


Figure I.3: Représentation schématique du concept de milieu effectif.

2. Modules drainés et non drainés

La présence de fluide dans l'espace poreux oblige à considérer deux types de comportements élastiques et donc deux types de modules élastiques. On distingue les modules drainés des modules non drainés.

En régime drainé, le fluide peut entrer et sortir de la roche. Dans ce cas, la pression de fluide est constante, mais la masse de fluide varie. En régime non drainé, il n'y a pas d'échange de fluide entre la roche et le milieu extérieur: la masse de fluide est constante et la pression de fluide peut évoluer. Cette dernière reste cependant à l'équilibre à l'intérieur de l'espace poreux.

Dans le cas d'une roche isotrope, on note K_d et μ_d les modules effectifs d'incompressibilité et de cisaillement drainés. Ils caractérisent la roche saturée par un fluide à pression constante et sont calculés en considérant l'espace poreux vide (pression de fluide nulle). Au contraire, les modules non drainés, dénotés K et μ , définissent un milieu biphasé comprenant une matrice solide (dont les modules d'incompressibilité et de cisaillement sont K_s et μ_s) et un fluide (défini par le module d'incompressibilité K_f et un coefficient de cisaillement nul). Par la suite, les modules drainés seront souvent appelés modules secs et les modules non drainés modules saturés.

3. Définition de bornes

Les premiers travaux réalisés dans le but d'estimer les modules élastiques effectifs de matériaux composites sont dûs à VOIGT (1889) et REUSS (1929). L'approximation de Voigt fournit une borne supérieure, tandis que celle de Reuss correspond à une borne inférieure pour les modules effectifs (HILL, 1952). Ces bornes sont fréquemment utilisées dans des applications pratiques.

a. Moyenne de Voigt

VOIGT (1889) établit une moyenne à partir du tenseur des modules élastiques. Il fait l'hypothèse que chacun des composants est soumis à une même déformation, égale à la déformation moyenne et montre:

$$C_{ijkl}^V = (1 - \phi)C_{ijkl}^s + \phi C_{ijkl}^f \quad (I.3)$$

où C_{ijkl}^V sont les modules déduits de l'approximation de VOIGT (1889), C_{ijkl}^s et C_{ijkl}^f sont respectivement les modules élastiques des phases solide et fluide et ϕ est la porosité ou fraction volumique de la phase fluide.

b. Moyenne de Reuss

L'approche de REUSS (1929) est analogue à celle de VOIGT (1889), hormis le fait qu'elle s'appuie sur le tenseur de déformabilité plutôt que sur celui des modules élastiques. En supposant que les différents composants du milieu sont soumis à une contrainte uniforme, égale à la contrainte moyenne, REUSS (1929) montre:

$$\frac{1}{C_{ijkl}^R} = \frac{1 - \phi}{C_{ijkl}^s} + \frac{\phi}{C_{ijkl}^f} \quad (I.4)$$

$$\text{ou} \quad S_{ijkl}^R = (1 - \phi)S_{ijkl}^s + \phi S_{ijkl}^f.$$

C_{ijkl}^R et S_{ijkl}^R sont les tenseurs des modules élastiques et de déformabilité dérivant de l'approximation de REUSS (1929).

En général, les moyennes de Voigt et Reuss définissent un encadrement très large pour les modules effectifs. Cette remarque est d'autant plus fondée que l'écart entre les propriétés élastiques des différents composants est grand. HILL (1952) suggère que les moyennes arithmétique $\left[(C_{ijkl}^V + C_{ijkl}^R) / 2 \right]$ ou géométrique $\left[(C_{ijkl}^V C_{ijkl}^R)^{1/2} \right]$ des estimations de Voigt et Reuss peuvent apporter des indications utiles pour les modules effectifs. Bien que ces moyennes aient été initialement proposées pour des polycristaux, elles ont été étendues au cas des matériaux polyphasés. La moyenne arithmétique, très largement utilisée, est encore appelée moyenne de Voigt-Reuss-Hill.

Les limites de Voigt et Reuss ne dépendent que des volumes et des propriétés élastiques respectifs des phases en présence. Aucune hypothèse n'a été formulée quant à la géométrie des constituants.

c. Bornes de Hashin-Shtrickman

HASHIN et SHTRICKMAN (1963) développent une approche variationnelle qui permet d'identifier, pour les milieux isotropes, un domaine plus étroit pour les modules effectifs que les

moyennes de Voigt et Reuss. Pour un milieu biphasé, leurs résultats se réduisent aux expressions suivantes:

$$K^{HS} = K_1 + \frac{V_2}{(K_2 - K_1)^{-1} + V_1(K_1 + \frac{4}{3}\mu_1)^{-1}} \quad (I.5)$$

$$\mu^{HS} = \mu_1 + \frac{V_2}{(\mu_2 - \mu_1)^{-1} + [2(K_1 + 2\mu_1)V_1][5\mu_1(K_1 + \frac{4}{3}\mu_1)]^{-1}}$$

où les indices 1 et 2 représentent respectivement le solide et le fluide. Ces relations définissent une première borne à la fois pour le module d'incompressibilité K et de le module de cisaillement μ . En échangeant les indices 1 et 2, on caractérise un second jeu de bornes.

4. Equations de Gassmann

Les méthodes présentées plus haut conduisent à un encadrement assez large des modules élastiques de milieux composites, essentiellement lorsque les phases en présence ont des propriétés élastiques très distinctes. Cette remarque est d'autant plus appropriée que l'on cherche, dans le cas présent, à déterminer les propriétés élastiques effectives d'une roche dont l'espace poreux est soit vide, soit saturé en fluide. Le module de cisaillement de la phase occupant l'espace poreux est donc nul, ce qui implique que les limites inférieures précédemment définies (moyenne de Reuss et borne inférieure de Hassin-Shtrickman) valent 0 pour le module de cisaillement effectif. Dans de telles conditions, les contraintes imposées sur le domaine de variation des modules effectifs sont de peu d'intérêt. Aussi, d'autres approches ont-elles été proposées par la suite afin de mieux appréhender l'influence du fluide sur les propriétés élastiques.

GASSMANN (1951) a établi à *basse fréquence* (BF) une équation permettant de déterminer le module d'incompressibilité effectif non drainé K_{BF} pour une roche saturée et isotrope en fonction du module d'incompressibilité effectif sec K_d , des propriétés élastiques de la matrice solide (K_s et μ_s), du fluide (K_f) et de la porosité ϕ :

$$K_{BF} = K_d + \frac{\beta^2 K_f}{\phi + (\beta - \phi) \frac{K_d}{K_s}} \quad (I.6)$$

où β est un coefficient sans dimension de pression effective valant $1 - K_d/K_s$. De plus, le module de cisaillement effectif μ_{BF} est supposé indépendant du fluide saturant l'espace poreux:

$$\mu_{BF} = \mu_d. \quad (I.7)$$

Les équations de GASSMANN (1951) s'appuient sur les hypothèses suivantes:

- la roche est macroscopiquement homogène et isotrope. La longueur d'onde est très grande par rapport aux dimensions des pores/fissures.
- tous les pores sont interconnectés. Les pores isolés ne sont pas pris en compte. De plus, la fréquence est suffisamment basse pour que la pression de fluide soit uniforme dans tout l'espace poreux.
- le système solide/fluide est fermé: la propagation de l'onde a lieu en régime non drainé.
- le déplacement relatif fluide/solide est négligeable devant le déplacement de la roche saturée, lors du passage de l'onde. Cette hypothèse est justifiée quand la fréquence est suffisamment basse.
- le fluide ne modifie pas les propriétés de cisaillement de la roche.
- pas de réaction chimique fluide/solide.
- les effets thermiques liés à la dissipation d'énergie lors de la propagation de l'onde sont négligeables.

Il faut noter que cette approche n'impose aucune condition supplémentaire à propos de la géométrie des phases solide et fluide, sinon que l'espace poreux est supposé interconnecté de sorte que la phase liquide est continue.

Pour déterminer les modules effectifs non drainés à partir des équations de Gassmann, il est nécessaire de connaître au préalable la valeur des modules secs. On peut alors calculer les vitesses de propagation des ondes à basse fréquence dans la roche en utilisant les équations (I.1). La masse volumique de la roche est obtenue à partir de:

$$\rho = (1 - \phi)\rho_s + \phi\rho_f \quad (\text{I.8})$$

où ρ_s et ρ_f sont respectivement les masses volumiques de la matrice solide et du fluide.

WANG *et al.* (1991) et WANG et NUR (1990) ont comparé des mesures de vitesses ultrasoniques avec les estimations basse fréquence provenant de l'équation de Gassmann. Il s'est avéré que systématiquement, les valeurs des vitesses calculées pour les ondes P sont inférieures aux données expérimentales. Cette différence peut s'expliquer par le comportement du fluide en fonction de la fréquence.

5. Equations de Brown et Korrिंगa

BROWN et KORRINGA (1975) ont étendu les équations de GASMANN (1951) au cas des roches anisotropes. A nouveau, une hypothèse fondamentale est que la pression de fluide est identique à l'intérieur de tout l'espace poreux (condition basse fréquence). Ces auteurs montrent ainsi que le tenseur de déformabilité S_{ijkl}^{BF} (cf. ANNEXE A) de la roche saturée, à basse fréquence, peut s'exprimer en fonction du tenseur de déformabilité S_{ijkl}^d de cette même roche, mais sèche:

$$S_{ijkl}^{BF} = S_{ijkl}^d - \frac{(S_{ijn}^d - S_{ijn}^s)(S_{klm}^d - S_{klm}^s)}{(S_{nnm}^d - S_{nnm}^s) + \left(\frac{1}{K_f} - S_{nnm}^s\right)\phi} \quad (\text{I.9})$$

où S_{ijkl}^s est le tenseur de déformabilité de la matrice solide, K_f le module d'incompressibilité du fluide et ϕ la porosité.

IV. MECANISMES DE DISPERSION

De nombreuses observations expérimentales ont montré que les vitesses mesurées à haute fréquence sont supérieures à celles mesurées à basse fréquence dans les roches saturées. Ce phénomène est interprété en termes de dispersion de vitesse. On définit la dispersion de vitesse à partir de la différence entre vitesses haute (V_{HF}) et basse (V_{BF}) fréquence:

$$\text{Dispersion} = \frac{V_{HF} - V_{BF}}{V_{BF}}. \quad (\text{I.10})$$

1. Mécanisme de Biot

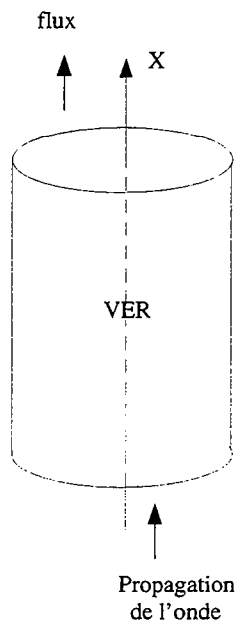


Figure I.4: Ecoulement de Biot dû à une excitation sismique (V.E.R.: volume élémentaire représentatif).

Les équations de GASSMANN (1951) (établies pour une roche isotrope) ne s'appliquent qu'à basse fréquence. Elles correspondent à la limite basse fréquence de la théorie de BIOT (1956a, b, 1962). A haute fréquence, certaines des hypothèses ayant permis d'établir les équations de Gassmann ne sont plus valides. Au contraire, la théorie de Biot couvre *toute la gamme des fréquences*.

Les hypothèses sur lesquelles repose la théorie de Biot sont:

- la roche est macroscopiquement homogène et isotrope.
- tous les pores sont interconnectés.
- la longueur d'onde est très grande par rapport aux dimensions des cavités poreuses.
- il existe un mouvement fluide/solide et le flux de fluide est régi par la loi de Darcy.
- les effets thermiques induits par la dissipation d'énergie durant la propagation de l'onde sont négligeables.
- pas de réaction chimique fluide/solide.

Dans le cas d'une déformation uniaxiale suivant l'axe x (Figure I.4), la théorie de Biot fournit les équations du mouvement suivantes (DVORKIN et NUR, 1993):

$$\begin{aligned} \rho_{11} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \rho_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + b \left(\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial w}{\partial t} \right) &= \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} \\ \rho_{12} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \rho_{22} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - b \left(\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial w}{\partial t} \right) &= -\phi \frac{\partial p}{\partial x} \end{aligned} \quad (I.11)$$

où $\rho_{11} = (1 - \phi)\rho_s + \rho_a$, $\rho_{12} = -\rho_a$, $\rho_{22} = \phi\rho_f + \rho_a$ et $b = \eta\phi^2/k$. u et w sont les déplacements respectivement du solide et du fluide suivant l'axe x . σ_{ij} est le tenseur des contraintes, p est la pression de fluide, η la viscosité du fluide et k la perméabilité. ρ_a exprime la densité de couplage entre le solide et le fluide et b est un coefficient de dissipation, calculé à partir de la loi de Darcy. On met alors en évidence l'existence de trois ondes de propagation: deux ondes P et S classiquement observées et une onde P_2 , de type compressif, plus lente. A partir des équations du mouvement rappelées plus haut, on représente les vitesses des ondes P et P_2 en fonction de la fréquence pour différentes valeurs de la perméabilité (Figures I.5 et I.6). La vitesse de l'onde P_2 augmente très rapidement avec la fréquence. A basse fréquence, elle est nulle et à partir d'une fréquence caractéristique, elle croît fortement. Au contraire, l'augmentation de la vitesse de l'onde P avec la fréquence, bien qu'ayant la même allure que pour l'onde P_2 , est beaucoup plus faible. Nous nous intéresserons ici à l'onde P, car elle est beaucoup plus facile à observer et mesurer du point de vue expérimental.

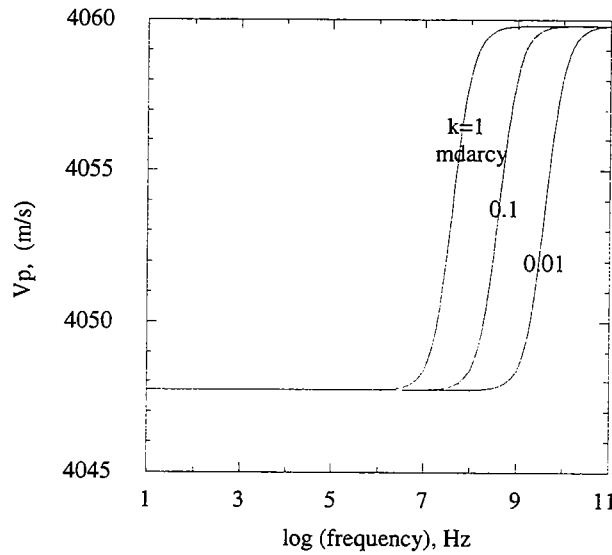


Figure I.5: Vitesse de l'onde P en fonction de la fréquence pour différentes valeurs de perméabilité (données: $K_d=16\text{GPa}$, $K_s=38\text{GPa}$, $K_f=2\text{GPa}$, $\nu=0.15$, $\rho_s=2650\text{kg/m}^3$, $\rho_f=1000\text{kg/m}^3$, $\rho_a=420\text{kg/m}^3$, $\eta=10^{-3}\text{Pa.s}$).

La théorie de BIOT (1956a, b, 1962) prévoit donc une évolution des vitesses avec la fréquence. Le mécanisme de dispersion impliqué se fonde sur le mouvement couplé fluide/solide. On distingue 2 types de couplage (BOURBIE *et al.*, 1986):

- un couplage inertiel: $\rho_a \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right)$
- un couplage visqueux (qui fait apparaître aussi la porosité et la perméabilité): $b \left(\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial w}{\partial t} \right)$

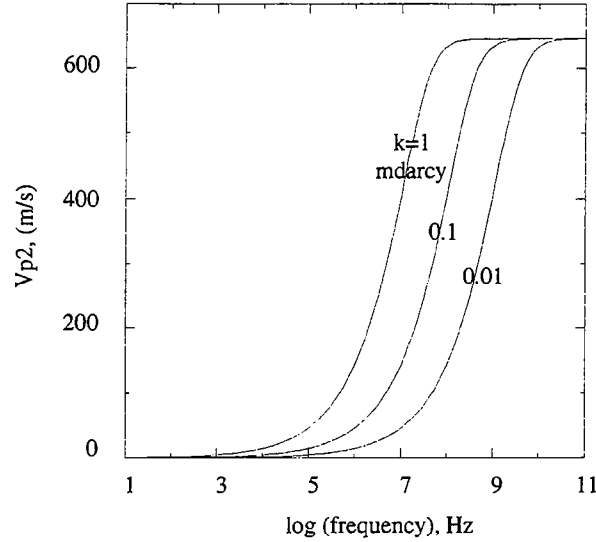


Figure 1.6: Vitesse de l'onde P_2 en fonction de la fréquence pour différentes valeurs de perméabilité (données: $K_d=16\text{GPa}$, $K_s=38\text{GPa}$, $K_f=2\text{GPa}$, $\nu=0.15$, $\rho_s=2650\text{kg/m}^3$, $\rho_f=1000\text{kg/m}^3$, $\rho_a=420\text{kg/m}^3$, $\eta=10^{-3}\text{Pa.s}$).

La théorie de Biot montre que la vitesse de propagation des ondes augmente avec la fréquence (Figures I.5 et I.6). Cette augmentation dépend des forces d'inertie (l'accélération croît avec la fréquence), qui augmentent avec la fréquence. Les forces d'inertie ne sont pas les mêmes pour le fluide et le solide. Le mouvement différentiel fluide/solide est soumis à un couplage visqueux (force de frottement). On observe que le coefficient de dissipation b s'exprime en fonction de la viscosité, de la porosité et de la perméabilité. Lorsque la fréquence croît, le mouvement d'ensemble entraîne moins de fluide. À très basse fréquence, le fluide suit le déplacement de l'ensemble fluide/solide. Au contraire, à très haute fréquence, le fluide est en retard par rapport au déplacement de l'ensemble fluide/solide. Une conséquence directe du mécanisme de Biot est que les vitesses sont plus élevées à haute fréquence qu'à basse fréquence, car le fluide tend alors à rendre la roche plus rigide.

La fréquence caractéristique (contrôlée par l'effet de peau) mise en évidence par la théorie de Biot est:

$$f_{cB} = \frac{\eta\phi}{2\pi k\rho_f}. \quad (\text{I.12})$$

Quand $f \ll f_{cB}$, la théorie basse fréquence s'applique. Lorsque $f \gg f_{cB}$, la couche entraînée (épaisseur de peau) est négligeable par rapport à la taille des pores: la propagation de l'onde se fait à haute fréquence. En général, cette fréquence caractéristique est très élevée, excepté pour des roches ayant une forte perméabilité (Tableau I.4).

Il faut pourtant noter que la dispersion de vitesse prévue par la théorie de Biot est très inférieure pour la plupart des roches à celle réellement observée, essentiellement dans le cas des roches fissurées (WINKLER, 1985, 1986; HAN, 1987; WANG, 1988). Ainsi, pour le grès Berea, WINKLER (1985) montre que la dispersion mesurée expérimentalement est de 4.4 % et 4.6 % pour les ondes P et S alors que la dispersion prévue par le théorie de Biot pour ces deux ondes s'élève à 0.2 % et 2 %. En outre, la fréquence caractéristique pour le mécanisme de Biot implique que la plupart des vitesses mesurées en laboratoire ($0.5\text{ MHz} \leq f \leq 1\text{ MHz}$) peuvent être considérées comme des données basse fréquence.

Il est donc nécessaire de recourir à d'autres mécanismes pour expliquer la dispersion de vitesse observée.

Tableau I.4: Quelques valeurs de la fréquence caractéristique pour des roches saturées en eau (BOURBIE et al., 1986).

Roche	ϕ , (%)	k , (mdarcy)	f_{cB}
Grès de Fontainebleau	5	10^{-1}	80 MHz
Grès de Fontainebleau	20	1000	30 kHz
Grès compact	8	$2 \cdot 10^{-2}$	1 GHz
Calcaire Cordora	24.5	9	4.5 MHz
Cream			
Verre fritté	28.3	1000	42 kHz

2. Mécanisme de l'écoulement local

Le mécanisme de l'écoulement local (encore appelé flux local ou "s squirt") a été introduit par O'CONNELL et BUDIANSKY (1977) et MAVKO et NUR (1975): il permet d'expliquer de fortes dispersions de vitesse.

Ce mécanisme se réfère à une échelle microscopique (taille des fissures/pores). Il se traduit par un écoulement de fluide contrôlé par la compressibilité de l'espace poreux.

Certaines parties de l'espace poreux sont plus compressibles que d'autres (par exemple, les fissures sont plus sensibles à la pression que les pores arrondis). Le passage d'une onde de propagation engendre des gradients de pression de fluide: le fluide est plus comprimé dans les fissures que dans les pores. Ces différences de pression contribuent à générer un écoulement de fluide des régions les plus comprimées vers celles qui le sont moins, de sorte que la pression de fluide se rééquilibre.

Si la fréquence de l'onde est élevée, le fluide n'a pas le temps de s'équilibrer: la roche semble plus rigide. On peut alors observer une dispersion des vitesses. A basse fréquence, le fluide a le temps de s'équilibrer: on se trouve dans le domaine d'application de l'équation de Gassmann ou de la limite basse fréquence de la théorie de Biot.

La fréquence caractéristique déterminée pour une fissure saturée par un liquide incompressible est environ égale à (cf. ANNEXE B):

$$f_{cL} \approx \frac{E_s \alpha^3}{\eta} \quad (\text{I.13})$$

où η est la viscosité du fluide et E_s le module d'Young de la matrice solide. α est le facteur de forme des fissures. Notons que l'on obtient une expression assez proche de celle rapportée par O'CONNELL et BUDIANSKY (1977). La fréquence caractéristique mise en évidence dépend clairement de la microstructure de la roche.

Soit une roche fissurée: on suppose que E_s vaut 50 GPa, η 1 mPa.s et que la porosité est constituée d'un ensemble de fissures de même facteur de forme. La fréquence caractéristique peut alors couvrir une gamme très large, suivant la valeur du facteur de forme (Tableau I.5). Plus les fissures sont aplaties, plus la fréquence caractéristique est basse. En conséquence, ce mécanisme de dispersion est susceptible d'intervenir dans la gamme des fréquences utilisées pour des mesures en laboratoire.

Tableau I.5: Fréquence caractéristique pour le mécanisme du flux local ($E_s=50$ GPa, $\eta=1$ mPa.s).

α	f_{cL}
10^{-1}	50 GHz
10^{-2}	50 MHz
10^{-3}	50 kHz

L'équation (I.13) implique que la fréquence caractéristique de l'écoulement local est contrôlée par la microstructure. Certains auteurs (DVORKIN et NUR, 1993; AKBAR *et al.*, 1994) suggèrent que cette fréquence s'exprime en fonction de paramètres macroscopiques tels que la perméabilité k . Leur approche pose un problème de définition. En fait, les calculs qu'ils développent font intervenir un paramètre qui correspondrait davantage à une définition locale de k .

3. Mécanisme de l'écoulement de poche

Dans le cas d'une saturation diphasique de l'espace poreux (par exemple, système eau/gaz), la distribution des fluides n'est pas nécessairement uniforme. Des phases fluides peuvent être plus concentrées dans certaines régions de la roche: elles forment alors des poches, suivant la terminologie définie par WHITE (1975). Une saturation non uniforme implique donc la présence d'hétérogénéités ou poches, non plus à l'échelle microscopique comme pour le cas des pores/fissures (à l'origine de l'écoulement local), mais à une échelle plus grande. Cette famille d'hétérogénéités entraîne un autre mécanisme de dispersion des vitesses: le mécanisme de l'écoulement de poche ou du flux global.

Des modèles ont été construits pour rendre compte des effets induits par une saturation non uniforme. Le concept de base a été introduit par WHITE (1975): il a construit un modèle de poche gazeuse (Figure I.7) à partir de sphères concentriques.

Le comportement qualitatif d'un tel système peut s'analyser en considérant la réponse d'une poche soumise à une onde compressive. A nouveau, la propagation de l'onde engendre des gradients de pression de fluide. La pression de fluide augmente plus dans la zone saturée par le liquide que dans celle saturée par le gaz, à cause des différences de compressibilité des fluides. La pression du liquide tente alors de s'équilibrer avec la phase gazeuse en la comprimant. L'équilibre des pressions est un phénomène dynamique qui s'effectue suivant une constante de temps caractéristique τ . Si la période de l'onde compressive est beaucoup plus grande que τ , une pression identique (quasi-statique) existe dans les phases liquides et gazeuses. La limite basse fréquence de la théorie de Biot s'applique. Si au contraire la période de l'onde est petite par rapport à τ , la pression n'a pas le temps de s'équilibrer et la frontière gaz/liquide demeure immobile: le milieu paraît plus rigide (GIST, 1994).

On peut montrer que la fréquence caractéristique de l'écoulement de poche, notée f_{cG} , se traduit en fonction de paramètres macroscopiques. Pour obtenir une expression approchée, on a considéré des poches totalement saturées en liquide à l'intérieur d'une matrice saturée en gaz (ANNEXE B). f_{cG} s'écrit alors:

$$f_{cG} \approx \frac{3kK_p S^{1/3}}{\eta \phi R^2} \quad (I.14)$$

où k est la perméabilité, K_p le module d'incompressibilité de l'espace poreux (ANNEXE B), η la viscosité du liquide, ϕ la porosité et S la saturation en liquide. R est le rayon de la poche. La relation obtenue est comparable à celles estimées par WHITE (1975) et DUTTA et SERIFF (1979). Pour une roche caractérisée par les paramètres suivants ($k=10^{-15}$ m²=1 mdarcy), $E_s=100$ GPa, $\nu_s=0.16$ (coefficient de Poisson de la matrice solide), $\eta=1$ mPa.s, $\phi=0.01$, $S_l=0.8$), nous avons calculé f_{cG} pour

différentes valeurs du rayon R de la poche de gaz (Tableau I.6). Plus la taille de l'hétérogénéité est grande, plus la fréquence caractéristique de l'écoulement de poche est basse.

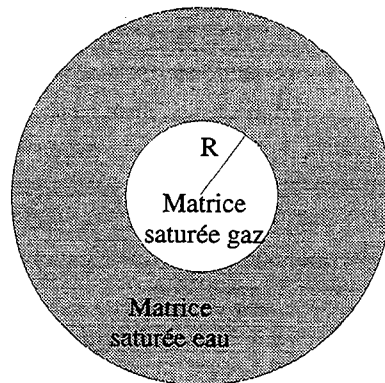


Figure I.7: Modèle de poche gazeuse (d'après WHITE, 1975).

Tableau I.6: Fréquence caractéristique pour le mécanisme du flux global en fonction du rayon des poches de gaz.

R	f_{cG}
1 mm	219 kHz
1 cm	2190 Hz
10 cm	21.9 Hz
1 m	0.219 Hz

V. CONCLUSION

De nombreux domaines d'investigation géophysique (exploration sismique, suivi de l'évolution d'une zone de production de pétrole ou d'eau, d'un site de stockage de déchets toxiques ou encore étude des roches de la croûte) requièrent une compréhension approfondie de l'influence des pores/fissures et de la saturation en fluide sur les vitesses. Un premier pas dans ce sens consiste à analyser le problème direct. Pour un milieu polyphasé, il s'agit d'estimer les propriétés élastiques effectives à partir de la concentration volumique, de la géométrie spatiale et des propriétés élastiques des composants. Les premières approches mises en avant pour contraindre théoriquement ces propriétés élastiques effectives (WYLLIE *et al.*, 1956; VOIGT, 1889, 1928; REUSS, 1929) s'avèrent être des indicateurs assez pauvres lorsque les phases en présence ont des propriétés élastiques très différentes (comme dans le cas des roches poreuses/fissurées).

Les équations de GASSMANN (1951) (limite basse fréquence de la théorie de Biot ou encore poroélasticité) constituent une base fondamentale dans la détermination des modules élastiques des roches saturées. Leur utilisation nécessitent cependant une connaissance *a priori* des modules élastiques effectifs de la roche sèche. En outre, les équations de GASSMANN (1951) ne s'appliquent qu'à basse fréquence.

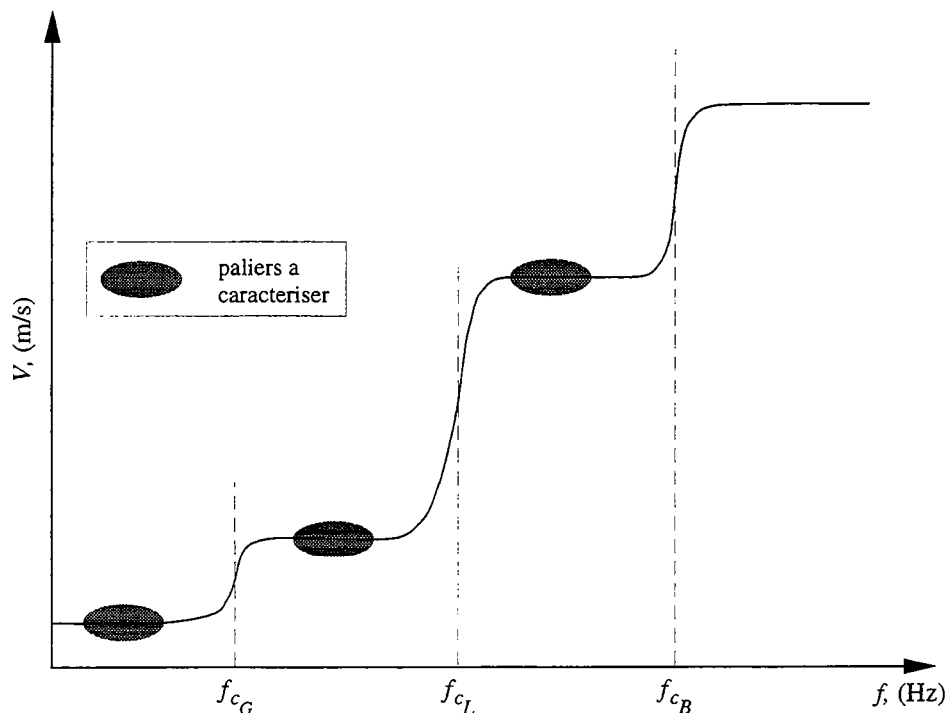


Figure 1.8: Représentation schématique des vitesses en fonction de la fréquence (f_{c_G} , f_{c_L} et f_{c_B} sont respectivement les fréquences caractéristiques de l'écoulement de poche, de l'écoulement local et de Biot).

La présence de fluide à l'intérieur de l'espace poreux fait intervenir des mécanismes de dispersion. Il est donc essentiel d'examiner le comportement des vitesses des ondes se propageant dans des roches saturées à différentes fréquences. Les mécanismes de dispersion qui se manifestent par ordre de fréquence décroissant relèvent de forces d'inertie affectant le déplacement fluide/solide (mécanisme de Biot), d'une variation locale de la compressibilité de l'espace poreux (mécanisme de l'écoulement local) ou encore d'une saturation non uniforme (mécanisme de l'écoulement de poche) (Figure 1.8). Le mécanisme de Biot ne devient important que pour des fréquences supérieures à celles qui sont

d'un intérêt pratique (MOCHIZUKI, 1982; WALSH, 1995). De plus, WINKLER (1986) a montré que, pour des roches fissurées, la dispersion induite par ce mécanisme est négligeable par rapport au mécanisme de l'écoulement local.

L'objectif que nous nous sommes fixés, dans cette première partie, est de modéliser la dispersion de vitesse qui peut être observée entre des mesures à basse fréquence (*in situ*) et des mesures à des fréquences suffisamment élevées (laboratoire) pour que le fluide soit dans un état non relaxé. On ne cherche pas à décrire l'évolution continue des vitesses avec la fréquence, mais davantage à caractériser les vitesses pour des paliers de fréquence distincts (Figure I.8).

CHAPITRE II

THEORIE DES MILIEUX EFFECTIFS

I. INTRODUCTION

La prédiction des propriétés élastiques effectives de matériaux polyphasés a connu un développement important dans de nombreux domaines, tant dans celui de la physique des roches que celui des céramiques ou des sciences des matériaux et plus généralement des composites. Cet intérêt s'est traduit par la mise au point de plusieurs modèles qui correspondent en général à des variantes de quelques approches fondamentales: théorie de la perturbation au premier ordre, théorie auto-cohérente et théorie différentielle auto-cohérente. Ces méthodes se caractérisent, par rapport à celles présentées brièvement dans le chapitre précédent, par la prise en compte de la géométrie des phases en présence.

Dans ce but, deux familles de modèle ont été principalement élaborées: les modèles granulaires et les modèles de pores/fissures (Figure II.1). Ces deux approches sont un peu inverses l'une de l'autre: pour les modèles granulaires, on s'intéresse aux grains, alors que pour les modèles de pores/fissures, on considère l'ensemble des cavités poreuses à l'intérieur d'une matrice solide. Cette dernière approche s'impose assez naturellement lorsqu'il s'agit de traiter de problèmes faisant intervenir la compressibilité des pores.

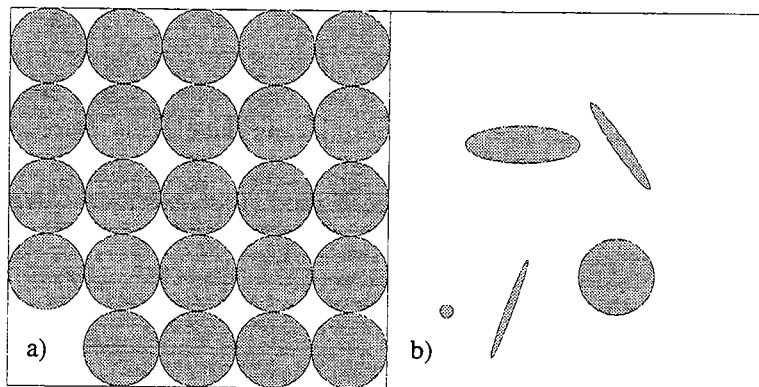


Figure II.1: Roche représentée par a) un assemblage de grains, b) par un système de pores/fissures incorporés dans une matrice.

Dans les modèles granulaires, la roche est représentée par un assemblage de grains (HERTZ, 1881; MINDLIN et DERESIEWICZ, 1953; DIGBY, 1981; WINKLER, 1983). La vitesse des ondes est contrôlée par les propriétés élastiques des grains solides et des surfaces de contact entre grains. Ces modèles s'appliquent plutôt à des grès ou des roches non consolidées. La continuité de la phase "pore" est alors assurée.

Dans le cas des modèles de pores/fissures (WALSH, 1965; KUSTER ET TOKSOZ, 1974; O'CONNELL et BUDIANSKY, 1974; MAVKO et NUR, 1979), la roche est caractérisée par une matrice solide qui contient des pores ou des fissures isolés. La phase "pore" est donc (au départ) non connectée. Les vitesses dépendent alors des propriétés élastiques du fluide, de la matrice solide, de la forme des pores/fissures et de leur concentration volumique. Ce second type de modèle concerne davantage les roches ignées à faible, voire très faible porosité, mais on verra que cette approche peut en fait être étendue à des porosités assez élevées.

On se placera ici dans le cadre des modèles de pores/fissures et on s'attachera dans cette section à la description des théories de champ moyen pour calculer les modules élastiques effectifs de matériaux polyphasés. Dans un souci de simplification, on considérera le cas de milieux biphasés comprenant une matrice solide et un espace poreux, vide ou saturé en fluide. On appelle ϕ la porosité ou concentration volumique de l'espace poreux. On s'intéressera plus précisément à la géométrie de la phase poreuse, en supposant celle-ci incluse dans une matrice solide infiniment grande.

Les propriétés de la matrice sont indexées par (s) et celles de la phase contenue dans l'espace poreux (vide ou fluide) par (f) (Figure II.2). Les propriétés effectives sont caractérisées par (*). Les

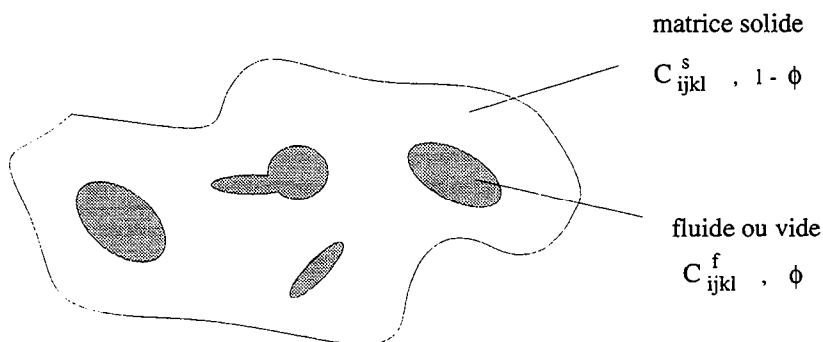


Figure II.2: Représentation schématique d'un milieu biphasé (matrice solide + espace poreux, vide ou saturé en fluide).

modèles se référant à la théorie des milieux effectifs reposent sur la théorie de l'élasticité linéaire. L'hypothèse de milieu élastique linéaire est justifiée lorsque les propriétés élastiques sont estimées en mesurant la vitesse des ondes de propagation. En effet, dans ces conditions, la déformation ϵ est inférieure à 10^{-5} . Au contraire, les mesures statiques des modules élastiques impliquent que le milieu étudié n'est plus parfaitement élastique ni linéaire. L'amplitude de la déformation est alors assez importante ($\epsilon \approx 10^{-3}$). Les contraintes exercées sont propres à engendrer des phénomènes irréversibles: propagation de fissures, concentration de contrainte au niveau des aspérités...

II. MODELISATIONS SYMETRIQUES ET ASYMETRIQUES

Le calcul des propriétés élastiques par les méthodes exposées précédemment (moyennes de Voigt et Reuss, bornes de Hashin-Shtrickman, théorie de Biot-Gasmann) n'impose aucune condition sur la géométrie des différentes phases. Au contraire, le principe des théories de milieux effectifs est de supposer que les phases en présence ont des géométries bien précises.

Les différents modèles relevant de la théorie des milieux effectifs se subdivisent en 2 groupes: les méthodes symétriques et les méthodes asymétriques. Pour les premières, on considère une géométrie bien précise pour chacun des composants. Pour les secondes, l'un des composants, de représentation majoritaire, n'a pas de forme définie: il constitue une matrice accueillant les autres phases.

La justification du choix d'une approche plutôt qu'une autre s'envisage en fonction de la situation à décrire. Pour une roche fissurée, le concept d'une matrice dans laquelle sont inclus d'autres composants (pores/fissures) semble adapté: il paraît alors judicieux de développer des méthodes dites asymétriques. Au contraire, pour les roches peu consolidées, on peut envisager de définir une géométrie de grains ainsi qu'une géométrie de pores. Dans ce cas, les méthodes symétriques pourraient être préférées.

Par définition, les modules élastiques M^* effectifs s'écrivent:

$$M^* = \frac{\langle \sigma \rangle}{\langle \varepsilon \rangle} \quad \frac{1}{M^*} = \frac{\langle \varepsilon \rangle}{\langle \sigma \rangle} \quad (\text{II.1})$$

où $\langle \sigma \rangle$ et $\langle \varepsilon \rangle$ sont les contraintes et déformations moyennes sur un volume représentatif du milieu. Ces contraintes et déformations sont supposées statistiquement homogènes. Lorsqu'un milieu est composé de 2 phases isotropes et élastiques (un composant solide, indexé par s, et un composant fluide, indexé par f), on a:

$$\langle \sigma \rangle = V_s \langle \sigma^s \rangle + V_f \langle \sigma^f \rangle = V_s M^s \langle \varepsilon^s \rangle + V_f M^f \langle \varepsilon^f \rangle \quad (\text{II.2})$$

$$\langle \varepsilon \rangle = V_s \langle \varepsilon^s \rangle + V_f \langle \varepsilon^f \rangle = \frac{V_s}{M^s} \langle \sigma^s \rangle + \frac{V_f}{M^f} \langle \sigma^f \rangle$$

où V_i est la fraction volumique du composant i. De manière générale, lorsque le milieu est formé de n composants, on écrit:

$$\begin{aligned} \langle \sigma \rangle &= \sum_i V_i \langle \sigma^i \rangle = \sum_i V_i M^i \langle \varepsilon^i \rangle \\ \langle \varepsilon \rangle &= \sum_i V_i \langle \varepsilon^i \rangle = \sum_i \frac{V_i}{M^i} \langle \sigma^i \rangle. \end{aligned} \quad (\text{II.3})$$

Finalement, les modules élastiques s'expriment à partir des relations suivantes:

$$\begin{aligned} M^* &= V_s M^s \frac{\langle \varepsilon^s \rangle}{\langle \varepsilon \rangle} + V_f M^f \frac{\langle \varepsilon^f \rangle}{\langle \varepsilon \rangle} \\ \frac{1}{M^*} &= \frac{V_s}{M^s} \frac{\langle \sigma^s \rangle}{\langle \sigma \rangle} + \frac{V_f}{M^f} \frac{\langle \sigma^f \rangle}{\langle \sigma \rangle} \end{aligned} \quad (\text{II.4})$$

ou, si le milieu comporte n composants:

$$M^* = \sum_i V_i M^i \frac{\langle \varepsilon^i \rangle}{\langle \varepsilon \rangle} \quad (\text{II.5})$$

$$\frac{1}{M^*} = \sum_i \frac{V_i}{M^i} \frac{\langle \sigma^i \rangle}{\langle \sigma \rangle}.$$

Les rapports de déformations et contraintes sont appelés facteurs d'intensification (MADDEN et WILLIAMS, 1993) ou facteurs de fluctuation (KORRINGA *et al.*, 1979). Ils doivent vérifier les égalités suivantes [d'après les équations (II.3)]:

$$\sum_i V_i \frac{\langle \varepsilon^i \rangle}{\langle \varepsilon \rangle} = 1 \quad \sum_i V_i \frac{\langle \sigma^i \rangle}{\langle \sigma \rangle} = 1. \quad (\text{II.6})$$

En général, ces équations ne sont pas vérifiées, car on ne sait calculer qu'une valeur approchée des facteurs d'intensification: ceux ci sont déterminés en considérant une inclusion unique à l'intérieur d'un milieu homogène. Les facteurs d'intensification calculés sont identifiés par l'index *cal*. Les approches symétriques et asymétriques permettent d'aborder ce problème de 2 manières distinctes (MADDEN et WILLIAMS, 1993).

1. Méthodes symétriques

On force la vérification des égalités (II.6) en effectuant une normalisation. Les équations (II.5) permettent d'écrire:

$$M^* = \sum_i V_i M^i \left(\frac{\langle \varepsilon^i \rangle}{\langle \varepsilon \rangle} \right)_{cal} \quad (\text{II.7})$$

$$\frac{1}{M^*} = \sum_i \frac{V_i}{M^i} \left(\frac{\langle \sigma^i \rangle}{\langle \sigma \rangle} \right)_{cal}.$$

En divisant les termes de droite par $\sum_i V_i \left(\frac{\langle \varepsilon^i \rangle}{\langle \varepsilon \rangle} \right)_{cal}$ pour la première relation et par $\sum_i V_i \left(\frac{\langle \sigma^i \rangle}{\langle \sigma \rangle} \right)_{cal}$ pour la seconde (ces sommes sont différentes de 1), on obtient alors des expressions symétriques par rapport aux rôles des constituants (MADDEN et WILLIAMS, 1993):

$$\sum_i V_i (M^* - M^i) \left(\frac{\langle \varepsilon^i \rangle}{\langle \varepsilon \rangle} \right)_{cal} = 0 \quad (\text{II.8})$$

$$\sum_i V_i \left(\frac{1}{M^*} - \frac{1}{M^i} \right) \left(\frac{\langle \sigma^i \rangle}{\langle \sigma \rangle} \right)_{cal} = 0.$$

Les facteurs d'intensification sont calculés en considérant des géométries bien définies pour chacun des composants. Lorsque le milieu contient seulement 2 phases (1 solide, identifiée par l'index *s* et 1

fluide, identifiée par l'index f), les 2 équations précédentes deviennent;

$$V_s(M^* - M^s) \left(\frac{\langle \varepsilon^s \rangle}{\langle \varepsilon \rangle} \right)_{cal} + V_f(M^* - M^f) \left(\frac{\langle \varepsilon^f \rangle}{\langle \varepsilon \rangle} \right)_{cal} = 0 \quad (II.9)$$

$$V_s \left(\frac{1}{M^*} - \frac{1}{M^s} \right) \left(\frac{\langle \sigma^s \rangle}{\langle \sigma \rangle} \right)_{cal} + V_f \left(\frac{1}{M^*} - \frac{1}{M^f} \right) \left(\frac{\langle \sigma^f \rangle}{\langle \sigma \rangle} \right)_{cal} = 0.$$

2. Méthodes asymétriques

Puisque l'un des composants a une forme non précisée et qu'il tient lieu de matrice (on considérera une matrice solide), on peut ajuster son facteur d'intensification par rapport à ceux qui sont calculés pour les phases incluses de telle sorte que les égalités (II.6) soient satisfaites.

On suppose que la $N^{ième}$ phase est représentative de la matrice et que les égalités (II.6) sont vérifiées ce qui contraint le facteur d'intensification pour la phase N:

$$\sum_i V_i \left(\frac{\langle \varepsilon^i \rangle}{\langle \varepsilon \rangle} \right)_{cal} = 1 \quad \sum_i V_i \left(\frac{\langle \sigma^i \rangle}{\langle \sigma \rangle} \right)_{cal} = 1. \quad (II.10)$$

On en déduit:

$$V_N \left(\frac{\langle \varepsilon^N \rangle}{\langle \varepsilon \rangle} \right)_{cal} = 1 - \sum_{i \neq N} V_i \left(\frac{\langle \varepsilon^i \rangle}{\langle \varepsilon \rangle} \right)_{cal} \quad (II.11)$$

$$V_N \left(\frac{\langle \sigma^N \rangle}{\langle \sigma \rangle} \right)_{cal} = 1 - \sum_{i \neq N} V_i \left(\frac{\langle \sigma^i \rangle}{\langle \sigma \rangle} \right)_{cal}.$$

En introduisant ces expressions dans les équations (II.5), on montre que (MADDEN et WILLIAMS, 1993):

$$M^* = M^N - \sum_{i \neq N} (M^N - M^i) V_i \left(\frac{\langle \varepsilon^i \rangle}{\langle \varepsilon \rangle} \right)_{cal} \quad (II.12)$$

$$\frac{1}{M^*} = \frac{1}{M^N} - \sum_{i \neq N} \left(\frac{1}{M^N} - \frac{1}{M^i} \right) \left(\frac{\langle \sigma^i \rangle}{\langle \sigma \rangle} \right)_{cal}.$$

Pour un milieu contenant seulement une phase fluide et une phase solide, ces équations s'écrivent:

$$M^* = M^s - (M^s - M^f) \phi \left(\frac{\langle \varepsilon^f \rangle}{\langle \varepsilon \rangle} \right)_{cal} \quad (II.13)$$

$$\frac{1}{M^*} = \frac{1}{M^s} - \left(\frac{1}{M^s} - \frac{1}{M^f} \right) \phi \left(\frac{\langle \sigma^f \rangle}{\langle \sigma \rangle} \right)_{cal}.$$

Lorsque la matrice contient peu d'inclusions, *i.e.*, lorsque la concentration volumique de la matrice tend vers 1, les facteurs d'intensification calculés pour les phases incluses tendent vers des valeurs exactes. La méthode symétrique vérifie aussi ce résultat (MADDEN et WILLIAMS, 1993).

III. THEORIE DE LA PERTURBATION AU PREMIER ORDRE

La méthode, dite de perturbation au premier ordre, a d'abord été développée par ESHELBY (1957) et WALSH (1965). Nous nous intéresserons ici plus particulièrement à la méthode mise au point par ESHELBY (1957). Rappelons que cet auteur a étudié la perturbation induite par des inclusions de forme ellipsoïdale.

1. Méthode de l'inclusion équivalente

Avant d'aborder le calcul des modules effectifs, il peut être utile de rappeler le principe de l'inclusion équivalente (ESHELBY, 1957; MURA, 1987).

a. Problème de l'inclusion

Commençons par clarifier la terminologie utilisée par ESHELBY (1957) ou MURA (1987). Une inclusion est un sous-domaine Ω à l'intérieur d'une matrice encaissante $D-\Omega$ (Figure II.3). L'inclusion a les mêmes propriétés élastiques que la matrice, mais se caractérise par une eigenstrain, notée ε_{ij}^* . Eigenstrain est un nom générique donné par MURA (1987) à des déformations non élastiques: elles ne vérifient pas la loi de Hooke. C'est le cas des déformations initiales, plastiques, thermiques... ESHELBY (1957) se réfère de manière équivalente à des déformations dites de type stress-free transformation.

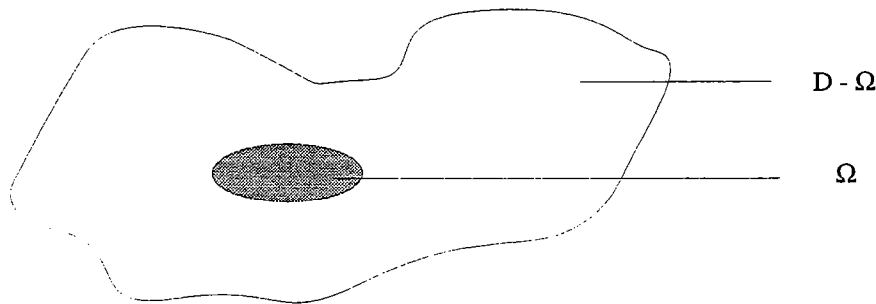


Figure II.3: Représentation schématique du milieu étudié.

On considère une inclusion ellipsoïdale Ω , délimitée par la surface S , à l'intérieur d'une matrice infinie, homogène et élastique. Le tenseur des propriétés élastiques de ce matériau est C_{ijkl}^s . On rappelle brièvement le problème de la transformation tel qu'il a été énoncé par ESHELBY (1957). On suppose que l'inclusion subit un changement de forme spontané qui, en l'absence de matrice, serait une déformation homogène imposée. La présence de la matrice induit des contraintes dans et hors de l'inclusion. Il s'agit de décrire l'état élastique de l'inclusion et celui de la matrice. ESHELBY (1957) suggère de résoudre ce problème en envisageant une suite de découpages-déformations-collages imaginaires (Figure II.4).

- 1- On découpe l'inclusion et on l'extrait de la matrice.
- 2- La transformation sans contrainte a lieu et se traduit par la eigenstrain ε_{ij}^* .
- 3- On applique des forces de surface F sur l'inclusion pour que celle-ci recouvre sa forme initiale.
- 4- On remplace l'inclusion à l'intérieur de la matrice.
- 5- Lorsque l'on a retiré l'inclusion de la matrice à l'étape 1, la surface S est restée libre. En introduisant l'inclusion à l'étape 4, on modifie cet état à cause de F . Tout se passe comme si on avait une couche de forces de volume s'étalant à la surface de l'inclusion entre S et $S-\varepsilon$ (dans l'inclusion).

Pour maintenir la condition de surface libre en S , on introduit une couche de forces de volume, égale à $-F$, entre S et $S+\varepsilon$ dans la matrice. Au terme de cette cinquième étape, on a donc une contrainte non uniforme dans la matrice et une contrainte uniforme dans l'inclusion à cause de la force F introduite à l'étape 3.

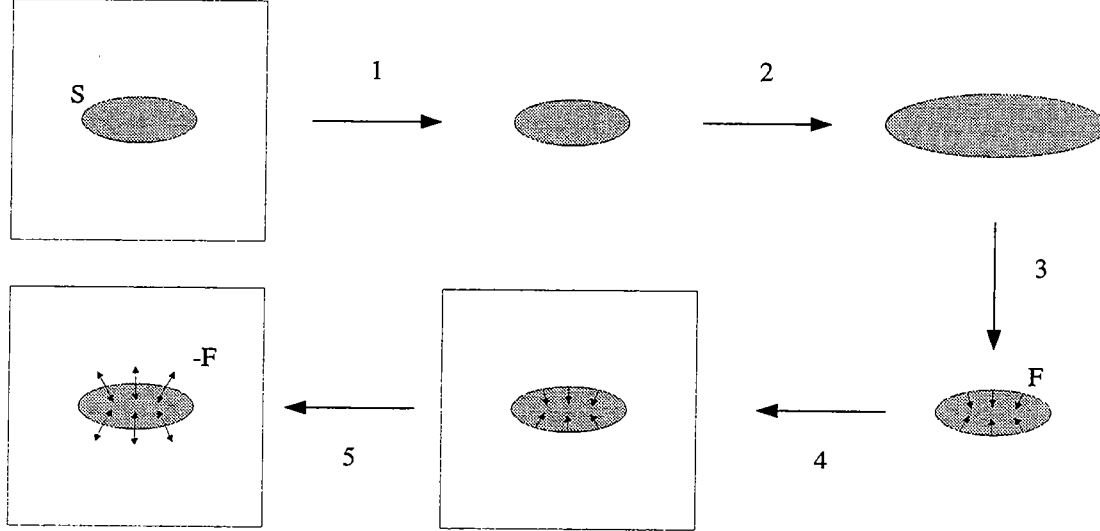


Figure II.4: Transformation subie par l'inclusion.

b. Problème de l'inhomogénéité

Une inhomogénéité est un sous-domaine Ω à l'intérieur d'une matrice encaissante $D-\Omega$. Les propriétés élastiques de la matrice et de l'inhomogénéité sont distinctes. Typiquement, les pores et les fissures constituent des inhomogénéités. Les modules élastiques de l'inhomogénéité et de la matrice sont respectivement C_{ijkl}^f et C_{ijkl}^s .

On continue de suivre le raisonnement d'ESHELBY (1957) en montrant que, le problème étant résolu pour l'inclusion, il en va de même pour l'inhomogénéité.

6– On reprend à la fin de l'étape 5 précédemment décrite. On superpose une contrainte uniforme sur le matériau qui annule la contrainte dans l'inclusion.

7– On peut alors enlever l'inclusion qui laisse place à une cavité, *i.e.*, une inhomogénéité. Le problème de la perturbation d'un champ de contrainte uniforme par une cavité ellipsoïdale est alors traité.

7'– Plus généralement, on suppose que la contrainte uniforme appliquée n'annule pas la contrainte dans l'inclusion. Dans ce cas, la contrainte et la déformation dans l'inclusion ne sont pas reliées par la loi de Hooke du matériau, *i.e.*, par C_{ijkl}^s . En effet, une partie de la déformation totale n'est pas élastique (ε_{ij}^*). Cependant, la contrainte et la déformation sont liées par la loi de Hooke d'un matériau hypothétique, dont les propriétés élastiques sont C_{ijkl}^f . L'ellipsoïde transformé peut être remplacé par un ellipsoïde provenant de ce matériau hypothétique, soumis à la même déformation totale, mais purement élastique. Le problème de l'inhomogénéité est donc résolu à son tour.

c. Formulation

Soient σ_{ij}^o la contrainte appliquée à l'infini et σ_{ij} la contrainte liée à la présence de l'inhomogénéité. ε_{ij}^o et ε_{ij} sont les déformations correspondantes. ε_{ij}^* est la eigenstrain à l'intérieur de l'inclusion équivalente à l'inhomogénéité. Notons que $\sigma_{ij}^o = C_{ijkl}^s \varepsilon_{kl}^o$ car le milieu ne contient qu'une inclusion de fraction volumique négligeable devant 1.

Dans le cas de l'inclusion, la contrainte et la déformation totale ne sont pas reliées par la loi de Hooke, car la eigenstrain n'est pas élastique. Dans l'inclusion, la déformation élastique vaut $\varepsilon_{ij}^o + \varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^*$. Dans la matrice, elle est égale à $\varepsilon_{ij}^o + \varepsilon_{ij}$. La loi de Hooke conduit à:

$$\begin{aligned}\sigma_{ij}^o + \sigma_{ij} &= C_{ijkl}^s(\varepsilon_{kl}^o + \varepsilon_{kl} - \varepsilon_{kl}^*) && \text{dans } \Omega \\ \sigma_{ij}^o + \sigma_{ij} &= C_{ijkl}^s(\varepsilon_{kl}^o + \varepsilon_{kl}) && \text{dans } D - \Omega.\end{aligned}\tag{II.14}$$

Si on examine à présent l'inhomogénéité, c'est à dire l'ellipsoïde extrait du matériau de propriétés élastiques C_{ijkl}^f , la loi de Hooke s'écrit:

$$\begin{aligned}\sigma_{ij}^o + \sigma_{ij} &= C_{ijkl}^f(\varepsilon_{kl}^o + \varepsilon_{kl}) && \text{dans } \Omega \\ \sigma_{ij}^o + \sigma_{ij} &= C_{ijkl}^s(\varepsilon_{kl}^o + \varepsilon_{kl}) && \text{dans } D - \Omega.\end{aligned}\tag{II.15}$$

$\sigma_{ij}^o + \sigma_{ij}$ et $\varepsilon_{ij}^o + \varepsilon_{ij}$ sont les contraintes et déformations élastiques totales dans l'inhomogénéité ainsi que dans la matrice.

La condition nécessaire et suffisante pour qu'il y ait équivalence des deux problèmes (inhomogénéité et inclusion) est que, dans Ω :

$$C_{ijkl}^f(\varepsilon_{kl}^o + \varepsilon_{kl}) = C_{ijkl}^s(\varepsilon_{kl}^o + \varepsilon_{kl} - \varepsilon_{kl}^*).\tag{II.16}$$

2. Théorie d'Eshelby

ESHELBY (1957) a calculé les modules élastiques effectifs dans le cas d'une matrice solide (C_{ijkl}^s) contenant une inhomogénéité ellipsoïdale (C_{ijkl}^f). On s'intéressera plus précisément à des inhomogénéités ayant la forme d'ellipsoïdes de révolution ($a=b \geq c$, $\alpha=c/a$). a , b et c sont les rayons de l'ellipsoïde et α est son facteur de forme (Figure II.5).

Etape 1: Ayant mis en évidence le fait que les déformations sont uniformes à l'intérieur d'une inhomogénéité ellipsoïdale lorsque σ_{ij}^o est uniforme, ESHELBY (1957) introduit le tenseur d'Eshelby, S_{ijkl} . Ce tenseur traduit la relation existant entre la déformation due à la présence de l'inhomogénéité, ε_{ij} , et la eigenstrain correspondante ε_{ij}^* (cf. ANNEXE C):

$$\varepsilon_{ij} = S_{ijkl}\varepsilon_{kl}^*.\tag{II.17}$$

Cette expression combinée à la relation (II.16) fournit:

$$\left(C_{ijkl}^f - C_{ijkl}^s\right)\varepsilon_{kl}^o = \left(C_{ijkl}^s - C_{ijkl}^f\right)S_{klmn}\varepsilon_{mn}^* - C_{ijkl}^s\varepsilon_{kl}^*.\tag{II.18}$$

Cette équation constitue la base de la méthode d'ESHELBY (1957). En effet, les modules élastiques de la matrice solide et de l'inhomogénéité sont connus: ce sont des paramètres d'entrée.

De même, on peut déterminer le tenseur d'Eshelby. Ce tenseur a été calculé pour des conditions particulières (cf. ANNEXE C):

- ellipsoïde de révolution aplati, *i.e.*, avec un facteur de forme α négligeable devant 1, contenant une phase isotrope, et placé à l'intérieur d'une matrice solide isotrope (ESHELBY, 1957; WALSH, 1969).
- ellipsoïde de révolution situé à l'intérieur d'une matrice solide isotrope transverse dont les axes sont parallèles à ceux de l'ellipsoïde (MURA, 1987). Le composant à l'intérieur de l'ellipsoïde peut aussi avoir les propriétés élastiques d'un cristal isotrope transverse dont les axes seraient parallèles à ceux de l'ellipsoïde.

Il est donc possible à partir de cette équation d'estimer la eigenstrain ε_{ij}^* en fonction de la déformation à l'infini ε_{ij}^o .

Remarque: Il est intéressant pour la suite de rappeler la notation introduite par WU (1966). WU (1966) a défini un tenseur T_{ijkl} tel que $\varepsilon_{ij}^* = T_{ijkl}\varepsilon_{kl}^o$.

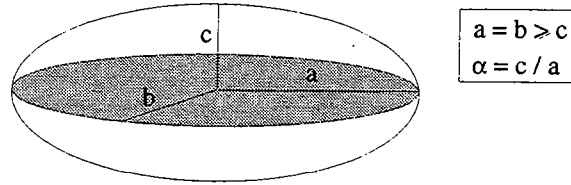


Figure II.5: Ellipsoïde de révolution.

Etape 2: En introduisant une inhomogénéité élastique dans un milieu élastique, ESHELBY (1957) développe deux approches. Il suppose que:

- (1) la contrainte à l'infini est constante,
- (2) les déplacements à l'infini sont constants.

Pour calculer les propriétés élastiques effectives (soit le tenseur des modules C_{ijkl}^* , soit le tenseur de déformabilité S_{ijkl}^*), ESHELBY (1957) s'appuie en outre sur le bilan énergétique par unité de volume. On rappelle que σ_{ij}^o et σ_{ij} sont respectivement les contraintes appliquées à l'infini et les contraintes dues à la présence de l'inhomogénéité. ε_{ij}^o et ε_{ij} sont les déformations associées. On considère:

- d'un côté, le milieu effectif, homogène, dont les propriétés élastiques sont définies à partir de C_{ijkl}^* ou S_{ijkl}^* . Son énergie élastique est:

$$\begin{aligned} E^* &= \frac{1}{2} \sigma_{ij}^o \varepsilon_{ij}^o = \frac{1}{2} C_{ijkl}^* \varepsilon_{kl}^o \varepsilon_{ij}^o \\ &= \frac{1}{2} S_{ijkl}^* \sigma_{ij}^o \sigma_{kl}^o. \end{aligned} \quad (\text{II.19})$$

- d'un autre côté, la matrice solide, infinie, homogène, dont les propriétés élastiques sont définies C_{ijkl}^s ou S_{ijkl}^s , contenant une inhomogénéité ellipsoïdale, homogène et de fraction volumique ϕ . On

note E_o l'énergie élastique de la matrice solide sans l'inhomogénéité:

$$\begin{aligned} E_o &= \frac{1}{2} \sigma_{ij}^o \varepsilon_{ij}^o = \frac{1}{2} C_{ijkl}^s \varepsilon_{kl}^o \varepsilon_{ij}^o \\ &= \frac{1}{2} S_{ijkl}^s \sigma_{ij}^o \sigma_{kl}^o. \end{aligned} \quad (\text{II.20})$$

Si on introduit à présent l'inhomogénéité à l'intérieur de la matrice, tout en maintenant constantes les forces appliquées à l'infini, l'énergie élastique augmente de ΔE . ESHELBY (1957) montre que $\Delta E = -E_{int}$ si les contraintes à l'infini sont uniformes et $\Delta E = +E_{int}$ si les déformations à l'infini sont uniformes. E_{int} est par définition l'énergie d'interaction entre l'inhomogénéité et les forces appliquées à l'infini. Suivant ESHELBY (1957), on a (cf. ANNEXE D):

$$E_{int} = -\frac{1}{2} \phi \sigma_{ij}^o \varepsilon_{ij}^* \quad (\text{II.21})$$

où ε_{ij}^* est la eigenstrain à l'intérieur de l'inclusion simulant l'inhomogénéité. On obtient donc les relations suivantes:

(1) contraintes constantes à l'infini

$$E^* = E_o - E_{int}. \quad (\text{II.22})$$

(2) déplacements constants à l'infini

$$E^* = E_o + E_{int}. \quad (\text{II.23})$$

Ces relations se traduisent par:

(1) Contraintes constantes à l'infini

$$S_{ijkl}^* \sigma_{ij}^o \sigma_{kl}^o = S_{ijkl}^s \sigma_{ij}^o \sigma_{kl}^o + \sigma_{ij}^o \varepsilon_{ij}^* \phi. \quad (\text{II.24})$$

(2) Déplacements constants à l'infini

$$C_{ijkl}^* \varepsilon_{ij}^o \varepsilon_{kl}^o = C_{ijkl}^s \varepsilon_{ij}^o \varepsilon_{kl}^o - \sigma_{ij}^o \varepsilon_{ij}^* \phi. \quad (\text{II.25})$$

Ces deux dernières relations, combinée à la (II.18), permettent de calculer soit S_{ijkl}^* pour une charge constante à l'infini, soit C_{ijkl}^* pour des déplacements constants à l'infini.

Remarque: Dans le cas d'une charge constante à l'infini, on obtient les composantes individuelles de S_{ijkl}^* à partir de l'équation (II.24). Par exemple, pour calculer S_{1122}^* , on pose $\sigma_{11}^o = \sigma_{22}^o = 1$ tandis que les autres σ_{ij}^o sont considérés comme nuls. Rappelons que $\sigma_{ij}^o = C_{ijkl}^s \varepsilon_{kl}^o$. Dans le cas de déplacements constants à l'infini, on procède de manière analogue à partir de l'équation (II.25).

Enfin, au lieu de faire un bilan énergétique, on peut aussi utiliser les équations (II.13), sachant que la déformation moyenne dans Ω est $\langle \varepsilon_{ij}^f \rangle = \langle \varepsilon_{ij}^o + \varepsilon_{ij}^* \rangle$. Cette déformation peut être déduite des équations (II.15) et (II.14). Les résultats ainsi obtenus pour les modules effectifs sont équivalents à ceux déduits de l'approche énergétique.

3. Milieux isotropes et anisotropes

En utilisant la méthode d'Eshelby, on détermine les propriétés élastiques effectives pour un milieu constitué d'une matrice solide infiniment étendue et d'une unique cavité poreuse de forme ellipsoïdale, vide ou saturée en fluide, de fraction volumique égale à ϕ . On analyse seulement le cas d'une matrice solide isotrope.

L'inhomogénéité étant ellipsoïdale, les propriétés effectives résultantes (C_{ijkl}^* ou S_{ijkl}^*) sont anisotropes.

Le principe des théories de la perturbation au premier ordre est d'étendre les résultats démontrés plus haut pour une inclusion de fraction volumique ϕ à un ensemble de plusieurs inclusions de géométrie identique dont la fraction volumique totale ϕ reste négligeable devant 1. Cette approximation suppose que les interactions entre les inclusions sont ignorées. En conséquence, la théorie de la perturbation est du premier ordre.

Ainsi, en utilisant les équations (II.24) et (II.25), on peut calculer respectivement S_{ijkl}^* et C_{ijkl}^* , pour des conditions aux limites différentes, en fonction de ϕ , tant que $\phi \ll 1$. On définit alors un milieu anisotrope.

Milieux isotropes: Pour obtenir un milieu isotrope à partir d'une matrice solide isotrope contenant des inclusions ellipsoïdales de même forme, deux configurations peuvent être envisagées.

– (1): Les inclusions ellipsoïdales sont des sphères ($a=b=c$) [Figure II.6 a)]. Dans ce cas, la méthode d'Eshelby conduit directement à des propriétés élastiques isotropes, car tous les axes sont équivalents.

– (2): Les ellipsoïdes ont des orientations distribuées aléatoirement [Figure II.6 b)]. L'ensemble des orientations peut être décrit en appliquant le système de rotations défini par rapport aux trois angles d'Euler, soit à C_{ijkl}^* , soit à S_{ijkl}^* . Cette transformation est unitaire et orthogonale. On peut alors mettre des invariants I_1 et I_2 en évidence (HIRTH et LOTHE, 1968).

§. Si la déformation est uniforme et égale à la déformation moyenne (moyenne de Voigt):

$$\begin{aligned} I_1 &= C_{ijij}^* = \text{constante} \\ I_2 &= C_{iijj}^* = \text{constante}. \end{aligned} \quad (\text{II.26})$$

Or, pour un milieu isotrope, on peut facilement calculer ces invariants en fonction des modules effectifs d'incompressibilité K^* et de cisaillement μ^* . Il apparaît alors:

$$\begin{aligned} K^* &= \frac{1}{9} C_{iijj}^* \\ \mu^* &= \frac{1}{30} (3C_{ijij}^* - C_{iijj}^*). \end{aligned} \quad (\text{II.27})$$

§. Si la contrainte est uniforme et égale à la contrainte moyenne (moyenne de Reuss):

$$\begin{aligned} I_1 &= S_{ijij}^* = \text{constante} \\ I_2 &= S_{iijj}^* = \text{constante}. \end{aligned} \quad (\text{II.28})$$

De même, pour un milieu isotrope, on peut montrer:

$$\begin{aligned} \frac{1}{K^*} &= S_{iijj}^* \\ \frac{1}{\mu^*} &= \frac{2}{15} (3S_{ijij}^* - S_{iijj}^*). \end{aligned} \quad (\text{II.29})$$

Milieux anisotropes: Les résultats d'ESHELBY (1957) sont valables pour un seul ellipsoïde. On peut étendre ces résultats à un ensemble de plusieurs ellipsoïdes en supposant que ces ellipsoïdes sont identiques (même forme, même orientation) [Figure II.6 c)]. On a alors un milieu anisotrope, plus précisément isotrope transverse (*cf.* ANNEXE A), dont les axes principaux sont parallèles à ceux des ellipsoïdes. Les résultats découlant de la méthode d'Eshelby peuvent être directement utilisés.

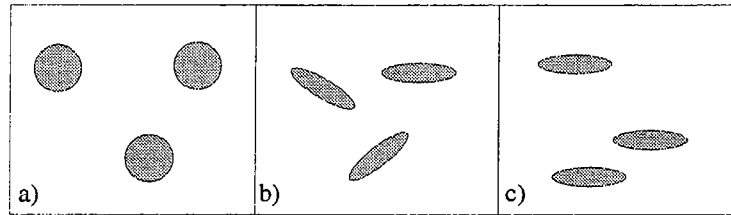


Figure II.6: Configurations envisagées.

Ainsi, les expressions de la théorie de la perturbation au premier ordre peuvent être étendues au cas où plusieurs inclusions sont présentes dans le milieu. Néanmoins, comme les interactions entre ces inclusions sont ignorées, on ne peut en considérer un grand nombre. Pour une porosité de pores arrondis (représentés par des sphères), cette condition implique que la porosité $\phi \ll 1$. Pour une porosité de fissures (schématisées par des ellipsoïdes de révolution de facteur de forme α), la limite précédente se traduit en termes de densité de fissures ϵ . Ce paramètre, à ne pas confondre avec le nombre de fissures par unité de volume à été introduit par O'CONNELL et BUDIANSKY (1974). Il est défini par:

$$\epsilon = \frac{3}{4\pi} \frac{\phi}{\alpha}. \quad (\text{II.30})$$

Les modules élastiques effectifs de milieux fissurés peuvent être calculés à partir des méthodes de perturbation au premier ordre tant que $\epsilon \ll 1$.

4. Expressions dérivées

La théorie de la perturbation au premier ordre ignore la taille des inclusions. Cette approche est insensible aux problèmes d'échelle. Elle suppose seulement que la taille des inclusions est très petite par rapport à la longueur d'onde.

On s'attache à développer la méthode d'Eshelby dans le cas d'une matrice solide isotrope contenant des inclusions sphériques (*cf.* ANNEXE C). On appelle K_s et μ_s les modules d'incompressibilité et de cisaillement de la matrice et K_f le module d'incompressibilité des inclusions. On considère que leur module de cisaillement est nul. Le milieu effectif est isotrope. On exprime alors les modules d'incompressibilité et de cisaillement effectifs K^* et μ^* en fonction de K_s et μ_s , K_f et de la concentration volumique ϕ des inclusions. Nous avons vu que deux approches étaient envisageables, suivant les conditions aux limites appliquées.

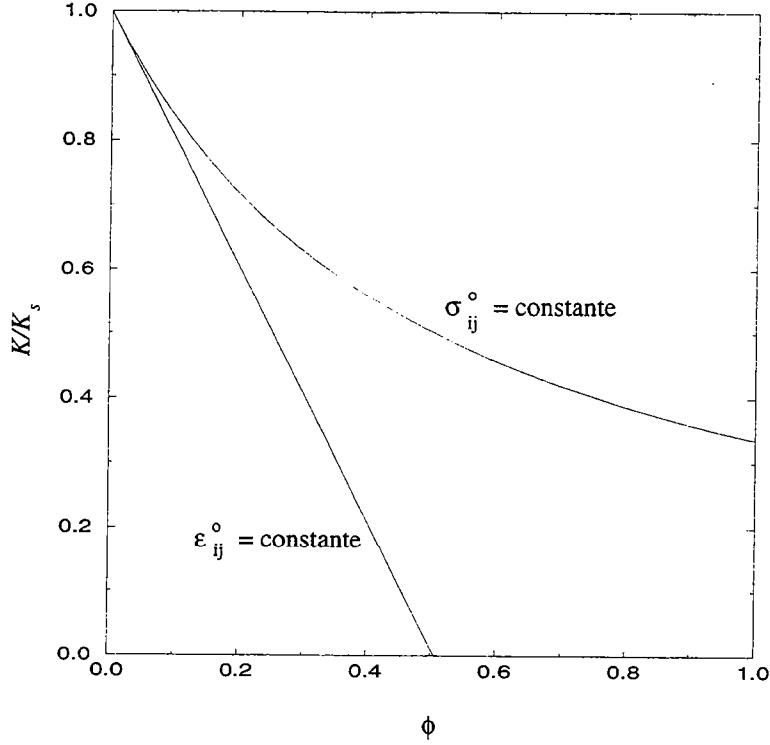


Figure II.7: Module effectif d'incompressibilité normalisé en fonction de la porosité. Application de la théorie de la perturbation au premier ordre. Les inclusions considérées sont sphériques. ($K_s=38$ GPa, $\mu_s=22.8$ GPa, $K_f=2.2$ GPa)

(1) Si on suppose que les contraintes appliquées à l'infini sont constantes:

$$\frac{1}{K^*} = \frac{1}{K_s} + \frac{(3K_s + 4\mu_s)(K_s - K_f)\phi}{K_s^2(3K_f + 4\mu_s)} \quad (\text{II.31})$$

$$\frac{1}{\mu^*} = \frac{1}{\mu_s} + \frac{5(3K_s + 4\mu_s)\phi}{\mu_s(9K_s + 8\mu_s)}. \quad (\text{II.32})$$

(2) Si on suppose que les déplacements à l'infini sont constants:

$$K^* = K_s - \frac{(3K_s + 4\mu_s)(K_s - K_f)\phi}{(3K_f + 4\mu_s)} \quad (\text{II.33})$$

$$\mu^* = \mu_s - \frac{5\mu_s(3K_s + 4\mu_s)\phi}{(9K_s + 8\mu_s)}. \quad (\text{II.34})$$

On constate que lorsque $\phi \ll 1$, les expressions de K^* et μ^* obtenues en considérant des contraintes constantes à l'infini [équations (II.31) et (II.32)] tendent vers celles fournies en supposant les déplacements constants à l'infini [équations (II.33) et (II.34)]. Sur la Figure II.7, on a représenté le module d'incompressibilité effectif normalisé en fonction de la porosité. Ce module est calculé soit à partir de la condition de contraintes constantes à l'infini, soit de déplacements constants à l'infini. On observe que, dans ce dernier cas, le module s'annule pour une porosité finie de ϕ . Un comportement analogue peut être mis en évidence pour le module de cisaillement effectif.

5. Comparaison avec la théorie de Biot-Gassmann

Dans les sections précédentes, nous avons présenté une approche générale basée sur la théorie de la perturbation au premier ordre. Il est intéressant de la comparer avec la théorie de Biot-Gassmann présentée plus haut [équations (I.6) et (I.7)]. Rappelons que cette dernière concerne le calcul des modules effectifs dans le cas d'un milieu isotrope et saturé en fluide. Une des hypothèses fondamentales de la théorie de Biot-Gassmann est que la pression de fluide est uniforme à l'intérieur de l'espace poreux, ce qui implique que cette théorie s'applique à basse fréquence.

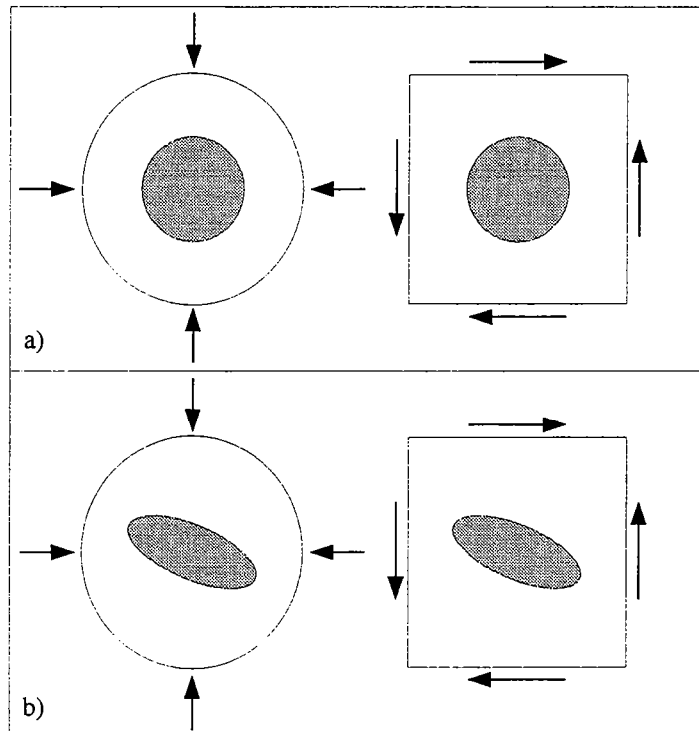


Figure II.8: Application d'une compression hydrostatique ou d'un cisaillement pur sur une inclusion de fluide placée à l'intérieur d'une matrice solide.

On considère à présent le comportement du fluide caractérisé par la théorie de la perturbation au premier ordre. Si on applique (1) une contrainte hydrostatique, (2) un cisaillement pur

- sur une matrice solide contenant des inclusions sphériques saturées en fluide [Figure II.8 a)]: pour des raisons de symétrie, la pression de fluide est la même dans tout l'espace poreux (*i.e.*, inclusions sphériques), que ce soit en compression hydrostatique ou en cisaillement pur. Dans ce cas particulier, la théorie de Biot-Gassmann et la théorie de la perturbation au premier ordre correspondent à la même situation (*i.e.*, pression de fluide identique dans toutes les inclusions).

- sur une matrice solide contenant une distribution isotrope d'inclusions de fluide ellipsoïdales (ces inclusions ont par hypothèse la même géométrie) [Figure II.8 b)]:

il apparaît cette fois que bien qu'on ait des hétérogénéités anisotropes, le fait d'appliquer un champ de contrainte isotrope (compression hydrostatique) permet de conserver des propriétés de symétrie (invariance par rotation de l'ellipsoïde). Ainsi, en compression hydrostatique, la pression de fluide est la même dans toutes les inclusions ou fissures. Au contraire, l'application d'un champ de contrainte anisotrope (cisaillement pur) implique que la pression de fluide à l'intérieur des inclusions dépend de leur orientation (il n'y a pas d'invariance par rotation). Dans ce cas, tout se passe comme si les

inclusions étaient à des pressions différentes. En d'autres termes, la situation est celle d'un milieu où chaque inclusion fluide peut être vue comme une inclusion d'un matériau spécifique. Ainsi, lorsque la matrice solide contient une distribution isotrope d'ellipsoïdes saturés en fluide, la théorie de Biot-Gassmann et celle de la perturbation au premier ordre correspondent à des situations différentes.

On peut remarquer que puisque la théorie de la perturbation au premier ordre induit des pressions de fluide différentes à l'intérieur des inclusions, dans le cas d'une distribution isotrope d'ellipsoïdes, elle semble appropriée pour décrire le mécanisme de l'écoulement local. Néanmoins, si l'on peut prendre en compte les variations de pression liées à l'orientation des fissures, il est impossible de considérer les variations locales de la compressibilité de l'espace poreux. En effet, la théorie de la perturbation au premier ordre suppose que les inclusions à l'intérieur du milieu ont la même forme. La théorie de la perturbation au premier ordre permet ici le calcul des modules effectifs pour des fréquences supérieures à la fréquence caractéristique de l'écoulement local. En ce sens, cette théorie est une théorie haute fréquence, contrairement à la théorie de Biot-Gassmann qui décrit un comportement basse fréquence. On constate que parfois, dans la littérature, les théories de la perturbation au premier ordre, et plus généralement les théories de milieux effectifs, ont été assimilées à des théories basse fréquence, car le principe d'homogénéisation oblige à supposer que la longueur d'onde λ est très grande par rapport à la taille des inclusions. Cette terminologie est susceptible d'induire une certaine confusion. Il faut retenir que les pressions de fluide ne s'équilibrent pas entre les fissures, qu'il n'y a pas d'écoulement local, ce qui signifie que la théorie de la perturbation au premier ordre s'applique à des fréquences supérieures à la fréquence caractéristique de l'écoulement local.

On pourrait de même confronter les résultats déduits de la théorie de la perturbation au premier ordre avec les équations établies par BROWN et KORRINGA (1975) pour la configuration particulière correspondant à un milieu fissuré isotrope transverse [Figure II.6 c)]. Dans ce cas, les ellipsoïdes de révolution sont tous identiques et ont leurs axes principaux parallèles. La pression de fluide ne dépend pas alors de l'orientation des ellipsoïdes et est la même dans toutes les inclusions. Pour cette géométrie précise, la théorie de la perturbation au premier ordre concorde avec le modèle de BROWN et KORRINGA (1975).

Il faut rappeler que THOMSEN (1985) a étudié la compatibilité entre les théories des milieux effectifs et la théorie de Biot-Gassmann dans le cas d'un milieu isotrope et qu'il arrive à des résultats qui peuvent sembler contradictoires avec les nôtres. Il considère un modèle de perturbation au premier ordre, encore appelé modèle de non-interaction, déduit des travaux de BUDIANSKY et O'CONNELL (1980) et montre que ce modèle donne des résultats en accord avec la théorie de Biot-Gassmann [*i.e.*, qu'il vérifie les équations (I.6) et (I.7)]. Son modèle de non-interaction est en fait une version modifiée de la théorie de la perturbation au premier ordre. En effet, il décrit un milieu qui contient à la fois des pores ronds et des fissures, et où l'équilibre des pressions de fluide entre ces deux populations d'inclusions est possible. La compatibilité avec la théorie de Biot-Gassmann en découle logiquement. Cependant, le modèle analysé par THOMSEN (1985) est un modèle de non-interaction évolué et non un modèle de perturbation au premier ordre.

THOMSEN (1985) suggère que la justification des modèles de milieux effectifs passe nécessairement par la vérification des équations de Gassmann. Or, ces deux théories s'appuient sur des hypothèses différentes et décrivent des situations différentes. La théorie des milieux effectifs n'est pas un cas particulier de la théorie de Biot-Gassmann (et inversement) et ne doit pas nécessairement fournir les mêmes résultats. Nous avons vu que le comportement du fluide est un facteur déterminant. Il est plus intéressant de faire ressortir la complémentarité plutôt que la compatibilité ou incompatibilité de ces deux approches.

IV. THEORIE AUTO-COHERENTE

La théorie de la perturbation au premier ordre permet de déterminer les modules effectifs pour une situation simple: une inclusion unique, de géométrie fixée, placée à l'intérieur de la matrice solide. A la limite, les expressions obtenues sont étendues au cas où plusieurs inclusions sont présentes dans la matrice solide, mais leur concentration volumique, à savoir ϕ , doit être très inférieure à 1. Cette approche ne prend pas en compte les interactions entre les différentes inclusions. Pour mieux approximer les modules élastiques effectifs de roches réelles, il est indispensable de pouvoir considérer le cas d'un grand nombre d'inclusions à l'intérieur de la matrice solide. C'est pourquoi l'approche auto-cohérente a été développée (HILL, 1965; WU, 1966; O'CONNELL et BUDIANSKY, 1974).

La théorie auto-cohérente a été initialement mise au point pour des agrégats polycristallins (HERSHEY, 1954; KRONER, 1958). BUDIANSKY (1965, 1970) et HILL (1965) y ont eu ensuite recours pour caractériser les propriétés élastiques de matériaux polyphasés. Le principe de base est le suivant. Le champ de déformation induit par un ensemble d'hétérogénéités (C_{ijkl}^f) présent dans une matrice solide homogène (C_{ijkl}^s) est supposé équivalent à celui engendré par la présence d'une unique hétérogénéité placée à l'intérieur d'une matrice homogène dont les propriétés élastiques sont celles du milieu effectif, à savoir C_{ijkl}^* (Figure II.9).

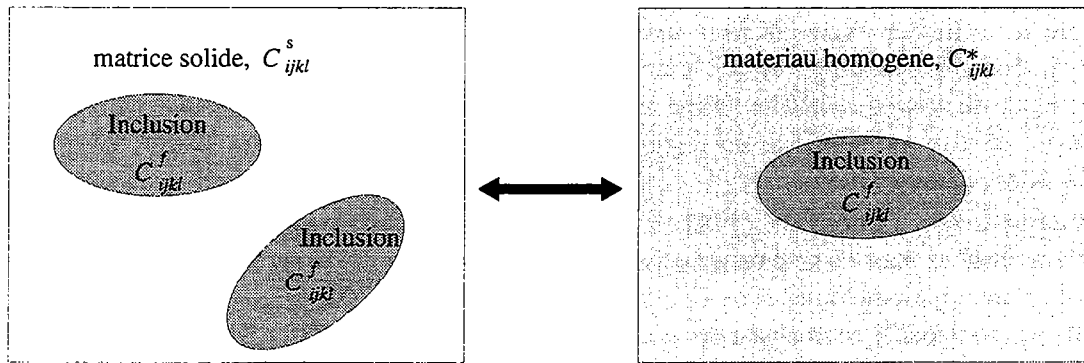


Figure II.9: Milieu considéré pour le calcul de la eigenstrain ε_{ij}^* par la méthode auto-cohérente.

En suivant cette méthodologie, on doit pouvoir prendre en compte approximativement les effets d'interaction entre les hétérogénéités et donc prédire les modules élastiques jusque des valeurs élevées de la porosité ou densité de fissures.

De nombreux modèles asymétriques (HILL, 1965; WU, 1966; O'CONNELL et BUDIANSKY, 1974) et symétriques (KORRINGA *et al.*, 1979; BERRYMAN, 1980) s'appuyant sur la théorie auto-cohérente ont été élaborés. Bien que les méthodes présentées soient très diverses, on en rapporte une, attachée à la veine asymétrique et reposant sur la théorie d'ESHELBY (1957), dont la démarche demeure relativement claire.

L'une des étapes essentielles est la détermination de la eigenstrain ε_{ij}^* en fonction des déformations à l'infini ε_{ij}^o . On intègre le principe auto-cohérent à ce niveau. On remplace les propriétés de la matrice solide par celles du milieu effectif. La relation (II.18) devient:

$$(C_{ijkl}^f - C_{ijkl}^*) \varepsilon_{kl}^o = (C_{ijkl}^* - C_{ijkl}^f) S_{klmn} \varepsilon_{mn}^* - C_{ijkl}^* \varepsilon_{kl}^*. \quad (\text{II.35})$$

Le tenseur d'Eshelby s'exprime non plus en fonction des propriétés élastiques de la matrice solide, mais de celles du matériau homogène (C_{ijkl}^*). De plus, on a $\sigma_{ij}^o = C_{ijkl}^* \varepsilon_{kl}^o$.

La deuxième étape du calcul (MURA, 1987) consiste à considérer les contraintes et déformations moyennes dans la matrice solide ($\langle \sigma^s \rangle$ et $\langle \varepsilon^s \rangle$) ainsi que dans la phase fluide ($\langle \sigma^f \rangle$ et $\langle \varepsilon^f \rangle$):

$$\begin{aligned}\langle \sigma^* \rangle &= (1 - \phi) \langle \sigma^s \rangle + \phi \langle \sigma^f \rangle \\ \langle \varepsilon^* \rangle &= (1 - \phi) \langle \varepsilon^s \rangle + \phi \langle \varepsilon^f \rangle\end{aligned}\quad (\text{II.36})$$

où $\langle \sigma^* \rangle (= \langle \sigma^o + \sigma \rangle)$ et $\langle \varepsilon^* \rangle (= \langle \varepsilon^o + \varepsilon \rangle)$ sont les contraintes et déformations moyennes dans le milieu et ϕ est la porosité ou concentration volumique des inclusions. $\langle \sigma^f \rangle$ et $\langle \varepsilon^f \rangle$ sont estimées à partir des équations (II.15) et (II.14) écrites en considérant le domaine défini à l'intérieur de l'inclusion. Notons en outre que $\langle \sigma_{ij}^s \rangle = C_{ijkl}^s \langle \varepsilon_{kl}^s \rangle$.

Dans le cas simple d'une matrice contenant des inclusions sphériques, on peut montrer que les modules effectifs d'incompressibilité K^* et de cisaillement μ^* s'expriment de la manière suivante:

(1) si on applique une contrainte uniforme à l'infini (WU, 1966)

$$\begin{aligned}\frac{1}{K^*} &= \frac{1}{K_s} + \frac{(3K^* + 4\mu^*)(K_s - K_f)\phi}{(3K_f + 4\mu^*)K^*K_s} \\ \frac{1}{\mu^*} &= \frac{1}{\mu_s} + \frac{5(3K^* + 4\mu^*)\phi}{(9K^* + 8\mu^*)\mu^*}\end{aligned}\quad (\text{II.37})$$

(2) si on a des déplacements constants à l'infini (MURA, 1987)

$$\begin{aligned}K^* &= K_s - \frac{(3K^* + 4\mu^*)(K_s - K_f)\phi}{(3K_f + 4\mu^*)} \\ \mu^* &= \mu_s - \frac{5\mu_s(3K^* + 4\mu^*)\phi}{(9K^* + 8\mu^*)}.\end{aligned}\quad (\text{II.38})$$

On définit donc un système de 2 équations couplées résolu numériquement. Sur la Figure II.10, on a reporté les résultats obtenus en considérant une matrice solide (dont les propriétés élastiques sont $K_s=46.06$ GPa et $\mu_s=30.33$ GPa) contenant des inclusions sphériques vides. Les courbes représentées découlent de la condition (1). Des tests numériques nous ont permis de noter que ces résultats se superposent parfaitement à ceux rapportés par HILL (1965), WATT *et al.* (1976). En outre, on observera que les courbes déduites de la condition aux limites (2) posent des problèmes de résolution numérique. Néanmoins, on a pu montrer que pour des porosités inférieures à environ 30%, les solutions calculées à l'aide des conditions (1) et (2) sont équivalentes.

Lorsque les propriétés élastiques des phases en présence sont du même ordre, les méthodes auto-cohérentes symétriques et asymétriques fournissent des résultats vérifiant les bornes de Hashin-Shtrickman (BERRYMAN, 1980). Lorsque l'une des phases est un fluide ou le vide, les 2 méthodes sont encore compatibles avec ces bornes. Cependant, elles font apparaître une décroissance rapide des modules effectifs avec la porosité de sorte qu'on définit un seuil de porosité critique pour lequel les modules (K^* et μ^* pour des inclusions vides, μ^* pour des inclusions saturées) deviennent quasiment nuls. WATT *et al.* (1976) et BERRYMAN (1980) font remarquer que dans le cas d'inclusions

sphériques, les méthodes symétriques et asymétriques sont équivalentes: elles caractérisent la même porosité critique.

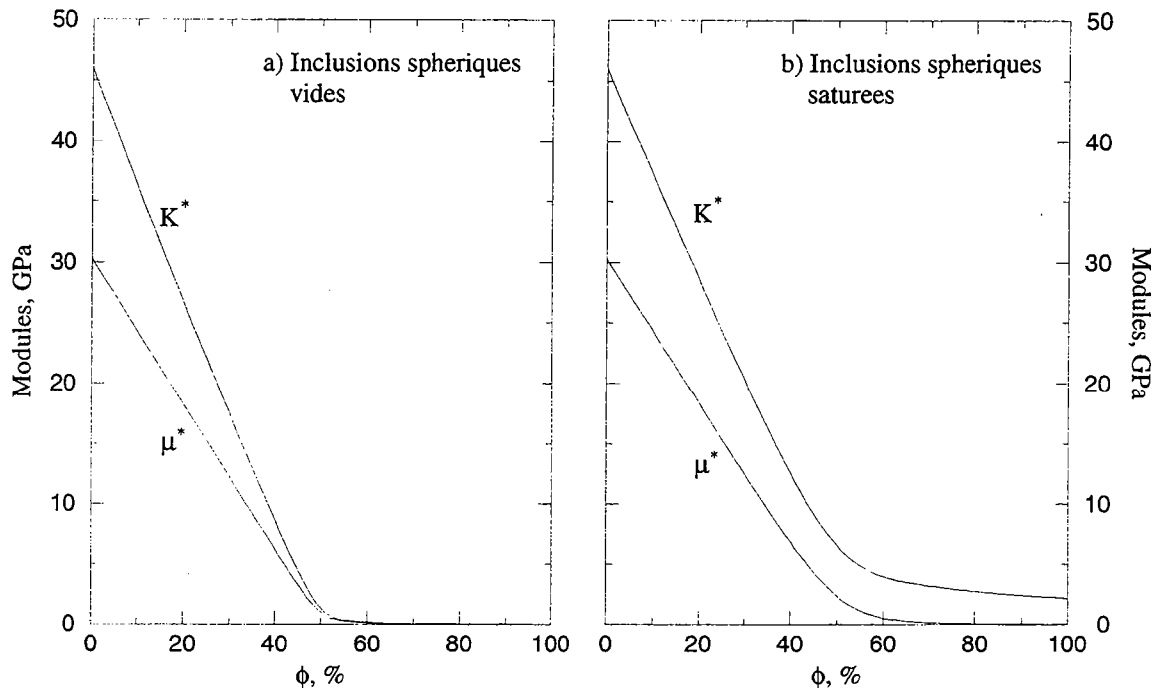


Figure II.10: Calcul des modules effectifs normalisés pour un milieu contenant des inclusions sphériques, par l'approche auto-cohérente. ($K_s=46.06$ GPa, $\mu_s=30.33$ GPa, $K_f=0$ ou 2.2 GPa)

WATT *et al.* (1976) estiment que le seuil de porosité critique vaut 50% ou 43% pour une matrice solide contenant une distribution isotrope de sphères ou de cylindres vides. Lorsque ces inclusions sont saturées, ces seuils évoluent respectivement vers 60% et 55%.

L'étude d'un milieu dans lequel se trouve incluse une population isotrope d'ellipsoïdes s'avère plus délicate. WU (1966) a construit un modèle permettant d'analyser le comportement d'un tel milieu à condition que les modules élastiques des inclusions soient non nuls. WALSH (1969) a ensuite amélioré ce modèle pour considérer aussi des ellipsoïdes vides ou saturés, de facteur de forme α négligeable devant 1. BERRYMAN (1980), supposant que les grains et les pores, saturés en fluide, ont la même géométrie, caractérise un seuil de porosité critique de 67% pour des ellipsoïdes de révolution aplatis avec un facteur de forme de 0.1. Il remarque que ce seuil se déplace de 60% (cas des sphères) vers 100%, lorsque le facteur de forme des ellipsoïdes tend vers 0. Un autre modèle mérite d'être rappelé pour avoir souvent servi de référence, celui de O'CONNELL et BUDIANSKY (1974). Ces auteurs, s'appuyant sur des considérations énergétiques, examinent le comportement élastique d'une matrice solide comportant une distribution isotrope d'ellipsoïdes de révolution, infiniment aplatis. Ils mettent ainsi en évidence un seuil de densité de fissures critique ϵ de 9/16 et 45/32 lorsque les inclusions sont respectivement sèches et saturées. Au-delà de ce seuil, les modules prédits sortent du domaine délimité par les bornes de Hashin-Shtrickman. Ce modèle a soulevé de nombreuses controverses. BRUNER (1976), CLEARY (1978) et HENYEY et POMPHREY (1982) affirment que O'CONNELL et BUDIANSKY (1974) surestiment l'énergie d'interaction entre les inclusions ce qui implique une diminution trop rapide des modules élastiques avec la porosité.

Plusieurs auteurs (entre autres, BERGE *et al.*, 1995) marquent leur préférence pour l'approche auto-cohérente, car elle souligne l'existence d'un seuil critique pour la porosité ou densité de fissures.

Ce seuil critique correspondrait à une perte de cohérence du milieu. Cette situation peut être visualisée en considérant une roche dont le réseau poreux est si dense qu'il conduit à la désagrégation de la matrice solide. Il faudrait pourtant pouvoir être capable d'appréhender la signification physique du seuil mis en évidence par les modèles auto-cohérents. S'agit-il réellement d'un seuil de désagrégation? Pourquoi les valeurs déterminées par plusieurs auteurs sont-elles si différentes? Pourquoi les seuils définis pour des roches sèches ou saturées ne sont-ils pas les mêmes? Notons aussi que le modèle de perturbation au premier ordre (avec déformation constante à l'infini) prédit aussi un tel seuil. Ce n'est pas pour autant un bon modèle.

Ainsi, la prédiction d'un seuil critique par la modélisation auto-cohérente apparaît au prime abord un avantage, puisque ce seuil peut être interprété comme un seuil de percolation mécanique où la roche se désagrège. Cet avantage est à la base pourtant d'un inconvénient, car sujet à discussion. KACHANOV (1993), examinant le modèle de O'CONNELL et BUDIANSKY (1974), affirme que puisque le principe fondamental de la théorie auto-cohérente est de considérer une fissure unique à l'intérieur d'une matrice effective, il semble incohérent de prévoir un seuil critique qui ne dépend que des intersections de fissures. KACHANOV (1993) suggère que la densité de fissures critique mise en évidence par O'CONNELL et BUDIANSKY (1974) résulte simplement de la structure du potentiel élastique considéré: elle ne semble pas avoir d'interprétation compatible avec les hypothèses inhérentes à la théorie auto-cohérente. Par ailleurs, on peut rappeler les résultats de HOENIG (1979) qui a étendu l'approche auto-cohérente de O'CONNELL et BUDIANSKY (1974) de sorte qu'il puisse calculer les propriétés élastiques effectives pour des matériaux contenant des distributions non isotropes de fissures. Cet auteur examine une distribution isotrope transverse planaire de fissures (*i.e.*, les fissures sont distribuées aléatoirement dans des plans parallèles à un plan de référence), ainsi qu'une distribution isotrope transverse cylindrique (*i.e.*, les fissures ont leurs normales toutes parallèles à un plan donné). HOENIG (1979) montre que ni pour la première situation, ni pour la seconde (où la probabilité d'intersection des fissures est élevée), on n'observe de seuil critique où les modules élastiques s'annulent.

Par ailleurs, des données expérimentales (PEACH, 1991; ZHANG *et al.*, 1994) tendent à montrer que le seuil de désagrégation des roches est supérieur aux limites caractérisées par O'CONNELL et BUDIANSKY (1974).

Enfin, il est important de rappeler l'une des critiques énoncées par KORRINGA *et al.* (1979) vis à vis des modèles auto-cohérents de WU (1966) et WALSH (1969). En effet, ces auteurs ne respectent pas les égalités [équations (II.6)] auxquelles doivent se plier les facteurs d'intensification. Nous avons déjà souligné que là était l'origine du seuil prédit par la théorie de la perturbation au premier ordre (Figure II.7). Les mêmes causes produisent les mêmes effets, il en est de même ici.

V. THEORIE DIFFERENTIELLE AUTO-COHERENTE

1. Principes et méthodologie

La description des propriétés élastiques des roches oblige à considérer des concentrations volumiques faibles et/ou fortes de pores/fissures. Nous avons vu que la théorie de la perturbation au premier ordre ignorait l'interaction entre les inclusions, ce qui la limite à de faibles concentrations volumiques d'inclusions. Par ailleurs, l'approche auto-cohérente a suscité de nombreuses polémiques, certains auteurs (BRUNER, 1976; CLEARY, 1978; HENYEU et POMPHREY, 1982) l'estimant non fondée. Ceux-ci préconisent plutôt d'étendre la théorie de la perturbation au premier ordre à partir du schéma différentiel auto-cohérent, ce qui permet d'analyser aussi le cas de concentrations élevées d'inclusions et d'éviter les difficultés apparues pour la méthode auto-cohérente (NISHISAWA, 1982).

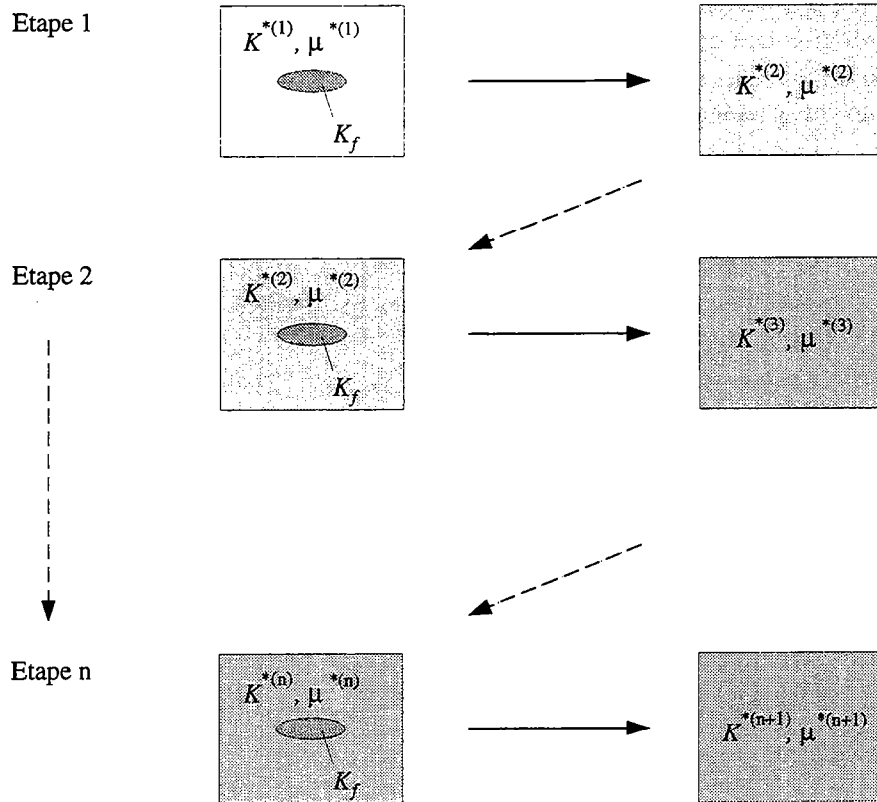


Figure II.11: Schéma du principe différentiel auto-cohérent.

Le principe de base de la théorie différentielle auto-cohérente s'appuie sur un processus itératif. Les inclusions (pores ronds ou fissures ellipsoïdales) sont introduites une par une dans le milieu. La $(n+1)^{\text{ème}}$ inclusion est ainsi introduite dans un milieu dont les propriétés élastiques sont celles du milieu contenant n inclusions (Figure II.11). De cette manière, la $(n+1)^{\text{ème}}$ inclusion est soumise à l'effet de la $n^{\text{ème}}$ inclusion, mais cet effet n'est pas comptabilisé 2 fois, comme il a pu apparaître pour certains modèles auto-cohérents (notamment celui de O'CONNELL et BUDIANSKY, 1974). De plus, comme les inclusions sont ajoutées une par une, à chaque étape n , tout se passe comme si on avait une inclusion unique à l'intérieur d'une matrice homogène. Dès lors, les expressions mises en évidence dans la théorie de la perturbation au premier ordre s'appliquent et permettent de calculer

les propriétés élastiques effectives à chaque étape n :

$$\begin{aligned} K^{*(n+1)} &= K^{*(n+1)}(K^{*(n)}, \mu^{*(n)}, K_f, dV) \\ \mu^{*(n+1)} &= \mu^{*(n+1)}(K^{*(n)}, \mu^{*(n)}, K_f, dV) \end{aligned} \quad (\text{II.39})$$

où dV est la fraction volumique de l'inclusion ajoutée ($K^{*(1)} = K_s$ et $\mu^{*(1)} = \mu_s$). On introduit ensuite successivement les inclusions jusqu'à l'obtention de la valeur requise pour la porosité.

L'approche différentielle auto-cohérente a de même été adaptée au calcul des propriétés électriques des roches (SHENG, 1991).

2. Estimation de la porosité

Suivant la procédure différentielle auto-cohérente, les inclusions sont ajoutées à l'intérieur de la matrice solide les unes après les autres, de telle sorte qu'à la fin on atteigne la porosité ϕ . Cette porosité ou concentration volumique totale des inclusions diffère de la somme des fractions volumiques dV des inclusions (McLAUGHLIN, 1977; NORRIS, 1985; ZIMMERMAN, 1991a, b). Cette caractéristique s'appréhende en termes de porosité ou de densité (masse volumique) effective.

1) Un artifice mathématique permet d'accéder simplement à l'estimation de la porosité. Il faut pour ce faire noter que des phénomènes de recouvrement d'inclusions sont possibles (BERGE *et al.*, 1992a). En effet, lorsqu'une inclusion est introduite à l'intérieur de la matrice solide, elle peut recouvrir une partie de la matrice solide ainsi qu'une partie des inclusions qui y ont été placées lors des étapes précédentes (Figure II.12). Seule, la fraction $(1-\phi)$ de dV contribue réellement à augmenter la porosité d'un incrément $d\phi$:

$$d\phi = (1 - \phi)dV. \quad (\text{II.40})$$

En supposant que n étapes sont nécessaires pour obtenir la porosité ϕ , on peut montrer par intégration (NORRIS, 1985; ZIMMERMAN, 1991b) que:

$$\phi = 1 - \exp(-ndV). \quad (\text{II.41})$$

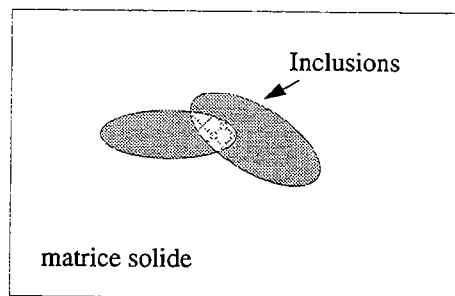


Figure II.12: Phénomène de recouvrement d'inclusions

2) Ce résultat peut aussi être mis en évidence à partir d'une description physique: on considère l'évolution de la densité ou masse volumique effective du milieu pendant l'addition successive d'inclusions. A chaque fois qu'une inclusion est placée à l'intérieur du milieu, la densité effective varie. On détermine l'expression de cette densité effective à l'étape n , à laquelle on atteint la valeur finale de la porosité ϕ :

$$\begin{aligned}\rho^{*(n)} &= \rho_s(1 - dV)^n + \sum_{i=0}^{n-1} \rho_f dV(1 - dV)^i \\ &= \rho_s(1 - \phi) + \rho_f \phi\end{aligned}\quad (\text{II.42})$$

où ρ_s et ρ_f sont respectivement les densités de la matrice solide et des inclusions. La porosité s'exprime alors:

$$\phi = 1 - (1 - dV)^n. \quad (\text{II.43})$$

Lorsque dV tend vers 0, les relations (II.41) et (II.43) convergent vers le même résultat.

3. Expressions dérivées

On s'intéresse dans ce paragraphe à la modélisation des propriétés élastiques d'une roche dont la porosité est assurée par des pores arrondis, représentés par des sphères. Les expressions obtenues pour la théorie de la perturbation au premier ordre deviennent alors:

(1) pour des contraintes uniformes à l'infini:

$$\frac{1}{K^{*(n)}} = \frac{1}{K^{*(n-1)}} + \frac{(3K^{*(n-1)} + 4\mu^{*(n-1)})(K^{*(n-1)} - K_f)dV}{K^{*(n-1)^2}(3K_f + 4\mu^{*(n-1)})} \quad (\text{II.44})$$

$$\frac{1}{\mu^{*(n)}} = \frac{1}{\mu^{*(n-1)}} + \frac{5(3K^{*(n-1)} + 4\mu^{*(n-1)})dV}{\mu^{*(n-1)}(9K^{*(n-1)} + 8\mu^{*(n-1)})}.$$

(2) pour des déformations uniformes à l'infini:

$$K^{*(n)} = K^{*(n-1)} - \frac{(3K^{*(n-1)} + 4\mu^{*(n-1)})(K^{*(n-1)} - K_f)dV}{(3K_f + 4\mu^{*(n-1)})} \quad (\text{II.45})$$

$$\mu^{*(n)} = \mu^{*(n-1)} - \frac{5\mu^{*(n-1)}(3K^{*(n-1)} + 4\mu^{*(n-1)})dV}{(9K^{*(n-1)} + 8\mu^{*(n-1)})}.$$

On rappelle que la porosité est déterminée à partir de la procédure décrite plus haut. Le comportement des propriétés élastiques effectives en fonction de la porosité peut être mis en évidence de deux manières distinctes: par résolution numérique ou par résolution des équations différentielles correspondant aux systèmes présentés (NORRIS, 1985; ZIMMERMAN, 1984, 1991a, b). Nous avons opté pour la procédure numérique. La justification de ce choix apparaîtra naturellement par la suite.

Sur la Figure II.13, nous avons représenté la variation des modules effectifs K^* et μ^* en fonction de la porosité ϕ . Il apparaît que le comportement prédit par le modèle différentiel auto-cohérent

est indépendant des conditions aux limites fixées. Cette particularité est due au fait que le modèle différentiel auto-cohérent est une application de la théorie de la perturbation au premier ordre, incrément de porosité par incrément de porosité. Or, on a pu constater que lorsque ϕ était négligeable devant 1, la théorie de la perturbation au premier ordre donnait les mêmes résultats pour des contraintes ou déformations uniformes à l'infini. En outre, on constate que K^* et μ^* évoluent progressivement depuis les valeurs caractéristiques de la matrice solide ($K^*/K_s=1$ et $\mu^*/\mu_s=1$) à $\phi=1$, jusqu'à celles du fluide ($K^*/K_s=K_f/K_s$ et $\mu^*/\mu_s=\mu_f/\mu_s$) à $\phi=0$.

On peut noter qu'il n'est pas nécessaire d'introduire les inclusions une à une dans la matrice, ce qui rallongerait le temps de calcul: on ajoute successivement des fractions volumiques d'inclusions $dV \ll 1$. En procédant à des tests numériques, on a montré qu'on pouvait concilier les impératifs du temps de calcul et de la précision avec la valeur $dV=10^{-6}$.

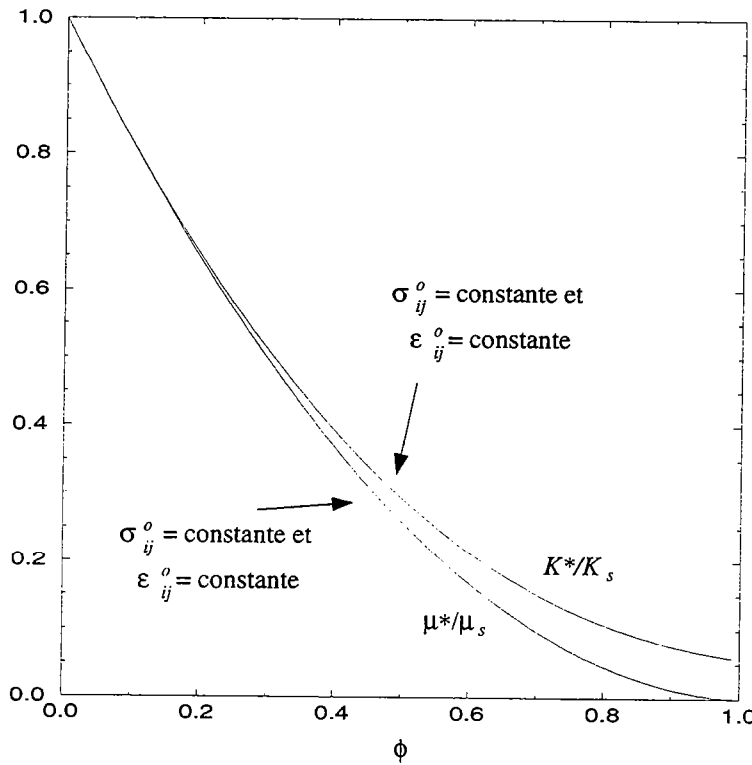


Figure II.13: Modules effectifs d'incompressibilité et de cisaillement normalisés, en fonction de la porosité. Application de la théorie différentielle auto-cohérente. Les inclusions considérées sont sphériques. ($K_s=38$ GPa, $\mu_s=22.8$ GPa, $K_f=2.2$ GPa)

4. Comparaison avec la théorie de Biot-Gassmann

Nous avons souligné que la théorie de la perturbation au premier ordre et la théorie de Biot-Gassmann fournissent des résultats distincts pour les modules élastiques effectifs des roches fissurées et saturées, tout au moins dans le cas d'une distribution isotrope de fissures. Le processus différentiel auto-cohérent correspondant à une application par itération de la théorie de la perturbation au premier ordre, les arguments précédemment exposés restent valables. D'autre part, des remarques complémentaires s'imposent, marquant davantage encore les différences entre la théorie différentielle auto-cohérente et la théorie de Biot-Gassmann. En effet, on peut montrer que pour une roche contenant des pores/fissures saturés par un liquide, les pressions de fluide dépendent de l'ordre d'introduction des pores/fissures.

Afin de déterminer les modules élastiques effectifs pour une porosité ϕ , on ajoute les inclusions poreuses dans la matrice, incrément par incrément. Soit V le volume d'une inclusion et ΔV la variation de ce volume. On suppose que la variation du volume de fluide est la même que la variation du volume de l'inclusion. On considère le milieu décrit à l'étape i (Figure II.14).

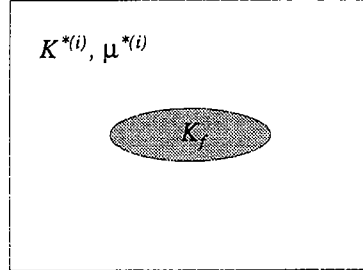


Figure II.14: Représentation du milieu considéré à l'étape i .

Notre objectif est ici d'estimer la variation de la pression de fluide Δp dans l'inclusion, lorsque le milieu représenté sur la Figure II.14 est soumis à une contrainte hydrostatique $\Delta \sigma$. On utilise le théorème de superposition (MAVKO et JIZBA, 1991). On écrit alors (Figure II.15):

$$\Delta V = \left(\frac{\Delta V}{\Delta \sigma} \right)_{\text{sec}} (\Delta \sigma - \Delta p) + \frac{\Delta p}{K^{*(i)}} V. \quad (\text{II.46})$$

Comme la variation du volume de fluide vaut $\Delta V = V \Delta p / K_f$, on obtient:

$$\frac{\Delta p}{\Delta \sigma} = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{K_f} - \frac{1}{K^{*(i)}} \right) \frac{1}{\frac{1}{V} \left(\frac{\Delta V}{\Delta \sigma} \right)_{\text{sec}}}}. \quad (\text{II.47})$$

Une démarche analogue peut être suivie dans le cas d'un cisaillement pur (MAVKO et JIZBA, 1991).

GEERSTMA (1957) et ZIMMERMAN *et al.* (1986) ont introduit 4 paramètres se rapportant aux compressibilités des roches. Ces paramètres résultent des diverses relations entre les variations de volume de roche V_r , de volume de pore V et les variations de pression de fluide p et de pression de confinement P_c :

$$\begin{aligned} \frac{1}{K_{bc}} &= -\frac{1}{V_r} \left(\frac{\partial V_r}{\partial P_c} \right)_p \\ \frac{1}{K_{bp}} &= \frac{1}{V_r} \left(\frac{\partial V_r}{\partial p} \right)_{P_c} \\ \frac{1}{K_{pc}} &= -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P_c} \right)_p \\ \frac{1}{K_{pp}} &= \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_{P_c} \end{aligned} \quad (\text{II.48})$$

En se référant à ces définitions, on observe que:

$$\frac{1}{K_{pc}} = -\frac{1}{V} \left(\frac{dV}{d\sigma} \right)_{\text{sec}} \quad (\text{II.49})$$

où K_{pc} est le module d'incompressibilité des pores pour une pression de confinement variable et une pression de pore constante.

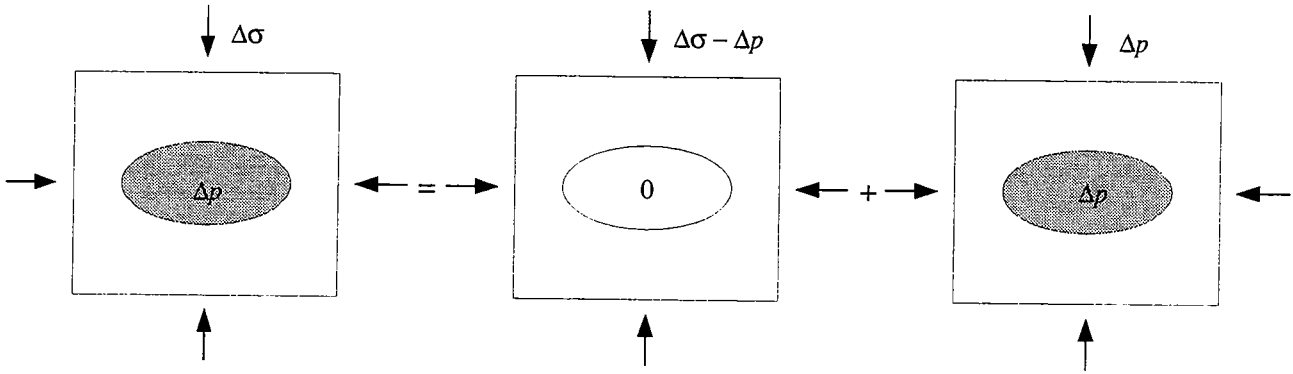


Figure II.15: Décomposition des contraintes dans le milieu saturé, à l'étape i .

A titre d'exemple, on examine plus particulièrement le cas d'une porosité de pores arrondis, simulés par des inclusions sphériques. ZIMMERMAN (1991b) fournit alors l'expression de K_{pc} :

$$\frac{1}{K_{pc}} = \frac{1}{K^{*(i)}} \frac{3(1 - \nu^{*(i)})}{2(1 - 2\nu^{*(i)})} \quad (\text{II.50})$$

où $\nu^{*(i)}$ est le coefficient de Poisson (cf. ANNEXE A) et $K^{*(i)}$ le module d'incompressibilité de la matrice analysée à l'étape i . Il apparaît alors clairement que la pression de fluide à l'intérieur des inclusions est contrôlée par la valeur de $K^{*(i)}$ et donc par leur ordre d'introduction respectif dans la matrice. On obtient en effet:

$$\frac{\Delta p}{\Delta \sigma} = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{K_f} - \frac{1}{K^{*(i)}} \right) \frac{2(1 - 2\nu^{*(i)})}{3(1 - \nu^{*(i)})} K^{*(i)}}. \quad (\text{II.51})$$

Pour cette configuration précise, le calcul montre (Figure II.16) que la variation de pression est faiblement affectée par l'ordre d'introduction des sphères tant que $\phi \leq 50\%$. Cette caractéristique tient au fait que les inclusions sphériques sont très peu compressibles. Aussi les modules effectifs du milieu évoluent-ils modérément lors de l'addition successive de ces inclusions.

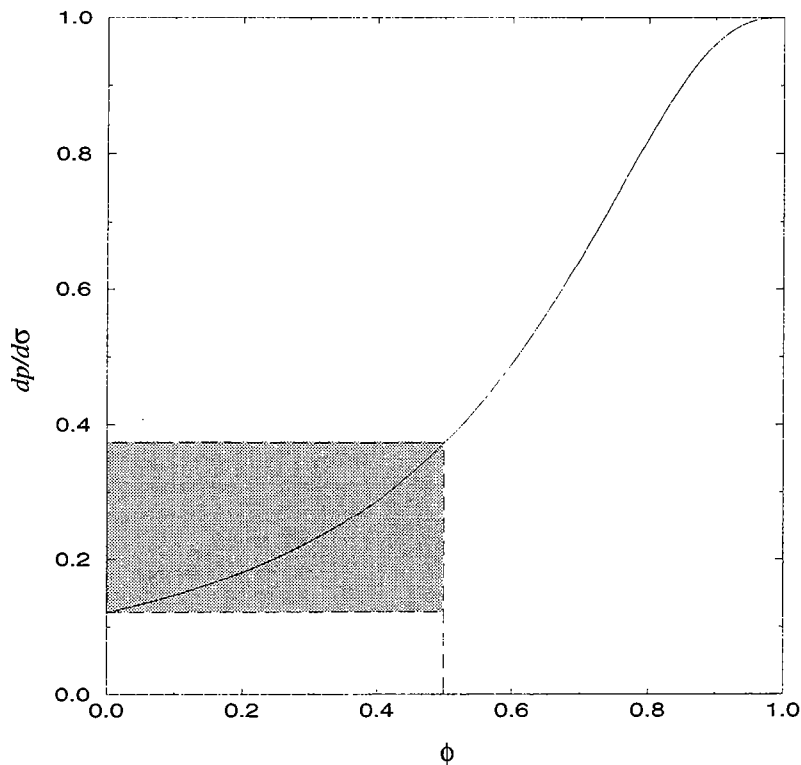


Figure II.16: Variation de $dp/d\sigma$ en fonction de la porosité ϕ ou de manière équivalente de l'ordre d'introduction, pour une porosité de pores sphériques. ($K_s=38$ GPa, $\mu_s=22.8$ GPa, $K_f=2.2$ GPa)

Ainsi, en principe, les pressions de fluide ne sont pas identiques dans tout l'espace poreux, et ce quelque soit le type d'inclusion envisagé, du fait de l'ordre d'introduction. En pratique, dans le cas des pores arrondis, il s'avère que cette variation de pression liée à l'ordre d'introduction est faible tant que $\phi \leq 50\%$. En reprenant les arguments présentés dans la section III.5 de ce même chapitre à propos de la théorie de la perturbation au premier ordre, on montre qu'alors, la théorie différentielle auto-cohérente et la théorie de Biot-Gassmann donnent les mêmes résultats.

Néanmoins, de manière générale, les modélisations différentielles auto-cohérentes donnent accès à des résultats différents de ceux déduits de la théorie de Biot-Gassmann qui suppose que les pressions de fluide sont équilibrées à l'intérieur de l'espace poreux. Nous rappelons que cette observation ne permet pas d'exclure une théorie par rapport à l'autre comme le suppose THOMSEN (1985), chacune définissant une situation différente.

5. Avantages et limites

Au cours de cette étude consacrée aux propriétés élastiques des roches, nous accordons un intérêt tout particulier à l'approche différentielle auto-cohérente. Ce type de modélisation ne donne pas accès directement aux modules élastiques réels, mais en fournit une approximation. En effet, on suppose que l'espace poreux peut être décrit à partir de cavités ou inclusions de forme sphérique ou ellipsoïdale. Cette hypothèse simplificatrice a au moins le mérite de rendre les calculs possibles.

Afin de justifier notre choix de la méthode différentielle auto-cohérente, nous nous attachons ici à en préciser les avantages et limites.

a. Avantages

- Le schéma méthodologique mis en place pour le modèle différentiel auto-cohérent est clair et

fondé. Notons que nous l'appliquons ici au calcul des propriétés élastiques par le biais d'une approche élasto-statique. Il s'intégrerait de même à un développement dynamique tel que celui élaboré par KUSTER et TOKSOZ (1974). La théorie différentielle auto-cohérente permet d'éviter les difficultés d'ordre théorique auxquelles se trouvent confrontée l'approche auto-cohérente.

- L'introduction des inclusions les unes après les autres dans le milieu implique la prise en compte des effets d'interaction entre les inclusions. Il est donc possible de déterminer les modules effectifs pour des concentrations volumiques d'inclusions faibles ou élevées. Une question pourtant se doit d'être soulevée. Jusqu'à quelles valeurs de la porosité ou densité de fissures les résultats obtenus sont-ils valables?

- Les expressions du tenseur d'Eshelby ont été formalisées pour des ellipsoïdes de révolution avec des facteurs de forme α quelconque (LIN et MURA, 1973; MURA, 1987). Cette latitude sur le facteur de forme permet d'envisager un grand nombre de situations en ce qui concerne la description de la porosité.

- On prend en compte les propriétés élastiques de la matrice solide tout comme celles de la phase poreuse.

- La résolution numérique des calculs différentiels auto-cohérents est facilement mise en oeuvre. Les inclusions sont ajoutées successivement dans la matrice: à chaque nouvelle addition, on détermine les modules effectifs intermédiaires à partir des relations établies pour la théorie de la perturbation au premier ordre. Certains auteurs (ZIMMERMAN, 1984; NORRIS, 1985) ont proposé de résoudre analytiquement les systèmes d'équations propres à l'approche différentielle auto-cohérente. Dans le cas simple d'inclusions sphériques vides, ils ont montré que les modules effectifs dérivent d'une relation exponentielle. Ce faisant, le calcul des modules effectifs devient plus rapide. Néanmoins, on perd alors la richesse et la souplesse d'application de la résolution de type numérique. En effet, lors d'une résolution numérique, des inclusions de forme différente peuvent être introduites à chaque étape, ce qui autorise la description d'une porosité plus complexe, constituée de pores et de fissures plus ou moins aplatis. Rappelons que la théorie de la perturbation au premier ordre ne considère qu'une famille d'inclusions de géométrie identique. L'approche auto-cohérente peut en théorie simuler les effets induits par la présence de plusieurs types de pores. Cependant, la résolution des équations couplées ($K^* = K^*(K^*, \mu^*, K_s, \mu_s, K_f, \phi_i)$ et $\mu^* = \mu^*(K^*, \mu^*, K_s, \mu_s, K_f, \phi_i)$ où ϕ_i est la fraction volumique de chaque famille d'inclusions) s'avère extrêmement délicate.

- Enfin, comme on ajoute des incréments de porosité négligeables devant 1, le calcul des modules effectifs intermédiaires à chaque étape tend à vérifier les égalités sur les facteurs d'intensification [équation (II.6)].

b. Limites

- Une des hypothèses du modèle différentiel auto-cohérent est la continuité de la matrice. En fait, le schéma différentiel auto-cohérent ignore le problème de connectivité des inclusions poreuses. A chaque fois qu'une inclusion est introduite dans la matrice, on redéfinit un milieu équivalent de telle sorte que la connectivité entre inclusions ne soit pas considérée. Aussi cette méthode ne met-elle pas en évidence un seuil de porosité ou de densité de fissures critique, contrairement à la méthode auto-cohérente. Ce seuil critique équivaut à un seuil de percolation mécanique où la roche se désagrégerait. NUR *et al.* (1991) et NUR (1992) se réfèrent à une porosité critique démarquant le passage d'un milieu à support solide à un milieu à support fluide. Il est donc clair que le calcul des modules élastiques effectifs par la méthode différentielle auto-cohérente n'est pas valable sur tout l'intervalle de porosité. Les résultats déduits de cette approche sont valables tant que l'on est au-dessous du seuil percolation mécanique. Les valeurs le caractérisant sont mal connues. MARION et NUR (1989), considérant une suspension de billes de verre de même taille dans un fluide, déterminent expérimentalement une porosité critique de 0.39. Chaque type de roche, suivant sa formation et son évolution, admet une porosité critique particulière. En général, les roches clastiques se caractérisent par un seuil de porosité

critique de l'ordre de 0.36–0.40. Les roches cristallines affichent un seuil de porosité beaucoup plus faible, entre 0.02 et 0.05. Là encore, la géométrie considérée est un facteur prédominant. Dans le cas

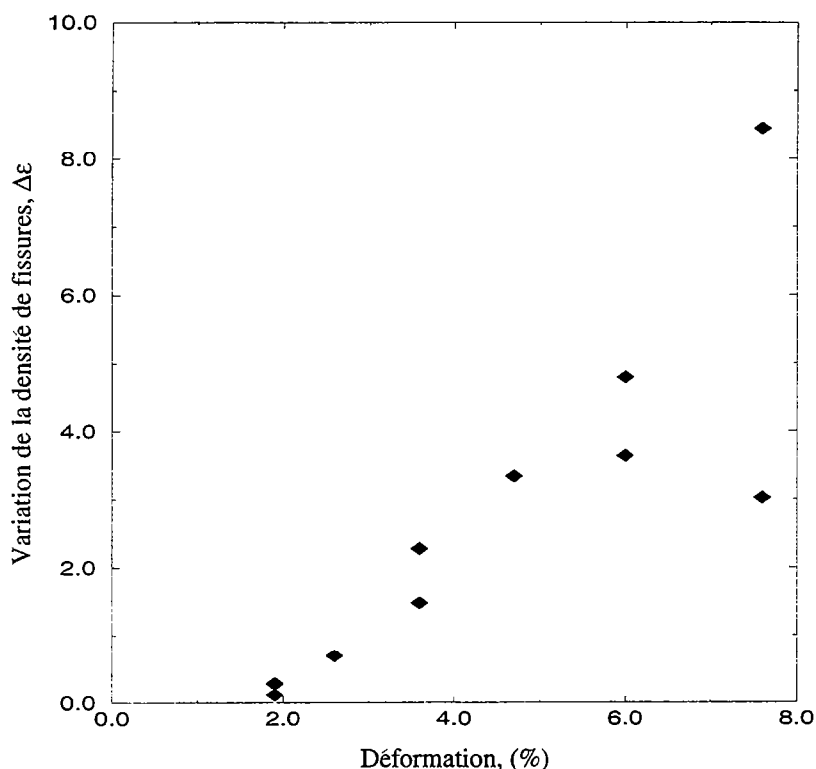


Figure II.17: Variation de la densité de fissures en fonction de la déformation pour l'échantillon 3902 de marbre Carrara (d'après ZHANG *et al.*, 1994).

de roches fissurées, on parle davantage d'une densité de fissures critique plutôt que d'une porosité critique. CRAMPIN (1994a, b) affirme que cette densité critique vaut environ 0.1 pour un milieu fissuré, isotrope transverse, et que pour une densité de fissures supérieure, la théorie des milieux effectifs ne s'applique plus. Sans doute faut-il souligner ici une confusion. Il y a lieu de distinguer deux types de seuils critiques: (1) un seuil de percolation hydraulique (pour la perméabilité) et (2) un seuil de percolation mécanique (pour la désagrégation d'une roche). Dans le cas de roches isotropes, de nombreux auteurs (RIVIER *et al.*, 1985; GUEGUEN et PALCIAUSKAS, 1994) s'appuyant sur les concepts développés en théorie de la percolation ont montré que le seuil de percolation hydraulique correspond à peu près à une densité de fissures ϵ de 0.1 (*cf.* Tableau II.1). En d'autres termes, la perméabilité est nulle pour des densités de fissures inférieures. La théorie des milieux effectifs est

Tableau II.1: Seuil de percolation hydraulique pour quelques géométries simples (milieux isotropes).

Réseau	Densité de fissures critique
Bethe	0.16
Cubique 3D	
connexion de:	
- sites	0.15
- liaisons	0.12

totallement insensible à ce seuil, puisqu'elle ne considère pas la connexion entre les pores et/ou fissures. Par contre, il est clair que le seuil de percolation mécanique, qui caractérise la limite de validité du modèle différentiel auto-cohérent, est plus élevé. WARNER (1990) fixe ce seuil critique à 1. Des données expérimentales permettent de mieux appréhender la valeur de la densité de fissures critique pour le seuil mécanique. ZHANG *et al.* (1994) ont mesuré l'évolution de la porosité connectée (réseau de fissures où s'écoule le fluide), de la perméabilité et de la capacité de stockage en fonction de la déformation à haute pression sur des échantillons de marbre Carrara. En utilisant alors les modèles élastiques de BRACE (1965) et WALSH (1965) pour des pores ellipsoïdaux, ils estiment les facteurs de forme des fissures. A partir de ces différentes données, on détermine la variation de la densité de fissures en fonction de la déformation (Figure II.17). Les valeurs obtenues appartiennent au domaine se situant entre le seuil de percolation hydraulique et le seuil de percolation mécanique. Elles ne sont évidemment pas exactes: elles sont calculées en supposant que la porosité est formée d'ellipsoïdes tous identiques et en négligeant les interactions entre fissures. Néanmoins, on peut ainsi avoir une estimation des valeurs de densités de fissures caractéristiques de roches solides, ce qui permet de fixer une limite inférieure pour le seuil de percolation mécanique. On constate qu'on atteint des densités élevées de l'ordre de 3 à 4. Finalement, on considère que la procédure différentielle auto-cohérente est applicable pour calculer les modules élastiques effectifs tant que la porosité $\phi \leq 0.50$ dans le cas d'inclusions sphériques ou tant que la densité de fissures $\epsilon \leq 1$ pour des inclusions ellipsoïdales. A titre indicatif, sur la Figure II.18, on caractérise la fraction de fissures qui contribue à l'écoulement dans une roche en fonction de la densité de fissures. Ce type de représentation s'appuie sur des notions spécifiques à la théorie de la percolation (STAUFFER, 1985), sur lesquelles nous reviendrons plus tard. On y définit le domaine de validité de la théorie différentielle auto-cohérente: celui-ci est suffisamment large pour permettre la détermination des propriétés élastiques des roches consolidées. On notera que dans le cas de milieux peu hétérogènes, la théorie des milieux effectifs permet de décrire les propriétés élastiques du milieu. Lorsque le milieu devient très hétérogène, l'approche de type milieux effectifs n'est plus adaptée (notamment près des seuils de percolation mécaniques). Dans ce cas, des modèles fondés sur la théorie de la percolation peuvent paraître plus appropriés.

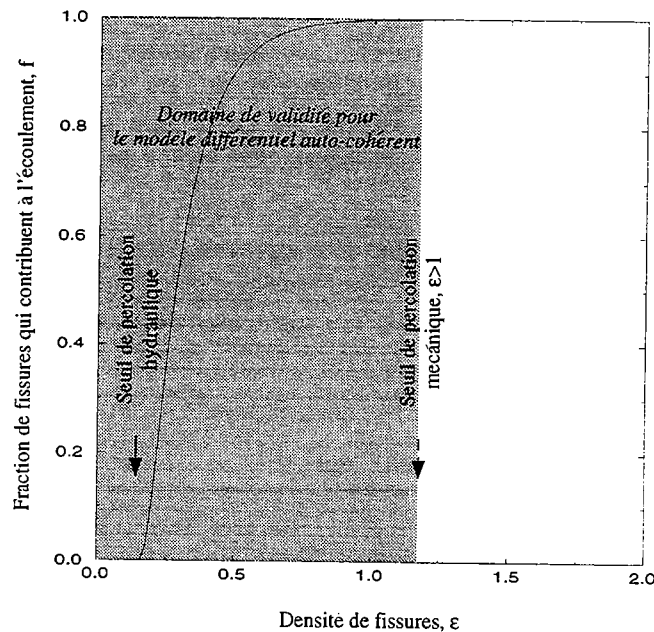


Figure II.18: Représentation du domaine d'application de la théorie différentielle auto-cohérente pour une roche fissurée.

Remarque: Les seuils de densité de fissures critiques déduits du modèle auto-cohérent de O'CONNELL et BUDIANSKY (1974) s'avèrent être assez éloignés des observations expérimentales. Rappelons que ces auteurs caractérisaient un seuil à $\epsilon = 9/16$ pour les roches fissurées sèches et à $\epsilon = 45/32$ pour les roches fissurées saturées (fissures circulaires).

- La taille des inclusions n'est pas prise en compte. Le modèle différentiel auto-cohérent suppose seulement que la taille des inclusions est négligeable par rapport à la longueur d'onde utilisée. Il est insensible aux échelles relatives des hétérogénéités. Pour décrire des systèmes comportant des hétérogénéités de plusieurs tailles, il convient de considérer des systèmes emboîtés: le problème est d'abord résolu à la plus petite échelle, puis les résultats ainsi obtenus sont transférés à une échelle supérieure et ainsi de suite. C'est le principe de base des groupes de renormalisation (WILSON, 1987). Une méthode analogue a été développée par GAVRILENKO et GUEGUEN (1995) pour modéliser les propriétés de transport (perméabilité) dans des milieux fissurés.

- L'ordre d'introduction des inclusions de fluide dans la matrice affecte les pressions de fluide à l'intérieur de ces inclusions. Nous avons vu que ces variations étaient négligeables dans le cas d'une porosité de pores ronds sur le domaine de porosité nous intéressant. Nous examinerons plus en détail les conséquences de cet effet pour une porosité de type fissurale dans le chapitre suivant. Le modèle différentiel auto-cohérent ne décrit sans doute pas exactement la distribution des pressions de fluide que l'on aurait dans une roche saturée traversée par une onde haute fréquence (mécanisme de l'écoulement local). Cependant, il n'existe, à notre connaissance, aucune théorie permettant de le faire.

- Certains auteurs (DAVID *et al.*, 1990) ont testé la validité de la théorie des milieux effectifs par rapport à la théorie des réseaux pour la modélisation des propriétés de transport. Ils ont montré que dans le cas d'une distribution uniforme de conductances, les résultats déduits de la théorie de milieux effectifs étaient fiables. Cette remarque reste valable pour le problème que nous nous proposons d'étudier ici.

6. Comparaison entre les différentes théories

La Figure II.19 montre les résultats prédits pour le module d'incompressibilité effectif K^* en fonction de la porosité, à partir de données initiales identiques, par les moyennes de Voigt et Reuss, les bornes de Hashin-Shtrickman, notées HS^+ et HS^- , la théorie de la perturbation au premier ordre en supposant soit σ_{ij}^0 , soit ε_{ij}^0 uniforme à l'infini, la théorie auto-cohérente et la théorie différentielle auto-cohérente.

On constate que le comportement de K^* déduit de l'approche différentielle auto-cohérente reste dans l'encadrement spécifié par les bornes de Hashin-Shtrickman quelle que soit la valeur de la porosité. En outre, la décroissance prévue pour K^* est beaucoup moins abrupte que celle mise en évidence par la méthode auto-cohérente.

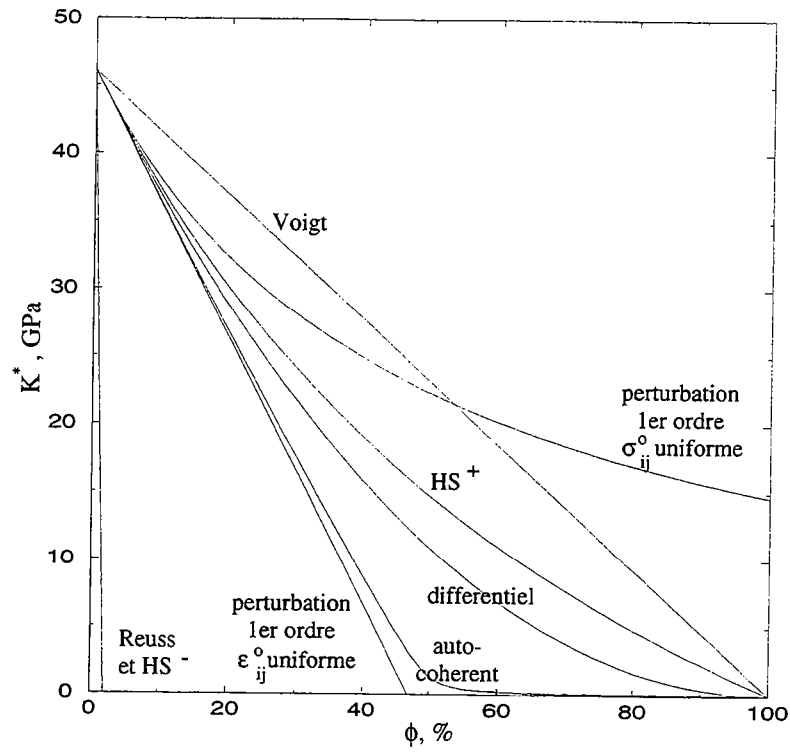


Figure II.19: Comparaison entre les différents modèles exposés dans cette étude. ($K_s=46.06$ GPa, $\mu_s=30.33$ GPa)

VI. MODELISATION DYNAMIQUE

Avant de clore ce chapitre, il est utile d'évoquer le modèle de KUSTER et TOKSOZ (1974). Les méthodes que nous avons présentées plus haut (théories de la perturbation au premier ordre, auto-cohérente et différentielle auto-cohérente) ont été appliquées à une approche élastostatique. Elles peuvent de même s'envisager comme cadre directeur pour des approches de type dynamique où l'on considère la propagation d'une onde dans une roche. Nous rappelons ici brièvement les caractéristiques essentielles du modèle construit par KUSTER et TOKSOZ (1974). On peut noter que ce modèle a été ensuite amélioré en étant intégré à la théorie auto-cohérente (BERRYMAN, 1980) pour traiter du problème d'une forte concentration volumique d'hétérogénéités poreuses dans la matrice solide.

Pour des inclusions poreuses placées à l'intérieur d'une matrice solide (de modules élastiques K_s, μ_s), KUSTER et TOKSOZ (1974) considèrent des assemblages de pores (Figure II.20), et calculent l'onde résultant de la diffusion de l'onde initiale par chacune des inclusions poreuses. L'onde ainsi obtenue est la même que celle qui se propagerait dans une inclusion sphérique homogène équivalente, avec les propriétés élastiques du milieu effectif (K^*, μ^*). KUSTER et TOKSOZ (1974) examinent une région représentative sphérique de sorte que la diffusion des ondes soit indépendante de l'orientation relative de cette région par rapport aux ondes incidentes. On arrive finalement à l'expression des vitesses longitudinales V_P et transversales V_S en milieu isotrope.

Cependant, comme les auteurs négligent les phénomènes de diffusion multiple par les inclusions poreuses, cette méthode appartient au groupe des modèles de non-interaction: elle autorise le calcul des modules effectifs pour de faibles concentrations volumiques d'inclusions.

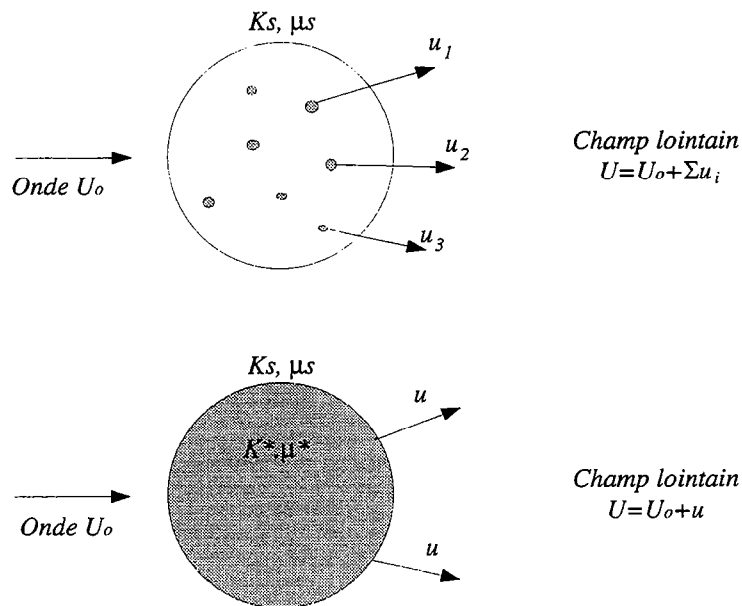


Figure II.20: Diagramme illustrant le modèle de KUSTER et TOKSOZ (1974) (d'après ZIMMERMAN, 1991).

Enfin, nous avons montré numériquement que lorsque le modèle de KUSTER et TOKSOZ (1974) est combiné à l'approche différentielle auto-cohérente, les résultats alors prédits sont analogues à ceux dérivés des modélisations élastostatiques (LE RAVALEC et GUEGUEN, 1995a).

VII. CONCLUSION

L'objectif premier de ce chapitre n'était pas de donner un recensement exhaustif des modèles développés dans le but d'appréhender les propriétés élastiques des milieux polyphasés, mais davantage de présenter les concepts fondamentaux attendant aux 3 veines essentielles de la théorie des milieux effectifs, à savoir la théorie de la perturbation au premier ordre, la théorie auto-cohérente et la théorie différentielle auto-cohérente. L'approche élastostatique de base, de type asymétrique, que nous avons considérée, repose sur les travaux d'ESHELBY (1957): elle permet de déterminer les propriétés élastiques effectives d'un matériau contenant des hétérogénéités de géométrie ellipsoïdale. Bien que les méthodes exposées puissent s'adapter à un grand nombre de situations, nous nous intéressons ici uniquement aux propriétés élastiques des roches. Ces dernières sont simulées par des milieux biphasés, formés d'une matrice solide où se trouvent inclus des pores/fissures, saturés ou non en fluide. Les pores, de forme plutôt arrondie, sont schématisés par des sphères, tandis que les fissures, plus aplaties, sont représentées par des ellipsoïdes de révolution. Notre étude s'appuyant sur la théorie différentielle auto-cohérente, nous nous sommes efforcés d'étayer les raisons de ce choix. La méthode différentielle auto-cohérente offre l'avantage de prendre en compte les effets d'interaction entre les pores/fissures, ce qui légitime le calcul des modules effectifs jusque des valeurs élevées de la porosité ($\phi \simeq 0.50$ pour une porosité de pores ronds) ou de la densité de fissures ($\epsilon \simeq 1$ pour une porosité de type fissurale), tant que celles-ci restent inférieures au seuil de percolation mécanique. Elle évite en outre les difficultés d'ordre conceptuel, responsables des nombreuses polémiques inhérentes à la théorie auto-cohérente. Enfin, la modélisation différentielle auto-cohérente peut se targuer d'une mise en oeuvre numérique simple et féconde: il est aisé de décrire les effets induits sur les propriétés élastiques par une porosité constituée à la fois de pores ronds et de fissures aux formes diverses, au lieu de s'en tenir à une géométrie unique. Force est de constater cependant que la méthode pour laquelle nous avons opté fournit des approximations pour les modules effectifs d'autant moins valables que l'on est proche du seuil de percolation mécanique. Dans le cas d'une matrice granulaire solide (par exemple, grès peu compacté), où la porosité résulte plus particulièrement de l'incapacité des grains à occuper le volume total du matériau, il est indispensable d'examiner les effets, sur la compressibilité du matériau, des contacts entre aspérités aux interfaces des grains. A cet égard, on peut rappeler l'existence de modèles se fondant sur la théorie du contact hertzien (DUFFY, 1959; THURSTON et DERESIEWICZ, 1959, PALCIAUSKAS, 1992, LEMEE, 1995). Des techniques de discrétisation (par exemple, méthode des éléments finis) peuvent aussi être envisagées (CLEARY *et al.*, 1980) pour étudier le comportement des propriétés élastiques près du seuil de percolation mécanique. Nous pouvons néanmoins observer que l'intervalle de porosité ou densité de fissures ouvert à la théorie différentielle auto-cohérente est suffisamment large pour nous permettre d'accéder à des approximations de bon aloi des propriétés élastiques des roches compétentes qui font l'objet de cet étude.

Un second point mérite d'être souligné: peu de modèles, relevant de la théorie des milieux effectifs, ont été consacrés à l'analyse des effets du fluide, saturant l'espace poreux, sur les propriétés élastiques de la roche. Nombre d'entre eux se limitent généralement à des pores vides (ZIMMERMAN, 1984; 1991) ou bien encore à des fissures infiniment aplaties (WU, 1966; O'CONNELL et BUDIANSKY, 1974; HENYEY et POMPHREY, 1982) qui ont donc un volume nul et pas de possibilité physique de contenir un fluide. Nous avons montré que pour une porosité de pores ronds, saturés en fluide, l'isotropie de l'inclusion sphérique implique que les pressions de fluide dans les pores sont identiques, en contrainte hydrostatique ou en cisaillement pur, si on s'en tient à la théorie de la perturbation au premier ordre. En outre, lorsque l'on intègre ces résultats à l'intérieur d'un processus différentiel auto-cohérent, l'ordre d'introduction des pores influe sur les pressions de fluide. Cependant, il est apparu que dans le cas des pores sphériques, la variation de pression liée à l'ordre d'introduction est négligeable tant que la porosité est inférieure à 0.50. On peut donc estimer que les modules effectifs obtenus à partir de la théorie différentielle auto-cohérente, pour une porosité de pores ronds et saturés, sont représentatifs d'un milieu où les pressions de fluide sont à l'équilibre. En ce sens, la théorie

de Biot-Gassmann et la théorie différentielle auto-cohérente définissent des situations analogues et doivent conduire à des résultats similaires dans ce cas. Cette observation découle du fait que les inclusions sphériques sont très peu compressibles. Par ailleurs, nous avons évoqué le cas d'une porosité saturée de type fissural. La pression de fluide dépend alors de l'orientation des fissures. Cette remarque mise en évidence pour la théorie de la perturbation au premier ordre se justifie encore pour la théorie différentielle auto-cohérente. Ainsi, pour une distribution isotrope de fissures, les résultats déduits de cette approche doivent se distinguer de ceux de la théorie de Biot-Gassmann. De plus, des différences de pressions de fluide entre fissures peuvent être générées par le schéma itératif de la méthode différentielle auto-cohérente: l'ordre d'introduction des fissures est susceptible d'entraîner des variations de pression. Enfin, puisque la théorie différentielle auto-cohérente permet d'examiner l'influence d'une porosité combinée de pores et de fissures, il convient de rappeler que les variations de compressibilité des pores/fissures sont propres à engendrer des gradients de pression de fluide. Ces diverses constatations impliquent que la théorie différentielle auto-cohérente est un outil approprié pour décrire le mécanisme de l'écoulement local, dépendant de la propagation d'une onde dans un milieu saturé. En effet, à haute fréquence, ou à des fréquences supérieures à la fréquence caractéristique de l'écoulement local, les gradients de pression de fluide générés par le passage d'une onde, n'ont pas le temps de s'équilibrer. L'espace poreux apparaît alors constitué d'un ensemble d'inclusions de fluide, isolées au sens où il n'existe pas d'échange de fluide entre elles. Il faut donc clairement distinguer, pour une roche fissurée et saturée, la théorie de Biot-Gassmann et la théorie différentielle auto-cohérente: la première donne accès aux modules élastiques ou vitesses basse fréquence, tandis que la seconde fournit des vitesses haute fréquence comme nous allons le voir dans le chapitre suivant.

CHAPITRE III

DISPERSION DANS LES ROCHES FISSUREES

I. INTRODUCTION

L'objectif de ce chapitre est d'examiner, à partir de la théorie différentielle auto-cohérente, les conséquences de la présence de fissures saturées sur les propriétés élastiques d'une roche. Lorsque les propriétés élastiques des divers constituants d'un milieu polyphasé sont comparables, l'intervalle de variation possible pour les propriétés élastiques effectives demeure réduit et ne dépend que faiblement des fractions volumiques et de la géométrie des phases en présence. Au contraire, si les propriétés élastiques des composants sont très différentes, la dépendance vis à vis des fractions volumiques et de la géométrie devient essentielle. Or, les roches se caractérisent par la présence de pores et fissures. Lorsqu'ils sont vides, ils agissent comme un constituant dont les modules élastiques sont nuls. Lorsqu'ils contiennent un fluide, leur module d'incompressibilité est négligeable en regard de celui de la matrice solide et leur module de cisaillement est nul. Dès lors, la détermination des propriétés élastiques effectives d'une roche nécessite la prise en compte de sa microstructure. Par ailleurs, les fissures, beaucoup plus compressibles que les pores ronds (DOYEN, 1987), influent de façon drastique à deux niveaux. Tout d'abord, elles peuvent induire des variations importantes des modules élastiques effectifs ou des vitesses des ondes de propagation. Ensuite, en se déformant, elles génèrent des variations de la pression du fluide les saturant. Suivant la fréquence des ondes, le fluide, présent à l'intérieur de l'espace poreux, présente des comportements distincts. Les fissures étant propres à générer des variations locales de la compressibilité, l'interprétation des vitesses ou modules élastiques doit tenir compte du mécanisme de "l'écoulement" local (ou flux local). A basse fréquence, les gradients de pression induits par le passage d'une onde disparaissent: le fluide a le temps de s'écouler et les pressions s'équilibrent. A haute fréquence, ou plus précisément à des fréquences supérieures à une certaine fréquence caractéristique, l'équilibre n'a pas le temps de se réaliser: les pressions du fluide à l'intérieur des fissures dépendent de leur orientation et de leur compressibilité respectives. On doit donc observer une dispersion: les vitesses basse et haute fréquences ne sont pas identiques. Une seconde étape envisagée ici est d'évaluer les dispersions possibles pour une roche fissurée, isotrope ou isotrope transverse. Dans ce dessein, nous combinerons la théorie différentielle auto-cohérente et la théorie de Biot-Gassmann. La première permet de décrire les modules effectifs pour une roche sèche, ou saturée en considérant des pressions de fluide non équilibrées. La seconde, au contraire, suppose que la pression de fluide est identique dans tout l'espace poreux. Ce type d'étude permet ensuite de mieux contraindre l'interprétation des données de vitesse, par rapport à la densité de fissures, la microstructure et le fluide.

II. PROPRIETES ELASTIQUES DES MILIEUX FISSURES

1. Modélisation

En suivant l'approche différentielle auto-cohérente décrite dans le chapitre précédent, on examine plus précisément les propriétés élastiques des roches fissurées. Deux distributions distinctes de fissures sont envisagées (Figure II.6): (a) une distribution isotrope transverse, *i.e.*, les axes principaux équivalents des ellipsoïdes de révolution sont tous parallèles entre eux, (b) une distribution isotrope, *i.e.*, les fissures sont distribuées aléatoirement de telle sorte que toutes les directions soient équivalentes.

On rappelle brièvement la procédure utilisée. A l'étape *i*, on introduit une inclusion, représentée par un ellipsoïde de révolution aplati de facteur de forme α , à l'intérieur d'une matrice homogène caractérisée par les propriétés élastiques calculées à l'étape précédente. En employant alors l'équation (II.18), on estime la eigenstrain ε_{ij}^* en fonction de la déformation à l'infini ε_{ij}^o . Pour bénéficier d'une latitude maximale sur le facteur de forme des ellipsoïdes de révolution, il convient d'utiliser les expressions générales du tenseur d'Eshelby S_{ijkl} formulées par LIN et MURA (1973) et MURA (1987) (*cf.* ANNEXE C). Lorsque $\alpha > 1$, les ellipsoïdes sont de forme effilée. Pour $\alpha = 1$, ils sont sphériques. Enfin, quand $\alpha < 1$, ils sont aplatis. Bien que ces 3 géométries puissent être envisagées également (Figure III.1), on ne considèrera que les deux dernières. La seconde étape du calcul dépend

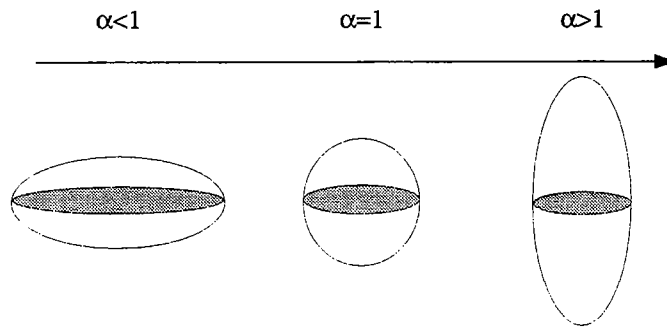


Figure III.1: Géométries envisageables pour les inclusions.

des équations (II.24) et (II.25), en fonction des conditions aux limites choisies. Il est alors possible d'estimer les modules élastiques effectifs à l'étape *i*. On procède ensuite par itération, en ajoutant des inclusions jusqu'à ce que la valeur requise pour la porosité soit finalement obtenue.

Il est essentiel d'observer ici la nature anisotrope du processus décrit. La matrice solide peut être isotrope ou isotrope transverse, d'après les hypothèses émises pour le calcul du tenseur d'Eshelby (LIN et MURA, 1973). Les ellipsoïdes sont ensuite introduits de telle sorte que leurs axes principaux restent parallèles à ceux de la matrice. L'addition d'une inclusion ellipsoïdale est à même de créer ou renforcer le comportement anisotrope de la matrice. En suivant strictement la méthodologie avancée plus haut, on détermine les modules effectifs pour un milieu isotrope transverse en fonction de la porosité ou densité de fissures. Sur la Figure III.2 a), on représente le module C_{11} (la notation de Voigt est utilisée, *cf.* ANNEXE A) obtenu à partir de plusieurs théories pour une distribution isotrope transverse de fissures:

- le calcul différentiel auto-cohérent, simulé en considérant les 2 types de conditions aux limites, à savoir les contraintes ou les déformations constantes à l'infini. On vérifie que, comme dans le cas des inclusions sphériques, ces 2 solutions sont équivalentes. Les 2 courbes représentant C_{11} se superposent parfaitement. L'approche différentielle auto-cohérente de base est indépendante des conditions aux limites choisies pour résoudre le problème.

- le calcul déduit de la théorie de la perturbation au premier ordre, à nouveau pour les 2 conditions aux limites envisagées. On obtient alors 2 solutions possibles (courbes identifiées par le terme linéaire sur le graphe). Force est de constater qu'en négligeant les interactions entre fissures, on s'éloigne rapidement de la solution différentielle auto-cohérente, excepté lorsque l'on suppose que la contrainte à l'infini σ_{ij}^0 est constante. Néanmoins, il faut noter qu'à partir de cette condition aux limites, on détermine directement non pas le tenseur des modules élastiques effectifs C_{ijkl}^* , mais le tenseur de déformabilité effectif S_{ijkl}^* . Or, en examinant les tenseurs des déformabilité effectifs, on peut de même remarquer une adéquation assez médiocre entre la solution dérivant de la théorie de la perturbation au premier ordre et la théorie différentielle auto-cohérente.
- les moyennes de Voigt et Reuss. On constate que ces moyennes ne fournissent qu'une approximation assez pauvre des modules effectifs.

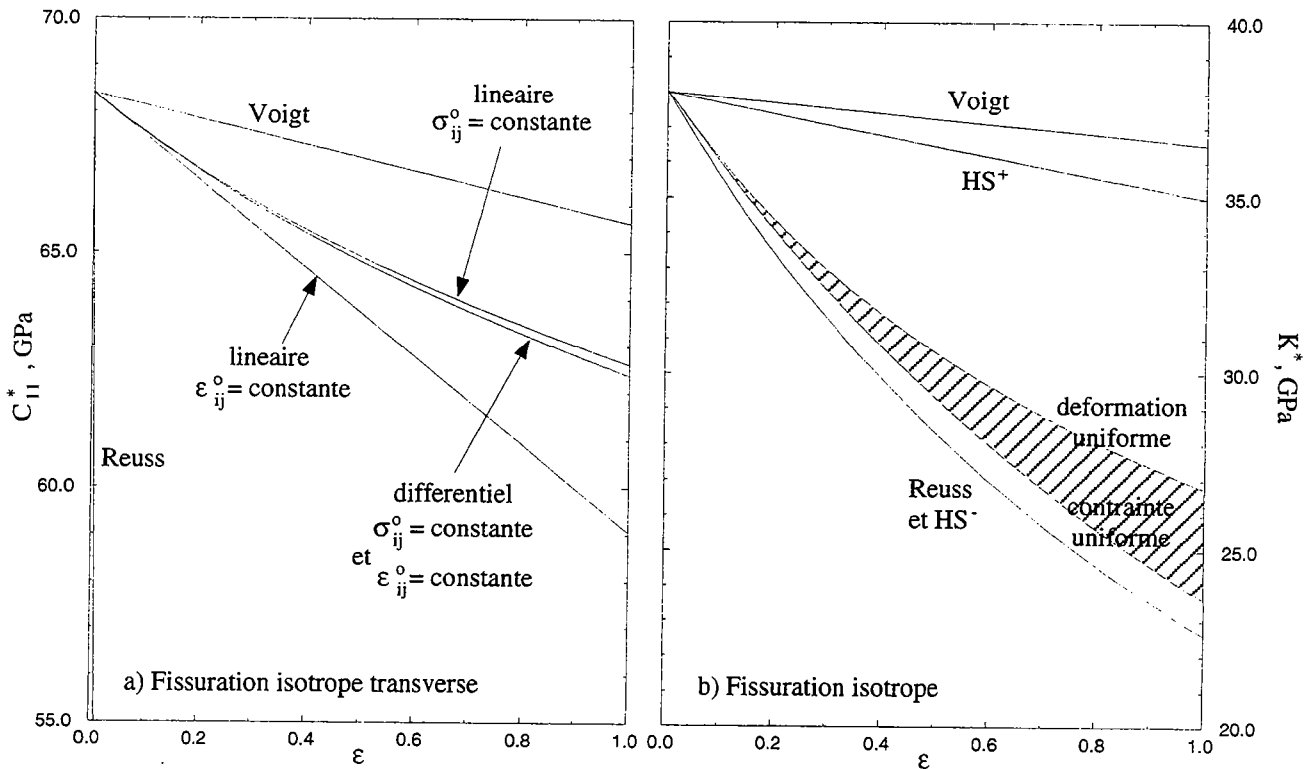


Figure III.2: Situation de la théorie différentielle auto-cohérente pour les milieux fissurés isotropes transverses et isotropes par rapport à quelques autres résultats. ($K_s=38$ GPa, $\mu_s=22.8$ GPa, $K_f=2.2$ GPa, $\alpha=10^{-2}$)

Lorsque l'objectif poursuivi est la caractérisation des modules effectifs pour une roche contenant une distribution isotrope de fissures, une étape complémentaire s'impose: on moyenne les résultats obtenus pour une fissuration isotrope transverse en prenant en compte toutes les orientations de fissures possibles. On peut pour ce faire procéder comme décrit dans l'ANNEXE 2 de ce chapitre (LE RAVALEC et GUEGUEN, 1995b) en définissant l'ensemble des orientations des fissures à partir des 3 angles d'Euler. Une autre méthode consiste à utiliser les propriétés des invariants du tenseur des modules effectifs élastiques C_{ijkl}^* ou du tenseur de déformabilité effectif S_{ijkl}^* comme nous l'avons rappelé dans le chapitre précédent (HIRTH et LOTHE, 1968). Quelle que soit l'approche à laquelle on se réfère, toutes les orientations de fissures ne sont prises en compte qu'au travers d'approximations. En d'autres termes, afin de calculer les modules effectifs pour une distribution isotrope de fissures, on considère les 2 alternatives suivantes: on suppose la contrainte uniforme (moyenne de type Reuss)

ou la déformation uniforme (moyenne de type Voigt). Si C_{ijkl}^* et S_{ijkl}^* sont les tenseurs élastiques effectifs déterminés pour une distribution isotrope transverse, à ϕ donnée, à partir de la méthode différentielle auto-cohérente, les modules effectifs du milieu isotrope correspondant sont définis en employant les relations (II.27) et (II.29). En agissant de la sorte, on ne caractérise pas une solution unique comme pour la configuration isotrope transverse, mais des bornes encadrant les valeurs des modules effectifs d'incompressibilité K^* et de cisaillement μ^* . Sur la Figure III.2 b), on illustre ces propos en s'attachant plus précisément à l'analyse de K^* . La borne supérieure découle de l'hypothèse de déformation uniforme, la borne inférieure de celle de contrainte uniforme. Le domaine hachuré représente les valeurs que peut prendre K^* . A titre indicatif, nous avons aussi reporté sur cette figure les courbes émanant des moyennes classiques de Voigt et Reuss [équations (I.3) et (I.4)] et les bornes de Hashin-Shtrickman, dénotées HS^+ et HS^- [équations (I.5)]. L'intervalle défini en utilisant la théorie différentielle auto-cohérente s'avère bien plus étroit que celui déduit des autres limites.

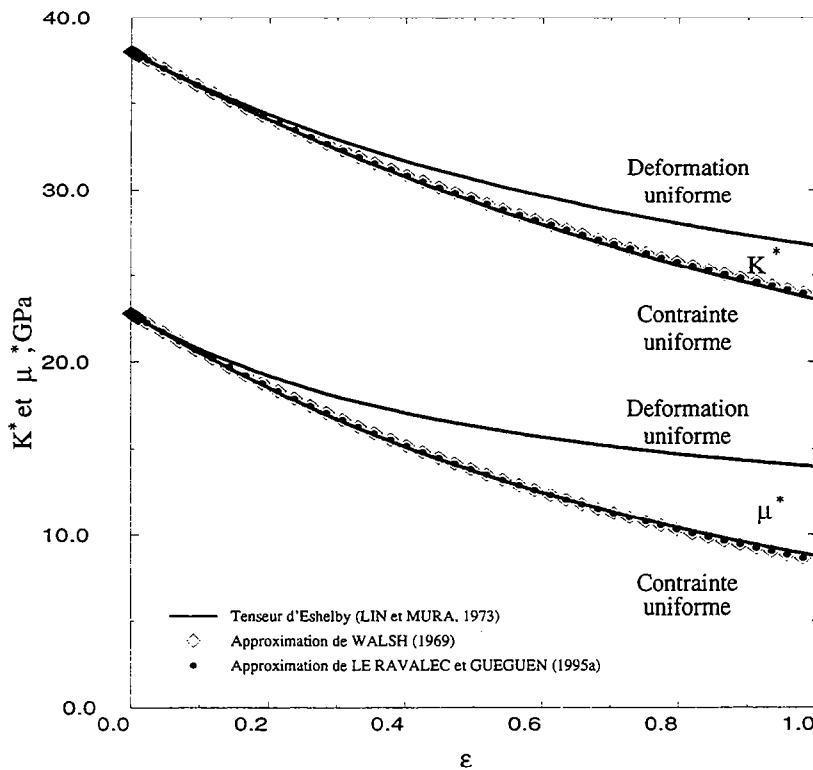


Figure III.3: Comparaison dans le cas d'un milieu fissuré isotrope des résultats de WALSH (1969), de LE RAVALEC et GUEGUEN (1995a) et de la méthode générale présentée plus haut. ($K_s=38$ GPa, $\mu_s=22.8$ GPa, $K_f=2.2$ GPa, $\alpha=10^{-2}$)

De nombreux auteurs ayant déduit les modules effectifs pour une distribution isotrope de fissures à partir d'une moyenne (entre autres, WU, 1966; WALSH, 1969) oublient de préciser qu'une autre moyenne peut être envisagée qui permet finalement d'obtenir une seconde borne et de compléter l'encadrement des modules effectifs. On notera que les expressions formulées par WALSH (1969) pour K^* et μ^* dans le cadre de la théorie de la perturbation au premier ordre pour des ellipsoïdes de révolution aplatis (facteur de forme $\alpha \ll 1$) conduisent à des résultats compatibles à ceux que nous avons mis en évidence en considérant les contraintes uniformes, lorsqu'elles sont intégrées au schéma différentiel auto-cohérent. Les calculs développés par WALSH (1969) s'appuient sur le tenseur d'Eshelby exprimé pour des ellipsoïdes de révolution aplatis de facteur de forme négligeable par rapport à 1 (cf. ANNEXE C). En reprenant la même approche, LE RAVALEC et GUEGUEN

(1995a, cf. ANNEXE 1) arrivent à des expressions de K^* et μ^* très légèrement différentes tout comme KORRINGA *et al.* (1979), mais ceci s'avère sans conséquence notable du point de vue des résultats numériques (Figure III.3).

2. Influence de la densité de fissures

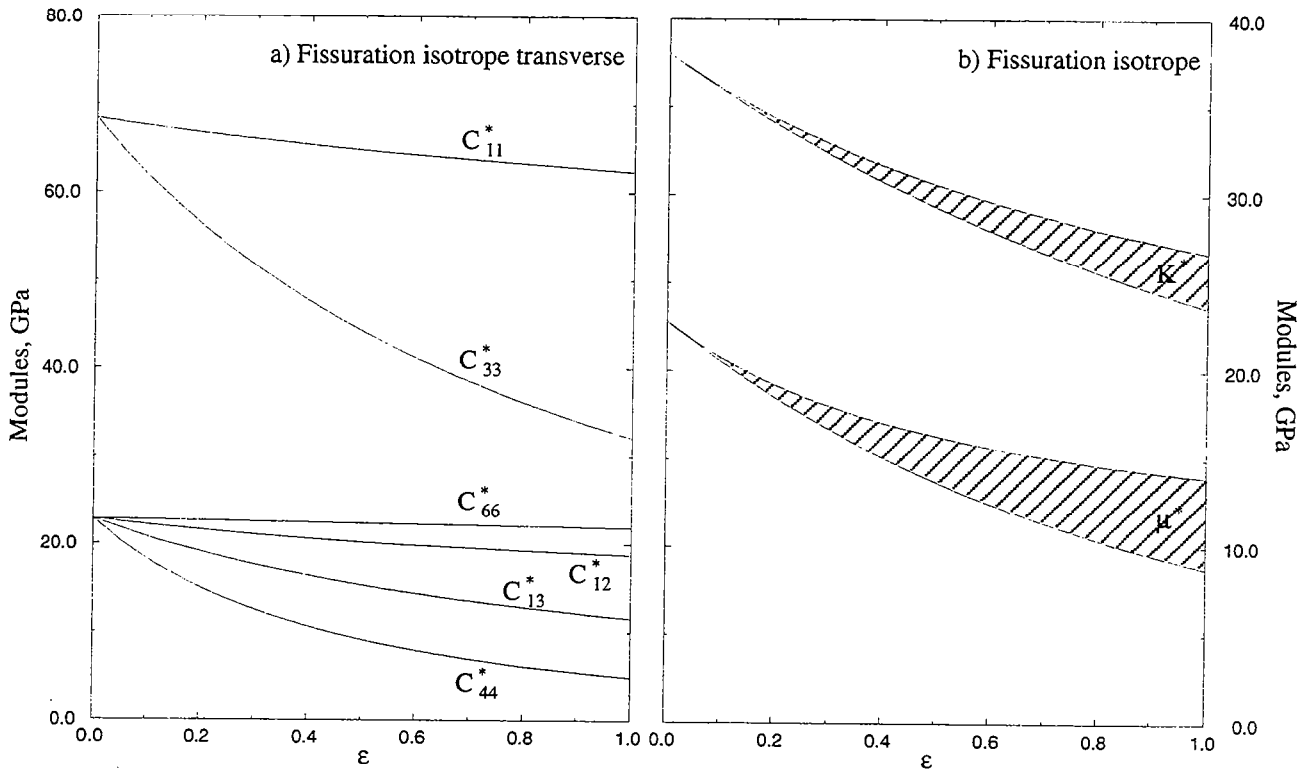


Figure III.4: Modules élastiques calculés par la méthode différentielle auto-cohérente pour une distribution a) isotrope transverse ou b) isotrope des fissures. ($K_s=38$ GPa, $\mu_s=22.8$ GPa, $K_f=2.2$ GPa, $\alpha=10^{-2}$)

Sur la Figure III.4, on illustre, pour des matrices solides identiques, l'effet lié à la présence d'une distribution de fissures (a) isotrope transverse et (b) isotrope sur les propriétés élastiques en fonction de la densité de fissures ϵ . Les valeurs déterminées pour la première configuration sont exactes, dans la limite où la roche est représentée par une matrice solide où sont incluses des fissures ellipsoïdales et alignées suivant leurs axes principaux. Pour la deuxième configuration examinée, on définit un encadrement pour les modules effectifs d'incompressibilité K^* et de cisaillement μ^* . On peut remarquer que pour μ^* , l'écart entre les bornes devient non négligeable lorsque la densité de fissures s'accroît ($\approx 10\%$ par rapport au module de cisaillement de la matrice solide quand $\epsilon=0.5$).

3. Influence de la géométrie des hétérogénéités

La méthodologie que nous avons suivie s'appuie avantageusement sur le calcul général du tenseur d'Eshelby effectué par LIN et MURA (1973) (cf. ANNEXE C) de sorte que l'on puisse parcourir une gamme large pour la géométrie des hétérogénéités présentes dans la matrice solide. On considère des ellipsoïdes de révolution, de facteur de forme α quelconque. Cette approche apporte un progrès réel par rapport aux modélisations développées par WU (1966), O'CONNELL et BUDIANSKY (1974),

HENYEY et POMPHREY (1982) qui ont limité leur étude à des fissures infiniment aplaties ($\alpha=0$), ou par WALSH (1969) qui a fait l'hypothèse d'un facteur de forme négligeable devant 1.

Sur la Figure III.5, on représente les modules effectifs en fonction du facteur de forme α pour des distributions isotropes transverses ou isotropes de fissures. Il apparaît que l'écart entre les bornes calculées pour le module effectif de cisaillement μ^* augmente singulièrement lorsque α diminue. Il faut cependant rappeler que l'approximation différentielle auto-cohérente est d'autant moins valable que l'on est proche du seuil de percolation mécanique. On limite notre étude aux situations où la densité de fissures ϵ est inférieure à 1, ce qui n'impose pas de condition sur la porosité ϕ , mais sur le rapport ϕ/α . Les fissures aplaties contribuent à diminuer les modules élastiques beaucoup plus significativement que les pores ronds (LE RAVALEC et GUEGUEN, 1995a, cf. ANNEXE 1).

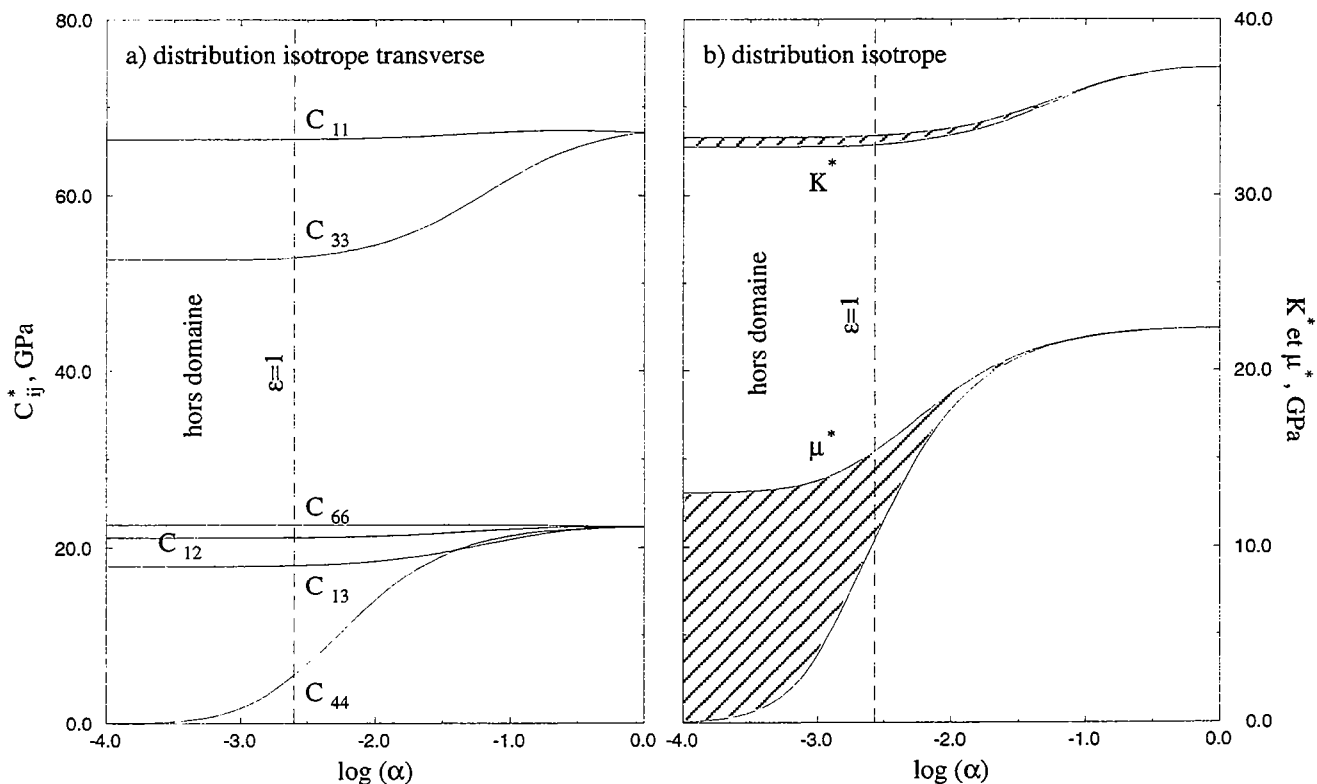


Figure III.5: Modules élastiques calculés par la méthode différentielle auto-cohérente pour une distribution a) isotrope transverse ou b) isotrope des fissures. ($K_s=38$ GPa, $\mu_s=22.8$ GPa, $K_f=2.2$ GPa, $\phi=10^{-2}$)

4. Influence de la nature du fluide

Nous avons montré que la géométrie des pores et fissures affectait fortement les propriétés élastiques de la roche. L'influence des propriétés du fluide saturant l'espace poreux s'avère aussi essentielle. Les modèles relevant de la théorie des milieux effectifs et élaborés précédemment ont eu tendance à occulter en partie le rôle fondamental joué par le fluide du fait des contraintes imposées sur la géométrie des inclusions. Ainsi, les résultats de WU (1966) ne peuvent pas être appliqués à des inclusions dont les propriétés élastiques sont nulles (i.e., inclusions vides ou saturées en fluide). Sur la Figure III.6, les modules effectifs sont représentés en fonction du module d'incompressibilité du fluide pour une distribution isotrope transverse ou isotrope de fissures. Par ailleurs, une analyse plus fine des effets induits par la présence de fluide à l'intérieur de l'espace poreux, tels qu'ils sont pris en compte par le schéma différentiel auto-cohérent, nécessite l'examen des pressions de fluide,

ce à quoi nous nous attacherons dans les sections suivantes.

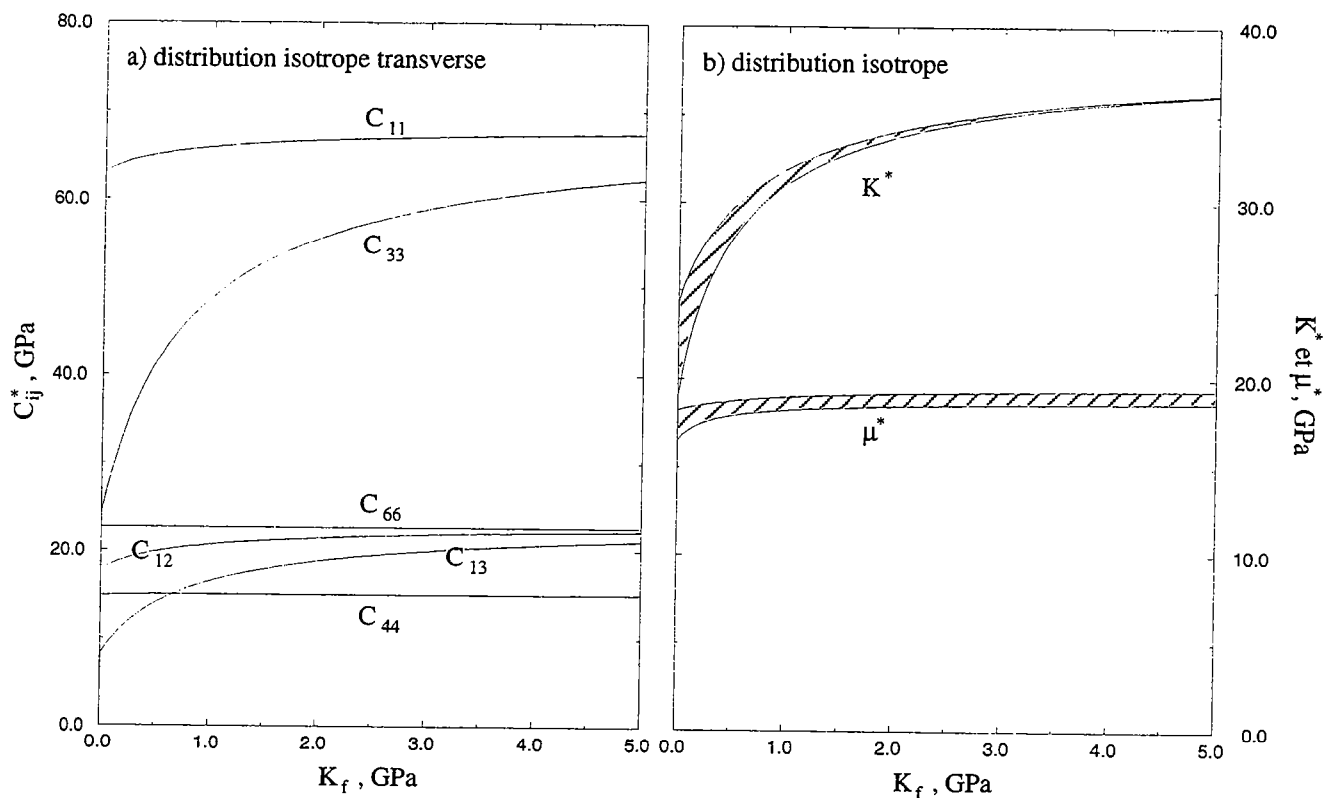


Figure III.6: Modules élastiques calculés par la méthode différentielle auto-cohérente pour une distribution a) isotrope transverse ou b) isotrope des fissures. ($K_s=38$ GPa, $\mu_s=22.8$ GPa, $\alpha=10^{-2}$, $\epsilon=0.2$)

5. Combinaison pores/fissures

La principale difficulté à laquelle se heurtent les modèles dérivant de la théorie des milieux effectifs est la description de la microstructure. Par hypothèse, la géométrie de l'espace poreux est simplifiée. On l'approxime ici par un ensemble d'ellipsoïdes de révolution, de facteur de forme α . La distribution des facteurs de forme des hétérogénéités formant la porosité ϕ constitue un paramètre d'entrée. Malgré l'existence de procédures expérimentales visant à analyser la microstructure, cette distribution est difficile à contraindre. Elle correspond en effet à une vision simplifiée et idéaliste de la structure de l'espace poreux. Or, l'étude détaillée de lames minces au microscope électronique à balayage a révélé que, bien que l'on puisse isoler quelques cavités poreuses isolées, l'espace poreux apparaît essentiellement comme un réseau complexe de pores et fissures interconnectés. Cette méthode expérimentale permet d'estimer la longueur moyenne des fissures, leur ouverture apparente et plus difficilement la densité de fissures (HADLEY, 1976; WONG, 1985; WONG *et al.*, 1989). WONG *et al.* (1989) montrent que les ouvertures de fissure les plus petites pour le granite de Westerly et la quartzite de Rutland sont de l'ordre de $0.03 \mu\text{m}$. Parallèlement, la porosimétrie-mercure permet d'appréhender indirectement (*i.e.*, en s'appuyant sur une configuration simplifiée de l'espace poreux) la valeur des rayons d'accès des pores. Les résultats de GERAUD (1991) indiquent qu'une part importante de la porosité du granite de Vendée est due à des pores de rayon d'accès inférieur à $0.03 \mu\text{m}$. De même, LE RAVALEC *et al.* (1995c) mettent en évidence des ouvertures de $0.007 \mu\text{m}$ pour la mylonite de la Bresse. Cependant, il faut noter que les observations dépendent des limites de résolution de l'appareillage utilisé: les fissures les plus fines peuvent ne pas être détectées. Or, ce

sont elles qui affectent le plus visiblement les propriétés élastiques des roches.

Le modèle différentiel auto-cohérent prend avantage du schéma itératif: à chaque étape d'introduction d'inclusions, on peut considérer des géométries différentes. Force est pourtant de s'interroger à propos des effets sur les modules élastiques relatifs à l'ordre d'introduction d'inclusions de forme différente. Pour une distribution de facteurs de forme et une porosité données, les modules élastiques effectifs sont-ils identiques quel que soit l'ordre d'introduction choisi?

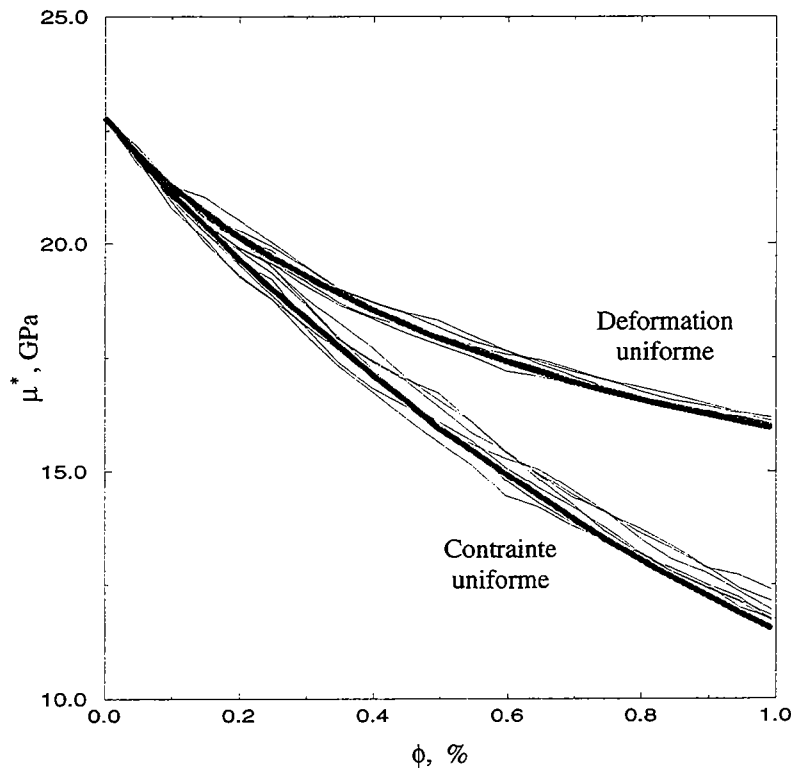


Figure III.7: Module de cisaillement effectif en fonction de la porosité. Celle-ci est supposée formée de 2 familles d'hétérogénéités: des pores ronds ($\alpha=1$, proportion=70 %) et des ellipsoïdes de révolution aplatis ($\alpha=10^{-3}$, proportion=30 %). Trait fin: simulation unique, trait épais: simulations moyennées. ($K_s=38$ GPa, $\mu_s=22.8$ GPa, $K_f=2.2$ GPa)

Pour définir la distribution des facteurs de forme des inclusions introduites successivement dans le milieu, on génère une série de nombres pseudo-aléatoires par une méthode de Monte-Carlo (NOUGIER, 1987). Sur la Figure III.7, on représente les résultats obtenus à partir de quelques simulations afin de souligner les effets dus à l'ordre d'introduction. On considère une roche dont la porosité comprend une famille de pores sphériques, suivant une fraction volumique de 70 %, et une famille de fissures ellipsoïdales de facteur de forme $\alpha=10^{-3}$, suivant une fraction volumique de 30 %. D'emblée, on se place dans le cas défavorable où les familles en présence ont des facteurs de forme très distincts. On examine le module de cisaillement effectif, qui est le plus sensible, en fonction de la porosité. En outre, on accentue délibérément l'effet de l'ordre d'introduction fixé en prenant des incréments dV de fraction volumique d'inclusion assez élevés. Les courbes en trait fin correspondent à une simulation pour un ordre donné, dans le cas d'une contrainte ou d'une déformation uniforme. Les courbes en trait épais illustrent les résultats obtenus en moyennant une cinquantaine de simulations. En fait, on peut faire apparaître, en considérant des dV très petits (inférieurs à 10^{-6}) que les variations chaotiques du module de cisaillement selon l'ordre d'introduction des inclusions deviennent négligeables. Quel que soit l'ordre d'introduction envisagé, les courbes convergent vers le même résultat (pour une condition aux limites fixée). Cependant, en agissant de la sorte, on augmente

considérablement le temps de calcul. Un moyen détourné pour arriver à des approximations valables en un temps bien plus court est de moyenner les résultats déduits de plusieurs simulations réalisées pour un dV moins petit ($dV \geq 10^{-5}$).

6. Comparaison avec des données expérimentales

Les propriétés élastiques d'une roche, à condition de considérer des roches compétentes, sont essentiellement fonction de la compressibilité de l'espace poreux, et donc de sa géométrie. Les inclusions sphériques sont très peu compressibles: elles affectent modérément les propriétés élastiques du milieu. Au contraire, les fissures, représentées par des ellipsoïdes de révolution, sont très compressibles. Elles impriment sur les propriétés élastiques effectives des effets d'autant plus sensibles que leur facteur de forme est petit.

a. Inclusions sphériques

Sur la Figure III.8, on reporte les modules d'incompressibilité, pour un verre contenant des bulles d'air, déduits des mesures de vitesses effectuées par WALSH *et al.* (1965). Dans ce cas précis, on approxime sans trop d'erreur la géométrie des inclusions poreuses: les bulles d'air sont schématisées par des sphères. En utilisant alors les propriétés de la matrice solide, isotrope ($K_s=46.06$ GPa,

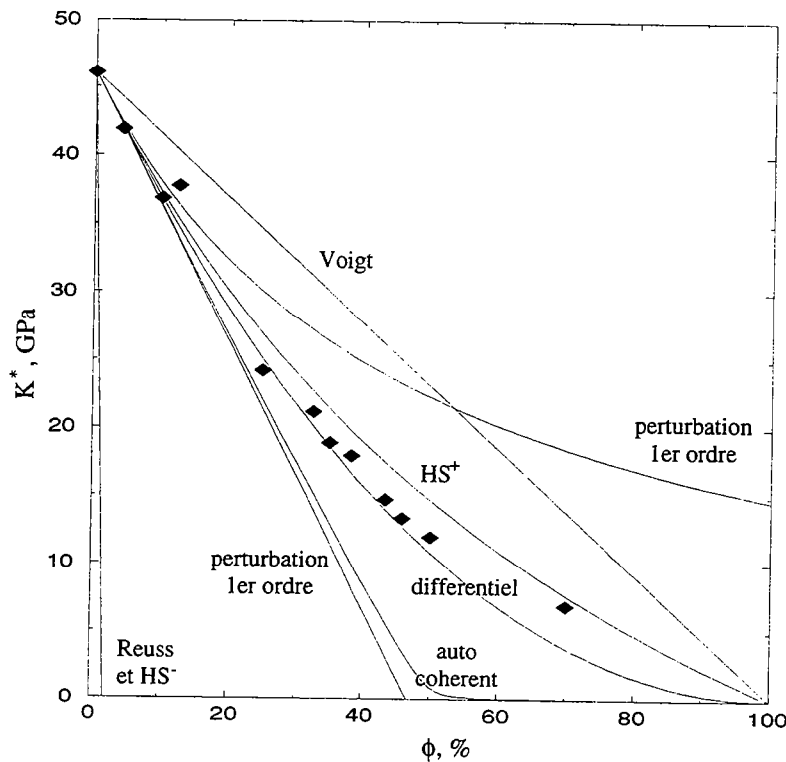


Figure III.8: Comparaison des données (losanges noirs) de WALSH *et al.* (1965) pour un verre contenant des bulles d'air avec les prédictions de différentes théories. ($K_s=46.06$ GPa, $\mu_s=30.33$ GPa, $K_f=0$ GPa)

$\mu_s=30.33$ GPa, d'après WALSH *et al.*, 1965, ZIMMERMAN, 1991), comme paramètres d'entrée, on détermine les valeurs du module d'incompressibilité effectif en fonction de la porosité à partir de différents modèles: moyennes de Voigt et Reuss, bornes de Hashin-Strickman, théorie de la perturbation au premier ordre en supposant soit la contrainte σ_{ij}^0 , soit la déformation ε_{ij}^0 uniforme à l'infini, théorie auto-cohérente et théorie différentielle auto-cohérente. Il apparaît clairement que

l'approche différentielle auto-cohérente prédit le comportement le plus proche de celui observé expérimentalement. Jusqu'à une porosité ϕ de 50%, l'adéquation entre les données expérimentales et la courbe théorique est excellente. Au delà de ce seuil, il faut rappeler que l'on tend vers le seuil de percolation mécanique et que la théorie différentielle auto-cohérente ne peut plus être appliquée pour caractériser le comportement élastique. On remarquera par ailleurs que la modélisation auto-cohérente surestime l'influence de l'espace poreux.

b. Inclusions ellipsoïdales - Symétrie isotrope transverse

Pour tester les prédictions du modèle différentiel auto-cohérent dans le cas d'une matrice solide contenant une distribution isotrope transverse de fissures, *i.e.*, des fissures alignées, on considère les données rapportées par RATHORE *et al.* (1994). Ces auteurs ont fabriqué des grès synthétiques en cimentant des grains de quartz avec une résine époxy. Ils y ont ensuite introduit des disques métalliques, alignés et de géométrie connue. Ces disques, détruits chimiquement, laissent place à des cavités, représentatives d'une fissuration isotrope transverse. RATHORE *et al.* (1994) ont mesuré les vitesses d'ondes de propagation de type P (compressive), SH (cisailante, polarisée parallèlement au plan des fissures), SV (cisailante, polarisée perpendiculairement à l'onde SH) en fonction de l'angle d'incidence (Figure III.9).

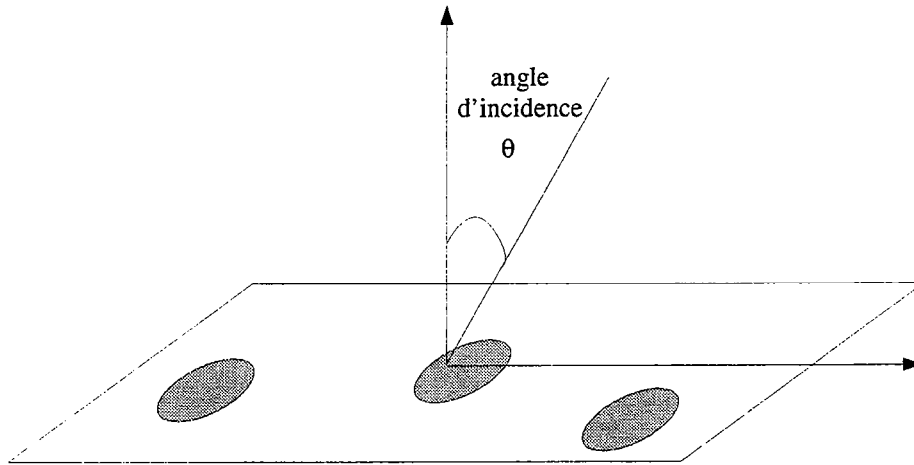


Figure III.9: Représentation de l'angle d'incidence par rapport au plan des fissures.

RATHORE *et al.* (1994) montrent que la matrice gréseuse est quasiment isotrope et qu'elle se caractérise par une porosité initiale de 34.6%, modélisée par des pores sphériques. La famille de disques ou fissures incorporée dans un second temps à cette matrice contribue à augmenter la porosité de 0.23%. RATHORE *et al.* (1994) indiquent que le facteur de forme des disques vaut $3.64 \cdot 10^{-4}$. Les propriétés de la matrice solide sont $K_s=16.6$ GPa, $\mu_s=12.7$ GPa et $\rho_s=1712$ kg.m⁻³, tandis que celles du fluide valent $K_f=2.16$ GPa et $\rho_f=1000$ kg.m⁻³ où K est le module d'incompressibilité, μ le module de cisaillement et ρ la masse volumique. On utilise alors ces paramètres comme données d'entrée dans le modèle différentiel auto-cohérent et on compare les valeurs calculées pour les vitesses V_P , V_{SH} et V_{SV} aux mesures expérimentales (Figure 6, ANNEXE 2). On s'intéresse dans ce paragraphe aux mesures réalisées uniquement sur échantillon sec. On procède à deux sortes de simulation numérique.

Dans un premier temps (Figure 6 a), b), et c), ANNEXE 2), suivant RATHORE *et al.* (1994), on considère une matrice solide comportant une porosité de pores sphériques ($\phi_p=34.6\%$) et des fissures alignées ($\phi_c=0.23\%$, $\alpha=3.64 \cdot 10^{-4}$). Le milieu résultant est isotrope transverse. On applique le modèle

différentiel auto-cohérent tel qu'il a été décrit dans les sections précédentes, en introduisant incrément par incrément, soit des ellipsoïdes de révolution, soit des sphères. Force est de constater que les courbes théoriques se positionnent systématiquement au dessus des données expérimentales. Une telle différence pourrait s'expliquer par la présence de fissures à l'intérieur de la matrice gréseuse, avant même l'introduction des disques alignés. Il semble donc raisonnable de suggérer que la matrice gréseuse contient initialement non seulement une population de cavités sphériques, mais aussi une famille de fissures distribuées aléatoirement, même dans une faible proportion volumique.

Aussi, dans un second temps (Figure 6 d), e), et f), ANNEXE 2), on réalise des tests en s'appuyant sur cette possibilité. La procédure suivie est la suivante. (1) On calcule les modules effectifs de la matrice gréseuse en envisageant une famille de pores ronds ($\phi_p/\phi=99.5\%$) et un jeu d'ellipsoïdes de révolution identiques ($\phi_c/\phi=0.5\%$, $\alpha=3 \cdot 10^{-3}$). ϕ_p/ϕ et ϕ_c/ϕ sont les fractions volumiques correspondant respectivement aux pores ronds et fissures, ϕ vaut 34.6%. Les fissures étant distribuées aléatoirement, la matrice gréseuse est isotrope: les modules effectifs appartiennent à un intervalle précisé par le modèle différentiel auto-cohérent. Cependant, les deux bornes ainsi définies sont extrêmement proches du fait de la présence très largement majoritaire des cavités sphériques. (2) On introduit dans le milieu effectif caractérisé à l'étape précédente les disques ou fissures alignées et l'on utilise l'approche générale du modèle différentiel auto-cohérent pour un milieu isotrope transverse. La comparaison entre les valeurs expérimentales et les résultats prédits s'avère alors de meilleure qualité.

Remarque: Le calcul des vitesses en fonction des propriétés élastiques du milieu effectif se fait d'après les expressions développées par LOVE (1927) (cf. ANNEXE E).

c. Distribution isotrope de pores/fissures

Nous nous proposons ici d'examiner les mesures réalisées par BERGE *et al.* (1992) sur des échantillons synthétiques composés de billes de verre agglomérées. Ces auteurs sont parvenus à fabriquer une série d'échantillons recouvrant une gamme de porosité allant de 0 à 40% environ. Ils ont ensuite procédé à des mesures de vitesse d'ondes P et S sur des échantillons secs. Ces derniers s'illustrent par leur caractère isotrope. Les propriétés élastiques des billes de verre, *i.e.*, de la matrice solide, sont définies par $K_s=46.06$ GPa et $\mu_s=29.24$ GPa. BERRYMAN et BERGE (1993) et BERGE *et al.* (1995) suggèrent de modéliser ces données expérimentales à l'aide d'une approche auto-cohérente et différentielle auto-cohérente, en supposant que l'espace poreux peut être simulé par des sphères. En outre, le modèle auto-cohérent qu'ils considèrent est de type symétrique (BERRYMAN, 1980): la matrice solide est représentée elle aussi à partir de sphères, ce qui semble adapté pour décrire des billes. BERRYMAN et BERGE (1993) concluent que le modèle auto-cohérent conduit à des résultats plus proches des données expérimentales que le modèle différentiel auto-cohérent (cf. Figure III.10). Par ailleurs, ils restent conscients que dans le cas du verre à bulle de WALSH *et al.* (1965), dont nous avons exposé les données plus haut, la méthode différentielle auto-cohérente est plus apte à modéliser le comportement observé expérimentalement. BERRYMAN et BERGE (1993) estiment alors que le fait d'utiliser un modèle plutôt qu'un autre se justifie en fonction de la microstructure de l'échantillon analysé. Il est vrai que les microstructures du verre à bulle de WALSH *et al.* (1965) et des échantillons des billes de verre agglomérées de BERGE *et al.* (1992) sont tout à fait distinctes. Dans le premier cas, les inclusions affichent une géométrie très proche de la sphère. Dans le second, la description de la microstructure est beaucoup moins évidente (Figure III.11). Il est sans doute plus judicieux, même si cela reste une approximation, de considérer la porosité comme composée d'une partie rigide, simulée par des sphères, et d'une partie se déformant bien plus facilement, modélisée par des ellipsoïdes de révolution, plutôt que de ne considérer qu'une porosité de pores ronds.

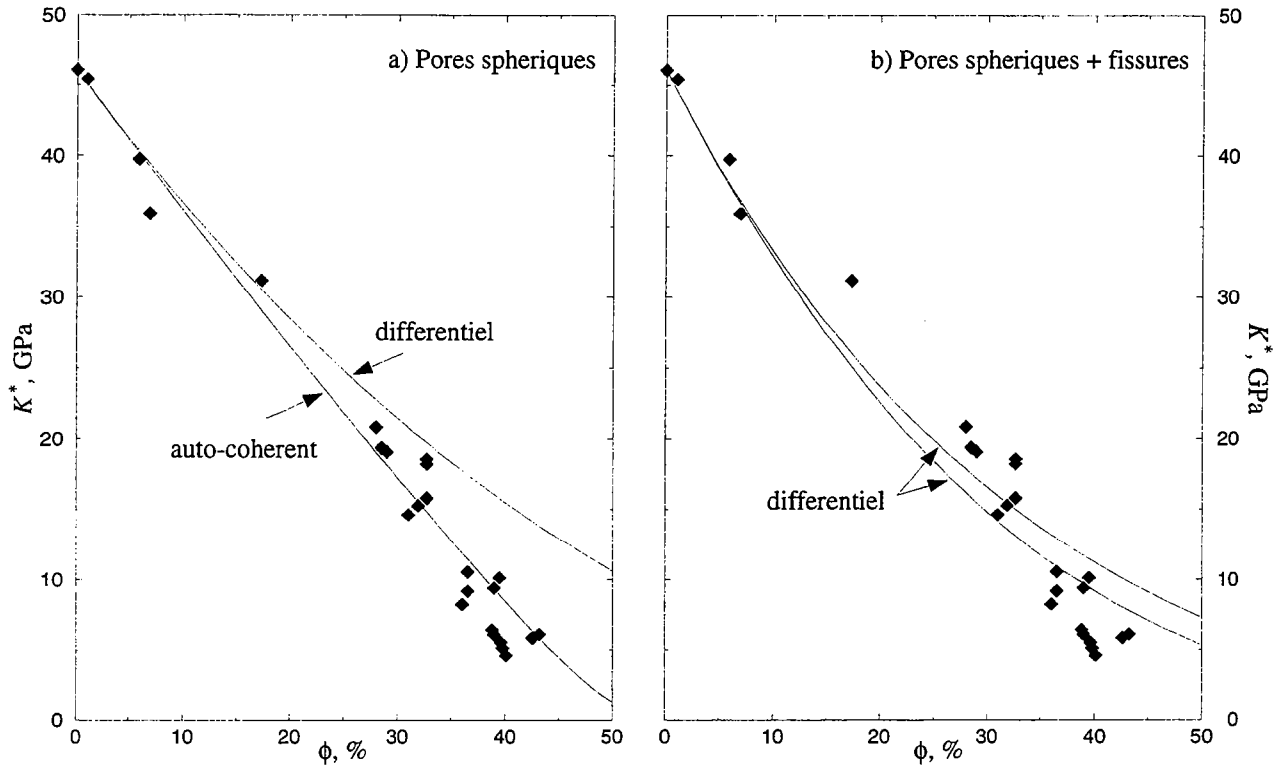


Figure III.10: Comparaison des mesures de BERGE et al. (1992) avec a) les modules d'incompressibilité effectifs déduits des modèles auto-cohérent et différentiel auto-cohérent pour des inclusions sphériques vides; b) l'encadrement du module d'incompressibilité effectif résultant du modèle différentiel auto-cohérent en considérant une porosité sèche constituée de pores sphériques ainsi que d'ellipsoïdes de révolution ($\phi_p/\phi=90\%$, $\phi_c/\phi=10\%$, $\alpha=0.06$). ($K_s=46.06$ GPa, $\mu_s=29.24$ GPa, $K_f=0$ GPa)

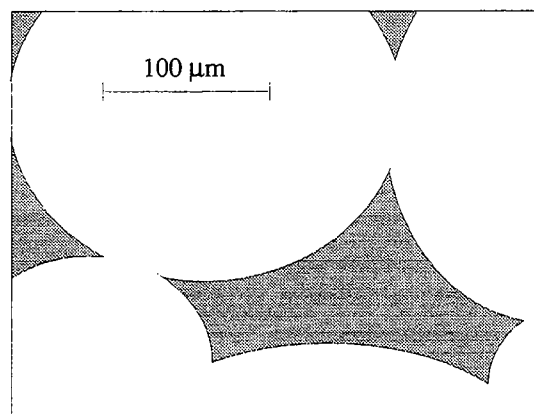


Figure III.11: Représentation schématique des microstructures mises en évidence par BERGE et al. (1995) par microscopie à balayage électronique pour les échantillons de billes de verre agglomérées de BERGE et al. (1992). La zone sombre représente la porosité.

La question essentielle est de savoir s'il faut choisir le modèle en fonction de la microstructure à

caractériser ou s'il faut chercher à décrire le mieux possible la microstructure pour un modèle donné. Supposer que la porosité des échantillons de billes de verre agglomérées est uniquement formée de cavités sphériques est par trop réducteur. On ne considère alors que des pores rigides, et en négligeant les pores compressibles, on va logiquement surestimer les modules élastiques effectifs. Par ailleurs, il est apparu clairement que le modèle auto-cohérent sous-estime les modules effectifs dans le cas simple d'une porosité de bulles (Figure III.8). En ignorant la présence d'une porosité compressible et en employant un modèle auto-cohérent, il y a compensation de 2 erreurs, ce qui explique la conclusion de BERRYMAN et BERGE (1993).

Sur la Figure III.10 a), on reporte les données expérimentales de BERGE *et al.* (1992), ainsi que les courbes théoriques prédites à partir des modèles auto-cohérent et différentiel auto-cohérent pour une porosité de pores sphériques. Parallèlement, on représente sur la Figure III.10 b), les bornes dérivant du modèle différentiel auto-cohérent en considérant une porosité isotrope de pores ronds ($\phi_p/\phi=90\%$) et d'ellipsoïdes de révolution ($\phi_e/\phi=10\%$, $\alpha=0.06$). Le modèle auto-cohérent semble concorder davantage avec les données expérimentales, mais il tient compte d'une microstructure très différente de celle qui peut être observée dans l'échantillon. Le modèle différentiel auto-cohérent, lorsque l'on considère une combinaison de pores/fissures, nous amène à un encadrement des modules effectifs qui s'accorde assez bien avec les valeurs mesurées. Il est clair que la microstructure alors décrite n'est encore qu'une approximation, mais elle a l'avantage de rendre compte de deux types de porosité: les pores rigides (sphères) et d'autres plus facilement déformables (ellipsoïdes de révolution). Enfin, on rappelle que près du seuil de percolation mécanique, tous les modèles (différentiels auto-cohérents ou non) tendent vers leurs limites d'application.

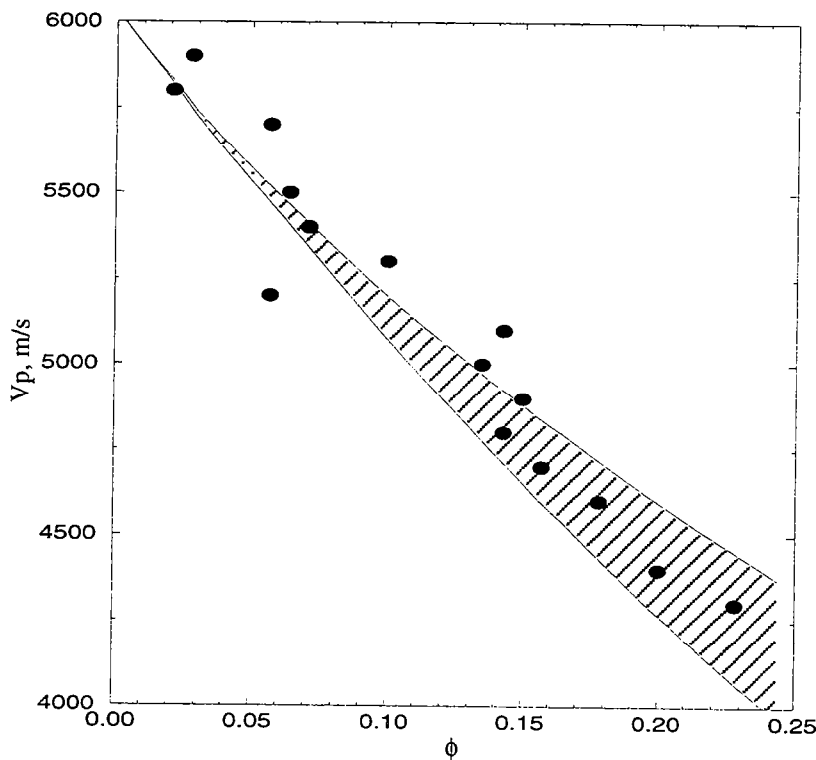


Figure III.12: Comparaison des données de vitesse d'ondes P en fonction de la porosité pour des grès saturés propres (d'après HAN (1987) et KLIMENTOS et McCANN (1990)) avec les prédictions du modèle différentiel auto-cohérent ($K_s=40.38$ GPa, $\mu_s=41.85$ GPa, $\rho_s=2640$ kg.m⁻³, $K_f=2.2$ GPa, $\rho_f=1000$ kg.m⁻³, $\phi_p/\phi=75\%$, $\phi_e/\phi=25\%$, $\alpha=0.03$). (d'après LEMEE, communication personnelle).

Dans un dernier exemple, on considère les mesures de vitesse des ondes P rapportées par HAN (1987) et KLIMENTOS et McCANN (1990) pour des grès saturés propres, à savoir sans argile. Ces données sont modélisées à l'aide du modèle différentiel auto-cohérent. Les propriétés de la matrice solide sont déduites des compositions des grès spécifiées par ces auteurs: $K_s=40.38$ GPa, $\mu_s=41.85$ GPa, $\rho_s=2640$ kg.m⁻³. L'espace poreux est saturé en eau: $K_f=2.2$ GPa, $\rho_f=1000$ kg.m⁻³. On suppose que cet espace poreux peut être simulé en considérant une distribution isotrope de sphères (proportion volumique: $\phi_p/\phi=75$ %) et d'ellipsoïdes de révolution tous identiques (proportion volumique: $\phi_c/\phi=25$ %, facteur de forme $\alpha=0.03$). Le modèle différentiel auto-cohérent fournit alors un encadrement de la vitesse de l'onde P, notée V_p , représenté par le domaine rayé sur la Figure III.12.

7. Sensibilité vis à vis des paramètres microstructuraux

a. Problématique

Le modèle que nous avons élaboré au cours des sections précédentes est un modèle direct en ce sens qu'il conduit aux propriétés élastiques d'un milieu biphasé dès lors que la géométrie et les propriétés élastiques des constituants sont connues. Nous nous proposons à présent d'examiner la sensibilité de ce modèle par rapport à la paramétrisation mathématique choisie pour décrire la microstructure et de comparer les résultats prédits avec les données expérimentales. Cette étude permet de contraindre la représentation de la microstructure.

Les paramètres d'entrée du modèle direct sont les modules d'incompressibilité et de cisaillement de la matrice solide (K_s et μ_s), le module d'incompressibilité du fluide (K_f), la porosité (ϕ), et la distribution des facteurs de forme des inclusions ($\langle\alpha\rangle$). En outre, le calcul des vitesses implique que les masses volumiques de la matrice solide et du fluide (ρ_s et ρ_f) sont connues. Il est possible d'obtenir, expérimentalement, une estimation fiable de K_s , μ_s , K_f , ϕ , ρ_s et ρ_f . Par contre, on se heurte encore à la description de la géométrie de l'espace poreux. Nous avons supposé ici que ce dernier peut être représenté à partir d'un ensemble d'inclusions de géométrie idéale comprenant des sphères et des ellipsoïdes de révolution. Cette hypothèse constitue une limite évidente. Elle permet néanmoins de prendre en compte une porosité de type rigide (pores arrondis) et une porosité de type compressible (fissures). Par souci de simplification, on considère que la porosité peut être approximée par une famille de sphères et une famille d'ellipsoïdes de révolution de même facteur de forme α . On examine l'influence des 2 paramètres microstructuraux qui définissent l'espace poreux, à savoir α , le facteur de forme des ellipsoïdes, et f_p , la proportion volumique des pores ronds par rapport à la porosité totale ϕ . On note ϕ_p et ϕ_c les porosités de pores et de fissures ($\phi = \phi_p + \phi_c$). f_p s'écrit alors:

$$f_p = 1 - \frac{\phi - \phi_p}{\phi} = \frac{\phi - \phi_c}{\phi}. \quad (\text{III.1})$$

En examinant différents jeux de coordonnées (α, f_p) dans un espace (α, f_p) , on compare les vitesses mesurées sur des échantillons de roches avec les vitesses prédites par le modèle différentiel auto-cohérent. Cette approche donne accès à une carte de probabilité dont les maxima caractérisent les couples (α, f_p) ou modèles qui vérifient le mieux les données expérimentales. Une démarche analogue a été suivie par ZAMORA et POIRIER (1990). Notons cependant que ces auteurs considéraient une porosité formée uniquement de fissures infiniment aplaties, de sorte que la description de la porosité était sans doute assez éloignée de la porosité réelle.

b. Description de la procédure: paradigme bayésien

Connaissant les valeurs de K_s , μ_s , K_f , ρ_s , ρ_f et ϕ pour un échantillon de roche, on calcule à partir du modèle différentiel auto-cohérent les vitesses pour plusieurs couples (α, f_p) .

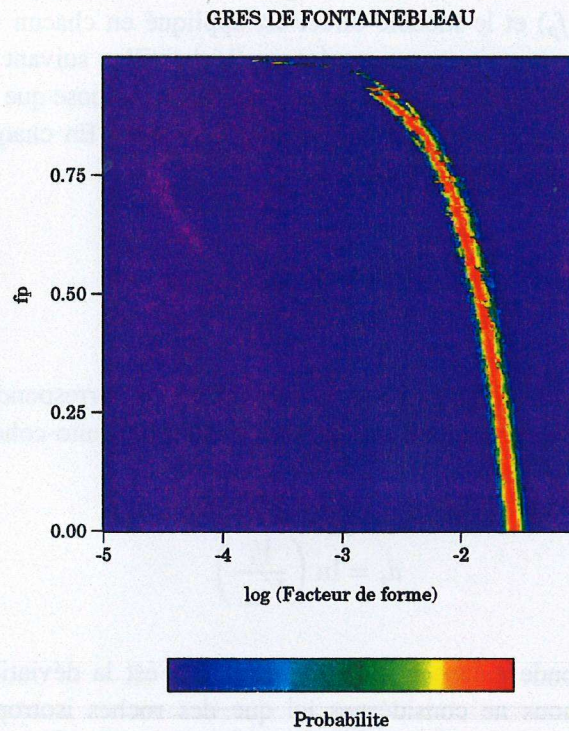


Figure III.13: Densité de probabilité pour le grès de Fontainebleau (mesures expérimentales d'après ZAMORA et POIRIER, 1990). Le violet caractérise les valeurs minimales (0) et le rouge les valeurs maximales (1).

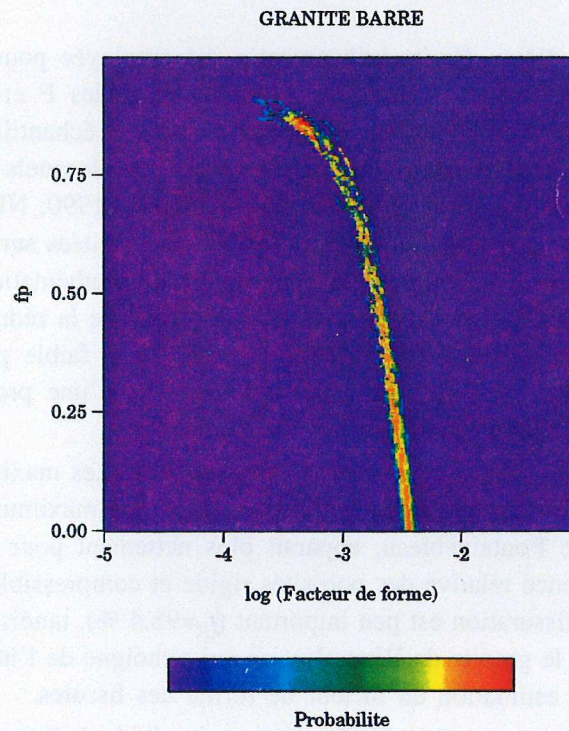


Figure III.14: Densité de probabilité pour le granite Barre (mesures expérimentales d'après NUR et SIMMONS, 1969). Le violet caractérise les valeurs minimales (0) et le rouge les valeurs maximales (1).

En effet, le problème étant non linéaire, on procède de manière probabiliste. Une grille est superposée sur l'espace (α, f_p) et le modèle direct est appliqué en chacun des noeuds. Les vitesses alors prédites sont comparées aux vitesses mesurées sur l'échantillon suivant une approche bayésienne (TARANTOLA, 1987). On en déduit une carte de probabilité. On suppose que les données sont connues avec une erreur gaussienne et que ces erreurs sont non corrélées. En chaque noeud de la grille, la densité de probabilité peut être définie par:

$$p = k \exp \left(- \sum_i \frac{(d_i - d_{i_{obs}})^2}{\sigma_i^2} \right) \quad (\text{III.2})$$

où l'index i est représentatif des ondes P et S et le sous index *obs* correspond aux valeurs déterminées expérimentalement. Le vecteur d_i , déduit du modèle différentiel auto-cohérent ou des mesures de laboratoire, vaut:

$$d_i = \ln \left(\frac{V_i}{V_{i_{sol}}} \right) \quad (\text{III.3})$$

où $V_{i_{sol}}$ est la vitesse de l'onde i dans la matrice solide. σ_i est la déviation standard et k est une constante. On notera que nous ne considérons ici que des roches isotropes, non soumises à des contraintes extérieures, de sorte que l'on ne dispose que des vitesses des ondes P et S.

La détermination des vitesses en chaque point de la grille implique un temps de calcul d'autant plus élevé que la grille (α, f_p) comporte de noeuds et que l'incrément de porosité dV doit être petit pour éviter les variations chaotiques liées à l'introduction dans un ordre aléatoire de sphères ou d'ellipsoïdes. Pour cette raison, les simulations numériques ont été effectuées sur le Cray T3D de l'Université d'Edinburgh en développant un traitement parallèle basé sur MPI ("Message Passing Interface"). Le calcul des vitesses en chaque noeud de la grille (α, f_p) est alors distribué entre les 256 processeurs disponibles.

La procédure qui vient d'être décrite brièvement a été employée pour mettre en évidence les paramètres (α, f_p) qui permettent de prédire les vitesses des ondes P et S les plus proches des données expérimentales. Les simulations ont été réalisées pour 3 échantillons de nature différente (grès de Fontainebleau, granite Barre et granite de Westerly) pour lesquels les vitesses des ondes P et S ont été évaluées expérimentalement (ZAMORA et POIRIER, 1990; NUR et SIMMONS, 1969; HADLEY, 1975). Les cartes de probabilité résultantes sont représentées sur les Figures III.13, III.14 et III.15. Ces cartes soulignent l'influence de la paramétrisation mathématique choisie. Le domaine caractéristique des probabilités maximales montre que pour traduire la réduction de vitesse entre la matrice solide et la roche, la porosité doit être formée soit d'une faible proportion de fissures (f_p proche de 1) à condition que celles-ci soient très aplaties, soit d'une proportion de fissures plus importante lorsqu'elles sont moins aplaties.

On observe néanmoins des différences entre les trois roches. Les maxima absolus obtenus pour chacune des simulations sont reportés dans le Tableau III.1. Le maximum absolu, bien qu'assez peu marqué pour le grès de Fontainebleau, apparaît plus nettement pour les granites Barre et de Westerly. Il souligne l'influence relative des porosités rigide et compressible. Ainsi, pour le grès de Fontainebleau, le rôle de la fissuration est peu important ($f_p=98.4\%$), tandis que pour les granites, f_p est plus faible (69.1 % pour le granite de Westerly), ce qui témoigne de l'influence de la fissuration. En outre, on parvient à une estimation du facteur de forme des fissures.

Les résultats obtenus mettent en avant une description simplifiée de l'espace poreux. La géométrie choisie pour la modélisation diffère sans doute de la géométrie réelle. Cependant, la définition et la caractérisation expérimentale d'une fissure n'est pas si évidente et s'avère limitée par la résolution de la procédure expérimentale employée. En outre, la paramétrisation mathématique que nous avons

utilisée à l'avantage de rendre compte des différents types de porosité (rigide et compressible) et de permettre le calcul. Bien que simplifiée, elle conduit à une représentation de la microstructure de la roche à partir des données de vitesse.

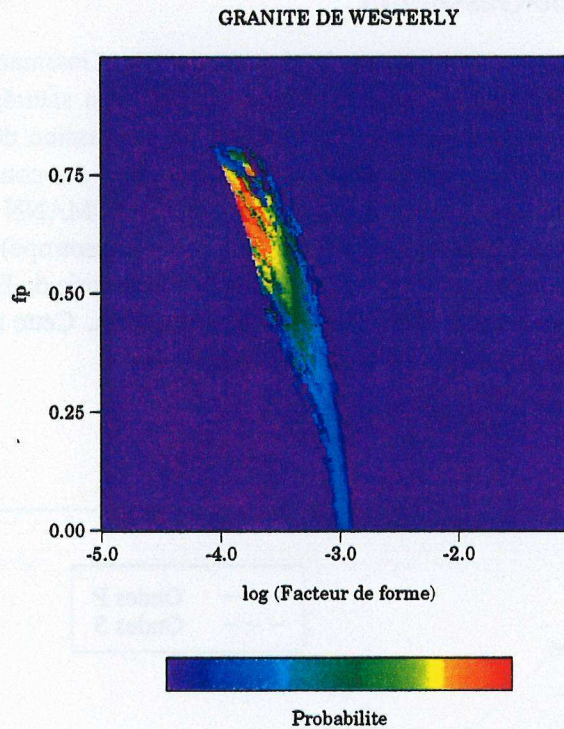


Figure III.15: Densité de probabilité pour le granite de Westerly (mesures expérimentales d'après HADLEY, 1975). Le violet caractérise les valeurs minimales (0) et le rouge les valeurs maximales (1).

Tableau III.1: Paramètres α et f_p permettant de prédire les vitesses les plus proches de celles observées expérimentalement

Echantillon de roche	ϕ , (%)	α ($\times 10^{-4}$)	f_p , (%)
Grès de Fontainebleau	8.9	5.42	98.4
Granite Barre	0.6	4.69	86.3
Granite de Westerly	0.18	1.33	69.1

III. DISPERSION DANS LES ROCHES FISSUREES ET SATUREES

1. Comparaison des vitesses mesurées en laboratoire et de la théorie de Biot-Gassmann

En règle générale, les vitesses déduites de la théorie de Biot-Gassmann sont supérieures aux vitesses mesurées en laboratoire, lorsque les échantillons étudiés sont saturés. Les vitesses dérivant du modèle de Biot-Gassmann correspondent à une situation où la pression de fluide, à l'intérieur de l'espace poreux, est uniforme. Par hypothèse, elles caractérisent donc des conditions basse fréquence. Par conséquent, les vitesses calculées à partir des équations de GASSMANN (1951) (pour une roche isotrope) ou de BROWN et KORRINGA (1975) (pour une roche anisotrope) sont des vitesses basse fréquence. MURPHY (1984) montre que les résultats déduits de la théorie de Biot-Gassmann prédisent relativement bien les vitesses mesurées à 560 Hz pour le grès Massilon. Cette remarque s'avère encore fondée pour le granite examiné par MURPHY (1985) à 2000 Hz.

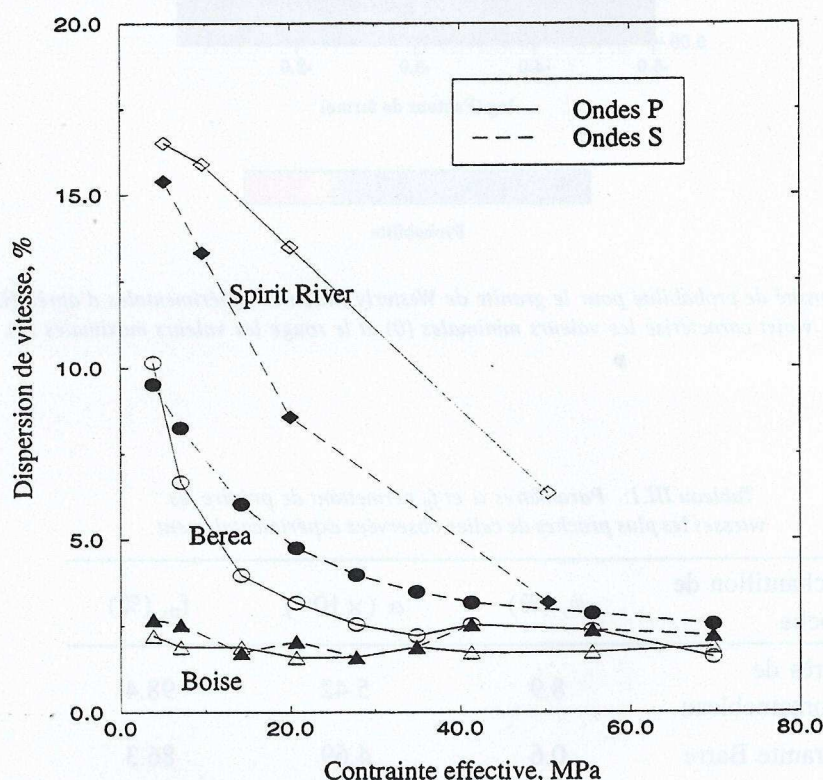


Figure III.16: Dispersion de vitesse en fonction de la contrainte effective pour les grès Spirit River, Boise et Berea (d'après WINKLER, 1986). Les grès Berea et Boise sont saturés en huile, le grès Spirit River en eau.

WINKLER (1986) s'attache alors à estimer la différence entre les vitesses obtenues en laboratoire et les vitesses découlant de la théorie de Biot-Gassmann. Cette différence est analysée en termes de dispersion de vitesse, définie à partir des vitesses mesurées (V^{mes}) et des vitesses de Biot-Gassmann (V^{BG}):

$$\frac{V^{mes} - V^{BG}}{V^{BG}} \quad (III.4)$$

Cet auteur considère plus précisément les grès Boise, Berea et Spirit River dont les porosités s'élèvent respectivement à 25%, 21% et 4.6%. Les 2 premiers grès sont saturés en huile, le dernier en eau. WINKLER (1986) détermine une dispersion de vitesse de 2 à 3% pour le grès Boise et d'environ 15% pour le grès Spirit River. La comparaison des vitesses mesurées et calculées fait intervenir des incertitudes. Les paramètres d'entrée des équations de Gassmann [cf. équations (I.6) et (I.7)], à savoir la porosité, la densité, les modules élastiques de la matrice solide et du fluide, ainsi que les modules drainés ou secs déduits des mesures de vitesses sur échantillon sec sont estimés avec une incertitude donnée. Il en est de même pour les vitesses mesurées sur les échantillons saturés. Ces considérations permettent de justifier une dispersion maximale de 1 à 2%. En outre, WINKLER (1986) met en évidence la décroissance de la dispersion lorsque la contrainte effective appliquée aux échantillons augmente (Figure III.16). Parallèlement, WANG *et al.* (1991) rapportent des dispersions de vitesse atteignant 23% pour des échantillons de dolomite.

Il convient à présent d'expliquer la différence observée entre les vitesses calculées à l'aide de la théorie de Biot-Gassmann et les vitesses mesurées en laboratoire sur des échantillons saturés.

Rappelons tout d'abord que les interactions chimiques entre la matrice solide et le fluide sont négligées. En réalité, la présence de fluide dans l'espace poreux affecte inévitablement l'énergie de surface à l'interface pore/solide. Quand une roche est saturée par un fluide mouillant, ce dernier tend à réduire la rigidité de la roche. Au contraire, un fluide non-mouillant contribue à renforcer la matrice. Aussi, les vitesses mesurées pour un échantillon saturé en huile/eau sont plus élevées que lorsqu'il ne contient que de l'eau (BACRI et SALIN, 1986). GREGORY (1976) montre que la dispersion induite chimiquement peut valoir 2 à 3% dans le cas d'une saturation à l'eau. Par contre, l'interaction chimique huile/solide est beaucoup plus faible (GREGORY, 1976, CLARK *et al.*, 1980). Suivant WINKLER (1985), il apparaît que la dispersion de vitesse déterminée pour le grès Berea saturé en eau est inférieure (4 à 5% pour une contrainte effective de 5 MPa) à celle mise en évidence pour une saturation à l'huile (17 à 19% pour une contrainte effective de 5 MPa).

La théorie de Biot-Gassmann permet d'appréhender des vitesses basse fréquence. Or, les mesures effectuées en laboratoire mettent en jeu des fréquences élevées, de l'ordre du mégahertz. La dispersion de vitesse observée peut donc s'expliquer en partie par des mécanismes dépendant de la fréquence, à savoir le mécanisme de BIOT (1956a, b) et le mécanisme de l'écoulement local (O'CONNELL et BUDIANSKY, 1977; MAVKO et NUR, 1979). La description de ces derniers a été brièvement rappelée dans le premier chapitre.

Le mécanisme de Biot est contrôlé par l'inertie du fluide. Sa fréquence caractéristique est en général élevée pour des roches de faible perméabilité (cf. Tableau I.4). De plus, WINKLER (1985) montre que la dispersion de vitesse entre haute et basse fréquence générée par ce mécanisme est très faible (<1% pour les ondes P et environ 2% pour les ondes S dans le cas du grès Berea). La prise en compte de la dispersion de Biot ne permet pas de justifier la dispersion inhérente à certaines roches.

On considère à présent le mécanisme de l'écoulement local. La terminologie "écoulement local" est communément employée, car l'écoulement de fluide dans les pores dépend de la variation locale de la compressibilité de l'espace poreux, *i.e.*, à l'échelle des pores/fissures. Certaines parties de l'espace poreux (*e.g.* les fissures) sont plus compressibles que d'autres (*e.g.* les pores ronds). Si une onde se propage au travers d'une roche saturée, elle déforme l'espace poreux et génère des gradients de pression de fluide. Le fluide cherche alors à s'écouler des régions les plus comprimées vers celles qui le sont moins, c'est à dire des fissures vers les pores. Ce mécanisme implique l'existence d'une fréquence caractéristique (f_{cL}) qui est fortement contrôlée par la géométrie des inclusions poreuses considérées (cf. Tableau I.5). Pour des fréquences inférieures à f_{cL} (on parlera par simplification de basses fréquences, notées BF), le fluide a le temps de s'écouler: la pression de fluide s'équilibre. Pour des fréquences supérieures à f_{cL} (ou à haute fréquence, HF), l'équilibre n'a pas le temps de

s'établir: le fluide est dans un état non relaxé. Le mécanisme de l'écoulement local semble être l'un des acteurs essentiels de la dispersion des vitesses comme tend à le souligner la diminution de la dispersion observée par WINKLER (1986) lorsque la contrainte effective augmente (Figure III.16). Le mécanisme de l'écoulement local dépend essentiellement de la fissuration: lorsque la contrainte effective s'accroît, les fissures se ferment, ce qui inhibe le processus du flux local.

On s'intéresse par la suite à la dispersion induite par le mécanisme du flux local. La dispersion de vitesse (Figure III.17) est définie en fonction de la différence entre les vitesses haute fréquence et basse fréquence:

$$\text{Dispersion} = \frac{V^{HF} - V^{BF}}{V^{BF}}. \quad (\text{III.5})$$

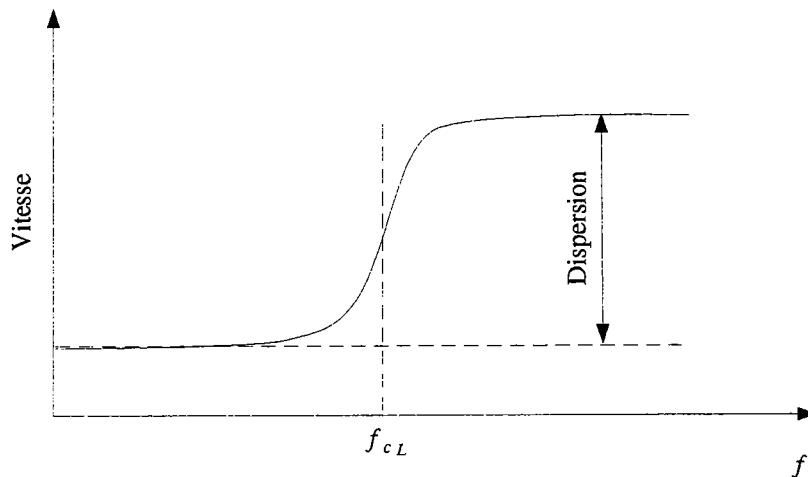


Figure III.17: Représentation schématique de la vitesse en fonction de la fréquence et estimation de la dispersion.

2. Distribution des pressions de fluide

Lorsque l'on applique le modèle différentiel auto-cohérent à une matrice solide contenant des inclusions saturées en fluide, les pressions de fluide à l'intérieur des inclusions diffèrent en fonction de l'orientation des inclusions, de leur géométrie et donc compressibilité, ainsi que de leur ordre d'introduction. Ce modèle semble donc approprié pour décrire les effets de dispersion liés au mécanisme de l'écoulement local. Néanmoins, il est nécessaire, avant de pousser plus loin cette étude, de quantifier la dispersion induite par l'ordre d'introduction des inclusions qui constitue un artefact du modèle.

Nous avons examiné plus haut, qualitativement, les variations de pression de fluide attendues dans l'espace poreux pour différents types de configurations (Figure II.6). Notons que l'on considère ici des conditions idéales où la distribution des inclusions poreuses est statistiquement homogène.

- **Inclusions sphériques:** on n'attend pas de variation de pression de fluide dans les pores, autre que celle inhérente au processus itératif de la théorie différentiel auto-cohérente. En théorie, pour ce cas idéal, les pressions de fluide devraient être à l'équilibre. Or, les pores étant ajoutés dans la matrice solide successivement, leurs pressions de fluide diffèrent.

- **Inclusions ellipsoïdales de révolution – symétrie isotrope transverse:** tout comme dans le cas précédent, si toutes les inclusions, qui sont alignées suivant la même direction, possèdent une

géométrie identique (même facteur de forme), les pressions de fluide devraient être à l'équilibre dans l'espace poreux. Pourtant, à nouveau, la méthode différentielle auto-cohérente est susceptible d'introduire un artefact, lié à l'ordre d'introduction des ellipsoïdes dans la matrice.

- **Inclusions ellipsoïdales de révolution – symétrie isotrope:** la symétrie isotrope suppose que les orientations des fissures sont distribuées aléatoirement. Dès lors, la pression de fluide dans les inclusions est fonction de leur orientation. Néanmoins, une variation supplémentaire des pressions de fluide découle du principe d'addition par incrément des inclusions dans la matrice.

Il convient d'estimer quantitativement le rôle joué par l'ordre d'introduction sur les variations de pression de fluide et donc sur la dispersion des vitesses.

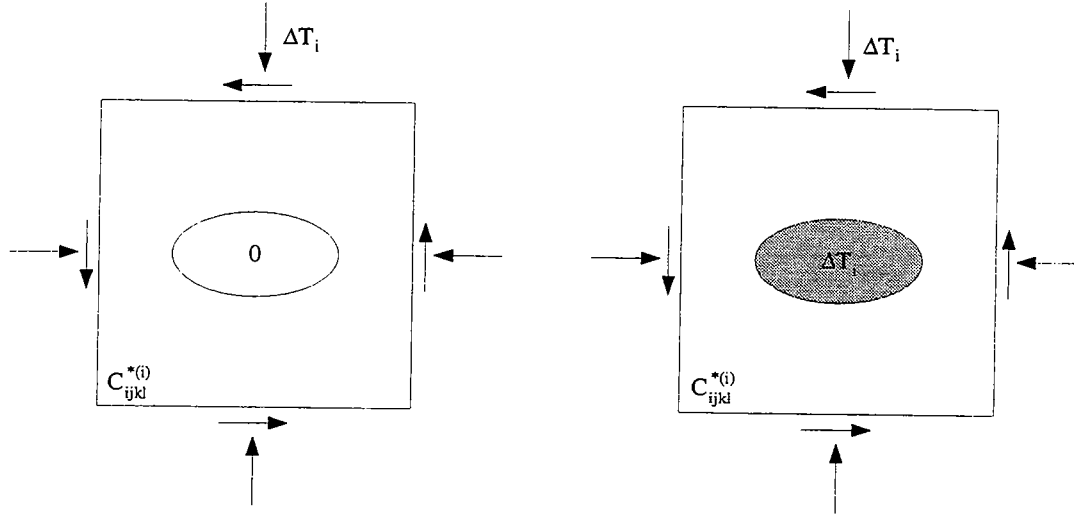


Figure III.18: Deux jeux de tractions sont appliqués sur la même roche. a) L'échantillon de gauche se déforme avec la compressibilité effective de la roche sèche. b) L'échantillon de droite se déforme comme s'il n'y avait pas d'inclusion de fluide.

On considère un ensemble d'inclusions saturées (sphériques ou ellipsoïdales de révolution) dont les axes principaux sont parallèles entre eux. Pour déterminer la variation de pression de fluide en fonction de la contrainte appliquée, on utilise comme pour le cas d'une distribution de pores sphériques le théorème de superposition (MAVKO et JIZBA, 1991; MUKERJI et MAVKO, 1994). Si on examine des inclusions non sphériques, le milieu devient isotrope transverse dès l'introduction de la première inclusion. Parallèlement à l'approche développée pour les inclusions sphériques [équation (II.49)], on définit le tenseur de compressibilité pour un pore sec W_{ijkl} (MUKERJI et MAVKO, 1994):

$$W_{ijkl} = \frac{1}{V} \left(\frac{\Delta V}{\Delta \sigma_{kl}} \right) \quad (\text{III.6})$$

où V est le volume de l'inclusion et σ_{kl} la contrainte appliquée. Le théorème de superposition conduit à (Figure II.15):

$$\Delta V = VW_{ijkk}(\Delta \sigma_{ij} - \Delta p \delta_{ij}) + \Delta p V \delta_{ij} S_{ijkk}^{*(i)} \quad (\text{III.7})$$

où $S_{ijkk}^{*(i)}$ est le tenseur de déformabilité effectif de la matrice à l'étape i , Δp est la variation de pression de fluide dans le pore considéré et δ_{ij} est le symbole de Kronecker. De plus, on rappelle

que la variation du volume du fluide dans l'inclusion vaut $\Delta V = V \Delta p / K_f$, K_f étant le module d'incompressibilité du fluide. On montre alors que:

$$\Delta p = \frac{\Delta \sigma_{ij} W_{ijkl}}{\frac{1}{K_f} - S_{llkk}^{*(i)} + W_{llkk}}. \quad (\text{III.8})$$

Une seconde étape de ce calcul consiste à employer le théorème de réciprocité ou de Betti-Rayleigh (SOKOLNIKOFF, 1956; MAVKO et JIZBA, 1991; MUKERJI et MAVKO, 1994). On considère:

- d'une part, une roche soumise à une force externe $\Delta T_i = \Delta \sigma_{ij} n_j$ et dont les pores sont vides [Figure III.18 a)]. \mathbf{n} est un vecteur unitaire, normal à la surface externe et $\Delta \sigma_{ij}$ est la variation de contrainte induite par la variation de pression de fluide provoquée par le passage de l'onde dans la roche saturée.

- d'autre part, la même roche, mais saturée, soumise à la même force ΔT_i sur la surface externe et à l'intérieur des pores [Figure III.18 b)]. Dans ces conditions, la roche se déforme comme s'il n'y avait pas d'inclusion ou comme si l'inclusion était occupée par la matrice. Le tenseur de déformabilité est donc $S_{ijkl}^{*(i)}$.

Le théorème de réciprocité conduit alors à:

$$\Delta \sigma_{ij} \Delta \sigma_{kl} S_{ijkl}'^{sec} V_{roc} - \Delta \sigma_{ij} \Delta \sigma_{kl} W_{ijkl} V = \Delta \sigma_{ij} \Delta \sigma_{kl} S_{ijkl}^{*(i)} V_{roc}. \quad (\text{III.9})$$

$S_{ijkl}'^{sec}$ est le tenseur de déformabilité effectif calculé pour la matrice de tenseur des modules élastiques $C_{ijkl}^{*(i)}$ et qui contient une inclusion [Figure III.18 a)]. V_{roc} est le volume de roche examiné. Il devient alors possible de déterminer W_{ijkl} :

$$W_{ijkl} = \frac{1}{\phi} \left(S_{ijkl}'^{sec} - S_{ijkl}^{*(i)} \right) \quad (\text{III.10})$$

où ϕ est la fraction volumique de l'inclusion. En effet, $S_{ijkl}'^{sec}$ et $S_{ijkl}^{*(i)}$ sont connus ou peuvent être déterminés à l'aide du modèle différentiel auto-cohérent.

Connaissant le tenseur W_{ijkl} , on envisage de calculer la variation de pression de fluide induite dans les inclusions, pour diverses géométries, en fonction de leur ordre d'introduction ou de façon équivalente de la porosité. Sur la Figure III.19, on représente les résultats obtenus pour des inclusions alignées à l'intérieur d'une matrice solide. Pour chaque simulation, les inclusions sont supposées de même géométrie. On examine le cas où le facteur de forme α vaut 1, 0.1 et 0.01. On s'attache à décrire la variation de pression de fluide lorsque $\Delta \sigma_{ii} = \Delta \sigma$, tandis que les autres composants du tenseur des contraintes $\Delta \sigma_{ij}$ sont nuls. On calcule $\Delta p / \Delta \sigma$ à partir des équations (III.8) et (III.10). Dans le cas d'une porosité de sphères, on retrouve les résultats illustrés sur la Figure II.16. On constate que la pression de fluide varie modérément à l'intérieur des pores sphériques pour une porosité inférieure à 50 %. Si les inclusions poreuses sont ellipsoïdales, la pression de fluide augmente de manière plus sensible au fur et à mesure que celles-ci sont introduites dans la matrice. Néanmoins, la variation de la pression n'est pas trop forte, ce qui suggère que la dispersion dépendant uniquement de l'ordre d'introduction sera peu importante. On constate de plus que $\Delta p / \Delta \sigma$ est d'autant plus élevé que l'inclusion ellipsoïdale est aplatie.

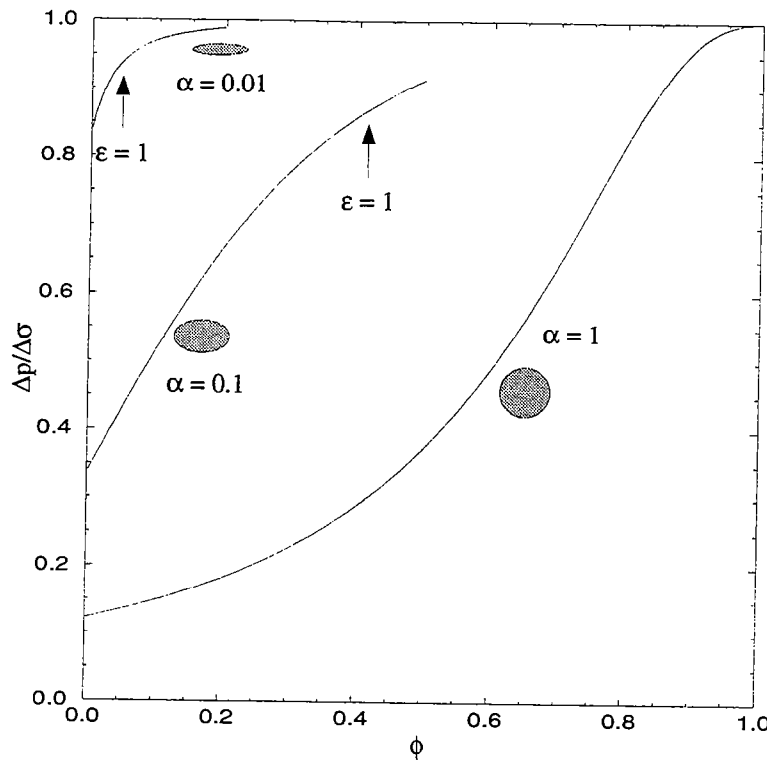


Figure III.19: Evolution de la variation de pression de fluide par rapport aux contraintes en fonction de la porosité pour différentes géométries d'inclusion, en régime hydrostatique et pour une symétrie isotrope transverse. ($K_s=38$ GPa, $\mu_s=22.8$ GPa, $K_f=2.2$ GPa, facteur de forme α , densité de fissure ϵ).

On a sur la Figure III.19 comparé entre elles les variations de $\Delta p/\Delta \sigma$ induites par la modélisation différentielle auto-cohérente. Les fissures étant alignées, le champ de contrainte est identique pour chacune d'entre elles. Au contraire, dans le cas d'une distribution isotrope de fissures, le champ de contrainte dépend de l'orientation de la fissure considérée par rapport à la force appliquée, ce qui implique une modification supplémentaire de $\Delta p/\Delta \sigma$, i.e., une dispersion de vitesse supérieure.

Remarque: Lorsque les fissures sont alignées, nous avons affirmé qu'on ne devrait pas observer de dispersion, en théorie. Cette affirmation est valable pour un milieu idéal où l'orientation des fissures est identique et où ces dernières sont distribuées de façon statistiquement homogène dans l'espace.

3. Modélisation de la dispersion

Il est important de distinguer clairement entre 2 situations, ainsi qu'entre les modèles les plus propres à les décrire. La première situation que l'on cherche à caractériser se définit par des conditions basse fréquence et isobares (équilibre des pressions de fluide dans l'espace poreux). La seconde correspond à des conditions haute fréquence et adiabatiques: la pression de fluide n'est pas équilibrée à l'échelle des pores/fissures ou échelle microscopique. La théorie de Biot-Gassmann, qui suppose que la pression de fluide est à l'équilibre, s'applique à basse fréquence: elle permet d'analyser les propriétés de la roche examinée dans la première situation. Parallèlement, l'utilisation de la théorie différentielle auto-cohérente implique que les pressions de fluide dans les inclusions poreuses dépendent de leur compressibilité et orientation. Cette approche s'avère appropriée pour décrire le mécanisme de l'écoulement local à des fréquences supérieures à celle caractéristique de ce mécanisme. Aussi les vitesses des ondes de propagation prédites par le modèle différentiel auto-cohérent sont elles plus élevées que celles déduites des équations de GASSMANN (1951). Cet effet est plus prononcé pour les roches fissurées, car les fissures sont beaucoup plus compressibles que les pores arrondis.

Il est donc vain de chercher à obtenir des résultats comparables avec les théories de Biot-Gassmann et différentielle auto-cohérente, comme semble le faire THOMSEN (1985). Ces théories sont fondamentalement différentes. Au contraire, on peut tirer profit de ces différences pour modéliser la dispersion de vitesse entre les mesures réalisées en laboratoire et les conditions basse fréquence.

Pour atteindre cet objectif, on procède comme suit. On considère une roche isotrope, *i.e.*, une matrice solide où se trouve une distribution isotrope d'ellipsoïdes et/ou sphères.

1)- On calcule les modules élastiques pour la roche sèche en utilisant le modèle différentiel auto-cohérent.

2)- Ces modules sont intégrés à l'intérieur des équations de Gassmann [équations (I.6) et (I.7)]. On en déduit les modules, et par conséquent les vitesses, pour la roche saturée par un fluide de module d'incompressibilité K_f , à basse fréquence, en régime non drainé.

3)- On applique le modèle différentiel auto-cohérent pour calculer les propriétés élastiques de la roche saturée. On introduit alors des inclusions de fluide (K_f) dans la matrice. Les modules élastiques ainsi obtenus sont des modules non relaxés: ils donnent accès aux vitesses saturées haute fréquence.

L'utilisation de l'équation (III.5) conduit à l'estimation de la dispersion de vitesse théorique, liée au mécanisme de l'écoulement local. On remarquera qu'une démarche analogue permet d'étudier le comportement de la dispersion de vitesse dans les milieux isotropes transverses. Il faut alors se référer aux équations de BROWN et KORRINGA (1975) [équations (I.9)] et non à celles de GASSMANN (1951).

A partir de cette procédure, on détermine la dispersion de vitesse théorique engendrée par le mécanisme de l'écoulement local en fonction de la concentration volumique des inclusions poreuses, de leur géométrie (*i.e.*, facteur de forme α) et de la distribution de leurs orientations (*cf.* ANNEXE 1 et 2). Considérons tout d'abord une distribution isotrope transverse planaire: les fissures, ellipsoïdes de révolution, ont leurs axes principaux parallèles entre eux. Sur la Figure 2 de l'ANNEXE 2, on représente, en trait fin, la dispersion de vitesses en fonction de la densité de fissures ϵ calculée pour les ondes P et S dans la configuration choisie. La dispersion de vitesse pour une symétrie isotrope transverse dépend de l'angle d'incidence de l'onde par rapport à l'axe de révolution. On ne reporte sur la Figure 2 (ANNEXE 2) que la dispersion maximale. On peut montrer que cette dispersion maximale est obtenue pour une onde se propageant parallèlement à l'axe de révolution. En outre, il faudrait différencier les dispersions prédites dans le cas des ondes SH et SV. Cependant, comme leur dispersion est identique lorsque l'onde incidente se propage suivant l'axe de révolution, on ne rapporte les résultats que pour une onde S. On constate que la dispersion de vitesse est faible (0 % quand ϵ tend vers 0 et environ 4 % pour $\epsilon=1$). Or, nous avons auparavant souligné que la dispersion de vitesse devrait être nulle pour la géométrie envisagée: les fissures ont toutes la même orientation, la même forme et sont distribuées de manière statistiquement homogène. La dispersion qui est alors prédite par le modèle correspond à l'artefact caractérisé plus haut. En effet, la pression de fluide à l'intérieur des inclusions varie avec leur ordre d'introduction dans la matrice. Si on examine plus attentivement le cas où $\epsilon=0.1$, on observe que la dispersion prévue s'élève à 0.23 % et 0.15 % respectivement pour les ondes P et S. On peut alors fixer l'erreur introduite par le modèle lui-même et la soustraire aux prédictions déterminées pour des distributions de fissures plus complexes.

On étudie à présent des distributions coniques d'orientations de fissures, de sorte que l'on puisse estimer l'influence des orientations sur la dispersion de vitesse. De plus, considérer des fissures toutes perpendiculaires à l'axe de révolution n'est pas réaliste: dans la nature, les fissures ne sont pas si parfaitement alignées. La distribution conique (Figure 3, ANNEXE 2) permet de conserver la symétrie isotrope transverse. On définit la symétrie conique à partir d'un angle γ appartenant à l'intervalle $[0; \pi/2]$. Les fissures sont distribuées aléatoirement et l'angle entre leurs perpendiculaires et l'axe de révolution varie de 0 à γ . En utilisant le modèle différentiel auto-cohérent, on peut

déterminer un encadrement des propriétés élastiques pour un tel milieu, sec ou saturé, à partir de moyennes réalisées pour prendre en compte l'orientation des fissures (cf. ANNEXE 2). Il s'agit dans un premier temps de calculer les modules effectifs (C_{ijkl}^* et S_{ijkl}^*) pour des fissures parallèles. Puis, suivant VOIGT (1928), on calcule une borne supérieure des modules effectifs pour la matrice contenant la distribution conique des fissures en supposant la déformation uniforme. On procède à une moyenne sur C_{ijkl}^* en envisageant toutes les orientations décrites par les fissures. Parallèlement, suivant l'approche développée par REUSS (1929), on suppose la contrainte uniforme et on effectue une moyenne sur le tenseur de déformabilité S_{ijkl}^* . On met alors en évidence une borne inférieure pour les propriétés élastiques effectives. Le calcul de la dispersion de vitesse découle de ces étapes préliminaires. Sur la Figure 4 (ANNEXE 2), on reporte la dispersion de vitesse maximale pour les ondes P et S en fonction de l'angle γ . Lorsque γ est nul, les fissures sont parallèles entre elles. La dispersion calculée est significative de l'artefact lié au processus différentiel auto-cohérent. Quand $\gamma=90^\circ$, la distribution des fissures est isotrope. On constate que la dispersion d'artefact est faible comparée à la dispersion prédite pour $\gamma>30^\circ$. En outre, la dispersion de vitesse, faible pour des distributions coniques aplaties ($\gamma>30^\circ$), augmente pour atteindre un maximum vers $\gamma=60^\circ$, si bien que la dispersion théorique est alors supérieure à celle déterminée pour une distribution isotrope. Il apparaît aussi que la dispersion prévue pour l'onde S est plus élevée que celle de l'onde P.

Dans l'ANNEXE 1, on analyse plus spécifiquement l'influence de la géométrie des inclusions poreuses et de la nature du fluide saturant l'espace poreux sur la dispersion des vitesses des ondes P et S. Sur la Figure 8 (ANNEXE 1), on caractérise la dispersion de vitesse en fonction de la densité de fissures pour différentes valeurs du module d'incompressibilité du fluide. La porosité est supposée formée d'un ensemble d'ellipsoïdes aplatés de même facteur de forme α . On observe que la nature du liquide importe peu si l'on s'en tient aux exemples présentés. Il faut cependant noter que l'on a pris en compte des fluides de modules d'incompressibilité très proches. Sur la Figure 11 (ANNEXE 1), on reporte la dispersion de vitesse en fonction de la porosité pour différentes géométries d'inclusions. On s'intéresse plus précisément à des fissures de facteur de forme valant 1, 10^{-1} , 10^{-2} et 10^{-3} . On vérifie que pour des pores sphériques, la dispersion attendue est quasiment nulle. Au contraire, pour une porosité de type fissurale, la dispersion prédite est d'autant plus élevée que les fissures sont aplaties. Pour des facteurs de forme inférieurs ou égaux à 10^{-2} , une faible proportion volumique de fissures dans la roche est capable d'engendrer une dispersion de vitesse importante de 10 à 15 % pour les ondes P. On note en outre que le modèle prévoit une dispersion plus forte pour les ondes S que pour les P.

Enfin, il semble que les valeurs de dispersion avancées par notre modèle sont cohérentes si l'on se réfère aux valeurs déterminées semi-expérimentalement par WINKLER (1986) (Tableau 2, ANNEXE 1). Cet auteur calcule la différence entre la vitesse déduite du modèle de Biot-Gassmann et les vitesses mesurées en laboratoire à haute fréquence sur des grès et granites. Il en va de même si l'on examine la dispersion mise en évidence expérimentalement (mesures de vitesses à haute et basse fréquences) par CADORET (1993) sur des calcaires (Tableau 3, ANNEXE 1).

4. Modèle de Mavko et Jizba (1991)

Dans cette dernière section, on examine un modèle dont l'objectif est l'estimation de la dispersion induite par le mécanisme de l'écoulement local, mais qui ne s'appuie pas sur la théorie des milieux effectifs. Ce faisant, il n'impose aucune hypothèse a priori sur la géométrie de l'espace poreux, contrairement à l'approche que nous avons développée plus haut. Ce modèle permet de traiter du cas d'une roche fissurée et isotrope (MAVKO et JIZBA, 1991) ou anisotrope (MUKERJI et MAVKO, 1994). Le fait qu'une description de la forme des inclusions poreuses ne soit pas requise constitue un avantage indéniable. Néanmoins, l'évaluation de la dispersion nécessite alors l'obtention de données expérimentales qu'il n'est pas toujours aisé de mesurer.

On rappelle brièvement les résultats de MAVKO et JIZBA (1991), en notant que la démarche de MUKERJI et MAVKO (1994) est analogue. Ces auteurs considèrent une roche représentée par une matrice solide, élastique, isotrope et homogène comprenant un espace poreux isotrope, sans géométrie

fixée et saturé en fluide. Une distinction est faite entre deux types de porosité: une porosité rigide et une porosité compressible. Cette différenciation est comparable à celle que nous avons suivie lorsque l'on considère d'un côté les inclusions sphériques (rigides) et de l'autre les inclusions ellipsoïdales (compressibles).

MAVKO et JIZBA (1991) proposent de déterminer les modules élastiques effectifs, non relaxés ou haute fréquence, d'incompressibilité et de cisaillement, notés respectivement K^{*HF} et μ^{*HF} à partir des équations suivantes:

$$\frac{1}{K^{*HF}} \simeq \frac{1}{K_{sec-HP}^*} + \left(\frac{1}{K_f} - \frac{1}{K_s} \right) \phi_c \quad (III.11)$$

$$\frac{1}{\mu^{*HF}} \simeq \frac{1}{\mu_{sec}^*} + \frac{4}{15} \left(\frac{1}{K^{*HF}} - \frac{1}{K_{sec}^*} \right) \quad (III.12)$$

où K_{sec-HP}^* est le module d'incompressibilité effectif pour la roche sèche soumise à une forte pression de confinement (afin que la partie compressible de la porosité soit fermée), K_f et K_s sont les modules d'incompressibilité des phases fluide et solide, K_{sec}^* et μ_{sec}^* sont les modules effectifs d'incompressibilité et de cisaillement pour la roche sèche et ϕ_c est la porosité compressible (ou encore la porosité fissurale). L'équation (III.11) stipule qu'au premier ordre, le module d'incompressibilité effectif de la roche saturée avoisine celui de cette même roche, sèche et à haute pression, *i.e.*, sans la porosité compressible. Le terme du second ordre traduit l'effet de la porosité compressible sur les propriétés élastiques effectives.

Le calcul des modules effectifs non relaxés par le modèle de MAVKO et JIZBA (1991) suppose la connaissance des variations (1) des modules effectifs pour la roche sèche et (2) de la porosité compressible en fonction de la contrainte effective. Deux difficultés essentielles peuvent être soulignées. Tout d'abord, la détermination de la contrainte effective pour laquelle la porosité compressible est réellement fermée ne peut se faire exactement et est source d'erreur. Ensuite, la porosité compressible met en jeu des quantités extrêmement faibles. Pour illustrer ce propos, on rappelle les travaux de COYNER (1984) qui a mesuré la variation de la porosité (rigide et compressible) avec la contrainte effective pour le granite de Westerly. Pour la contrainte effective la plus faible (environ 5 MPa), la porosité, alors maximale, s'élève à 0.8%. Il semble qu'un dixième seulement de cette valeur soit représentative de la porosité compressible ϕ_c (MAVKO et JIZBA, 1991). La mesure de la réduction de ϕ_c en fonction de la contrainte effective s'avère alors un exercice délicat. Par ailleurs, on constate que les courbes théoriques prédites par MAVKO et JIZBA (1991) s'accordent assez mal avec les résultats expérimentaux lorsque la contrainte effective est faible, à savoir lorsque le rôle des fissures n'est pas encore anihilé.

La relation (III.12) permet la comparaison des modèles différentiel auto-cohérent et de MAVKO et JIZBA (1991). En effet, en utilisant le premier, on détermine K^{*HF} , K_{sec}^* et μ_{sec}^* . μ^{*HF} peut alors être obtenu à partir de l'équation (III.12) ou encore être calculé directement à partir du modèle différentiel auto-cohérent. On reporte ces 2 résultats sur la Figure III.20. Puisque la distribution d'ellipsoïdes (tous identiques avec un facteur de forme $\alpha=10^{-2}$) considérée est isotrope, l'approche différentielle auto-cohérente impose de prendre en compte soit une contrainte, soit une déformation uniforme. La relation (III.12) est testée pour chacune de ces 2 situations. On remarque que les résultats déduits des 2 modèles examinés concordent de manière satisfaisante, notamment lorsque la déformation est supposée uniforme.

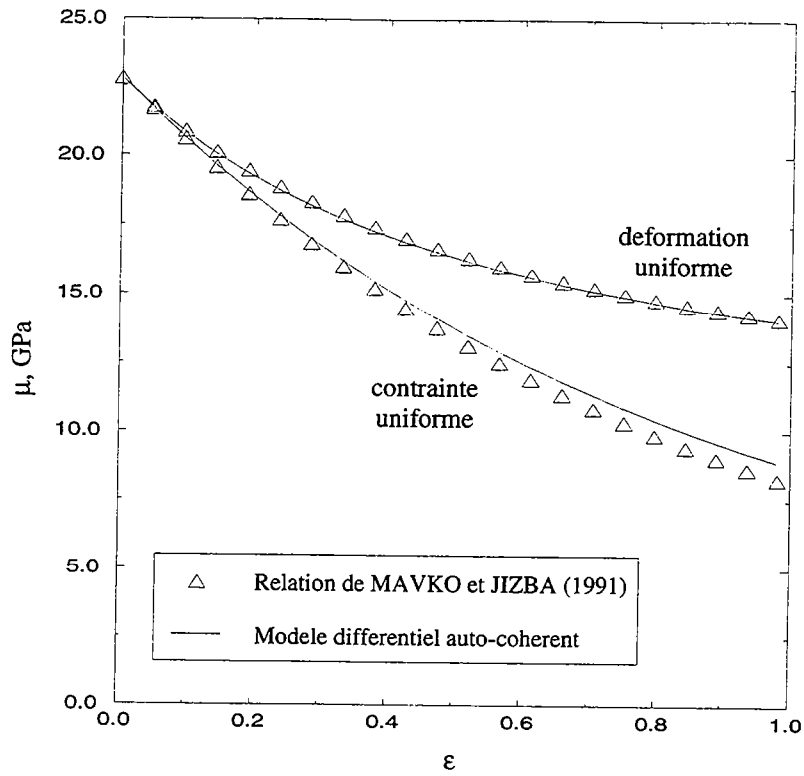


Figure III.20: Comparaison des modèles différentiel auto-cohérent et de MAVKO et JIZBA (1991) pour un milieu fissuré isotrope. On considère soit la contrainte, soit la déformation uniforme. ($K_s=38$ GPa, $\mu_s=22.8$ GPa, $K_f=2.2$ GPa, $\alpha=10^{-2}$).

IV. CONCLUSION

Au cours de ce chapitre, nous avons abordé la modélisation des propriétés élastiques et de la dispersion des vitesses dans les roches fissurées. Le principe itératif, inhérent au schéma différentiel auto-cohérent, offre l'avantage de rendre compte d'un grand nombre de distributions possibles pour la géométrie des inclusions poreuses, introduites dans la matrice. Le modèle différentiel auto-cohérent permet de calculer, ou de contraindre par un encadrement, les propriétés élastiques d'une roche dont la porosité est constituée à la fois de sphères et d'ellipsoïdes. Rappelons que les sphères sont représentatives d'une porosité de type rigide (pores arrondis) et que les ellipsoïdes témoignent au contraire d'une porosité de type compressible (fissures). Nous avons pu constater que pour des échantillons de verre à bulles (on observe que la porosité est assurée par des inclusions quasiment sphériques), le modèle différentiel auto-cohérent, parmi les différents modèles examinés, est celui qui conduit aux propriétés élastiques les plus proches des données mesurées. Cette remarque confirme les résultats de CLEARY *et al.* (1980) obtenus pour des matériaux composites. Dans le cas des roches poreuses/fissurées, une difficulté fondamentale relève de la description de la microstructure. Certains auteurs (BERRYMAN et BERGE, 1993; BERGE *et al.*, 1995) recommandent de choisir le modèle en fonction de la roche dont on veut calculer les modules élastiques. Parallèlement, ils supposent que la géométrie des inclusions est toujours la même (inclusions sphériques). Nous préférons nous en tenir ici à la démarche suivante. Nous ne considérons que le modèle différentiel auto-cohérent dont on a pu tester la fiabilité sur l'exemple simple du verre à bulles. Par contre, les inclusions poreuses peuvent afficher des formes très différentes (depuis la sphère jusqu'à l'ellipsoïde de révolution très aplati). L'objectif est d'approximer, aussi bien que possible, la microstructure réelle des échantillons de roche considérés. Cette approche s'apparente à celle suivie par KACHANOV *et al.* (1994). Le modèle différentiel auto-cohérent que nous avons élaboré recouvre à la fois les distributions de fissures isotropes et anisotropes (isotropes transverses). On notera qu'il n'est sans doute pas justifié d'attribuer systématiquement l'anisotropie de vitesse observée sur des échantillons, et plus encore *in situ*, à la présence de fissures. Une partie significative de l'anisotropie peut provenir de la matrice (MAINPRICE et HUMBERT, 1994).

Un second volet de ce chapitre était dévolu à la dispersion des vitesses dans les roches poreuses/fissurées. On ne considère ici que la dispersion à l'échelle microscopique, *i.e.*, à l'échelle des pores/fissures. Elle est associée au mécanisme de l'écoulement local et est contrôlée par la compressibilité locale de l'espace poreux. En combinant le modèle différentiel auto-cohérent aux équations de Gassmann, on accède aux modules effectifs pour une roche saturée à haute et basse fréquence. On peut alors montrer que pour un milieu isotrope et fissuré, la dispersion de vitesse prédite est élevée, notamment pour l'onde S. En outre, plus les fissures sont aplaties, plus la dispersion est grande. Cette caractéristique tient à la compressibilité des fissures: plus leur facteur de forme est petit, plus elles sont sensibles à la pression (DOYEN, 1987). Pour une porosité d'à peu près 1%, formée de fissures identiques de facteur de forme égal à 10^{-3} , la dispersion calculée pour les ondes P et S vaut respectivement 10 et 50% environ. De plus, on vérifie que l'effet des pores arrondis sur la dispersion est quasiment nul. Nous avons en outre examiné des distributions de fissures isotropes transverses. Une première étape consiste à considérer des fissures alignées, une seconde, si l'on cherche, dans une moindre mesure, à rendre compte de la complexité d'un milieu naturel, à considérer des distributions coniques. On a montré que de tels milieux peuvent, dans des conditions particulières, afficher une dispersion significative. En conséquence, l'anisotropie de vitesse, dans les roches fissurées et saturées, diffère suivant qu'elle est mesurée à basse ou haute fréquence. L'interprétation de données de laboratoire ou *in situ* se doit d'être faite avec précaution.

ANNEXE 1:

**High and low frequency elastic moduli for a saturated porous/cracked rock
(Differential self-consistent and poroelastic theories)**

Mickaele La Ravalec and Yves Guéguen
Géosciences Rennes UPR 4661 CNRS, Rennes, France.

Geophysics, à paraître.

Abstract

Although *P*- and *S*-wave dispersion is known to be important in porous/cracked rocks, theoretical predictions of such dispersions have never been given. We report such calculations and show that the predicted dispersions are high in the case of low aspect ratio cracks ($\leq 10^{-3}$) or high crack density ($\geq 10^{-1}$). Our calculations are derived from first principles computations of the high and low frequency elastic moduli of a rock permeated by an isotropic distribution of pores or cracks, dry or saturated, with idealized geometry (spheres or ellipsoids). Henyey and Pomphrey (1982) developed a differential self-consistent model which is shown to be a very good approximation. This model is used here, but as it considers cracks with a zero thickness, it could not account for fluid content effects. In order to remove this difficulty, we combine the differential self-consistent approach with a purely elastic calculation of moduli in two cases: that of spherical pores and that of oblate spheroidal cracks with a nonzero volume. This leads to what we have called the "extended differential self-consistent model" (EM). Combining these EM results with the Gassmann equation, it is then possible to derive and compare the theoretical predictions for high and low frequency effective moduli in the case of a saturated rock. Since most laboratory data are ultrasonic measurements whereas in situ data are obtained at much lower frequencies, this comparison is useful to the interpretation of seismic data in terms of rock and fluid properties. The predicted dispersions are high, in agreement with previous experimental results. A second comparison is made with the semiempirical model of Marion and Nur (1991) which considers the effects of a mixed porosity (round pores and cracks together). This allows us to compute w , a factor defined by Marion and Nur (1991), as a function of pore structure.

Introduction

Elastic properties of effective media (i.e., of a medium which has the same macroscopic properties as the investigated one) are of interest to many research fields. This is particularly true in geophysics where the role of cracks and pores on elastic properties has received considerable attention from many authors. In exploration geophysics for instance, we need to be able to interpret seismic velocity measurements in terms of rock porosity, fluid content, etc. Fluids also play an important role in earthquakes, and dilatancy models tentatively explain V_p/V_s variations from crack density and saturation. The direct problem consists in deriving effective elastic moduli from elastic properties, pore and crack geometries and rock composition. As wave velocities are linked to effective elastic moduli, seismic velocity measurements can be interpreted in terms of rock porosity or fluid modulus.

The present paper is a contribution to this question. Its goal is to compute high and low frequency elastic moduli of porous or cracked rocks. Although a large amount of literature has been devoted to this problem, several contradictions still persist between different but widely used theories. We feel that this justifies the attempt made here to construct an unified and coherent model and to compare the various available theories. Contradictions exist between various approaches. Thomsen (1985) for instance suggested that poroelasticity (Gassmann theory) and self-consistent theories (sc) are not compatible in general. One of the main assumption of poroelasticity is that fluid pressure is equilibrated in the pore space, whereas sc theories consider generally porous inclusions as isolated so that fluid pressure is unequilibrated. Therefore, poroelasticity can provide low frequency moduli and sc theories high frequency moduli. Let us note however the work of Budiansky and O'Connell (1980): they proposed a sc variant so that the full frequency band can be investigated. Even within the same approach of sc effective medium theories, some contradictions have been emphasized (Bruner, 1976; Budiansky and O'Connell, 1976; Henyey and Pomphrey, 1982). Others (Marion and Nur, 1991) preferred to derive empirical formula to avoid these difficulties. For all these reasons, we have chosen to rederive general results in a few fundamental situations. Our analysis is close and complementary to that followed recently by Berge et al. (1992). In order to simplify the problem, we consider that rocks are a mixture of two components: a solid matrix and a pore space which either contains some fluid or is empty. Moreover, we suppose that the porosity can be described by a

random distribution of spherical pores or circular cracks so that the medium can be considered to be isotropic and homogeneous. The case of anisotropic rocks (Hudson, 1991; Sayers, 1988) is of course of great interest but it is not the purpose of this paper to examine it.

Several theories and models dealing with the effective medium type calculations exist in the literature. Let us examine them briefly.

Early theoretical work investigates the effect of a very low density of inclusions in the matrix on effective bulk and shear moduli respectively denoted K and μ . In that case, the interaction between the inclusions is neglected. For instance, Landau and Lifchitz (1967) derive the elastic moduli from the elastic field in a matrix containing a single spherical pore. Eshelby (1957) determines a similar result for a single ellipsoidal inclusion. These approaches can be referred to as first-order perturbation theory. In the geophysical literature, the first result of this type is that of Walsh (1965). Let us point out here that in the case of a low density, random distribution of non-spherical pores, such models are not Biot-consistent: all of the non-spherical pores, even if they have the same shape and are not interacting, have different pore pressures, because of their distinct orientations (in a general non isotropic stress field). Only high frequency moduli can be computed in that case. Let us emphasize that "high frequency" means here unequilibrated pore pressures within pores and cracks.

Later, "sc theories" have been developed in order to account for both small and large concentrations of inclusions, which allow for interactions between cracks and pores. The basic concept of self-consistency (Hill, 1965; Kirkpatrick, 1971) is that since it is too complex to calculate the effect of many inclusions, a single inclusion can be considered as isolated in a matrix whose elastic properties are those of the effective medium (mean field approximation). The sc theory roughly takes into account the influence of interaction between the inclusions. This method goes back to the molecular field concept imagined by P. Weiss in ferromagnetism at the beginning of this century and to Hartree (1927) in atomic physics. Eventually, the bulk and the shear moduli are coupled together in sc equations and have to be separated numerically by iteration. This general method has however been applied under many different forms and some of these applications can be improved.

Using the approach of Eshelby (1957), Wu (1966) developed a sc theory to calculate the effective elastic moduli of a two-phase material. He considered distinct geometries for ellipsoidal inclusions: spheres ($a=b=c$), prolate spheroids ($a \geq b = c$) and oblate spheroids ($a = b \geq c$) where a , b and c are the radii of the ellipsoids. In the special case of oblate spheroids or circular cracks, Wu (1966) derived the expressions of the elastic moduli by assuming that the crack aspect ratio ($\alpha=c/a$) is zero. This result is strictly valid for zero volume, i.e., a very small concentration of the minor phase, but it cannot describe a medium where inclusions are occupied by fluid, because inclusions should have a nonzero volume. In order to avoid this problem, Walsh (1969) rederived K and μ by taking into account a small, but nonzero crack aspect ratio ($\alpha \ll 1$). These new relationships are interesting, because they can be applied to both dry and wet cracks.

A distinct sc approach has been later developed by O'Connell and Budiansky (1974) and Budiansky and O'Connell (1976). These authors derived the elastic moduli of bodies containing randomly distributed empty flat cracks ($\alpha=0$) from total potential energy calculations. They consider an uncracked, homogeneous and isotropic solid in a state of hydrostatic stress in order to determine K . The case of uniaxial tension was also considered to calculate E (Young's modulus) and hence, μ from K and E . For fluid saturated cracks, a correction term was added to the expressions of the effective elastic moduli. Following the sc concept, Budiansky and O'Connell (1976) estimated the energy change produced by a single crack embedded in a matrix whose properties are that of the cracked body and added the individual crack energies of all cracks. However, Bruner (1976) stated that these authors counted the interaction energy between two cracks twice and therefore, overestimated the crack effects.

This point was also noticed by Henyey and Pomphrey (1982) who turned the sc method as developed by Budiansky and O'Connell into a differential self-consistent (dsc) treatment. In other words, these authors considered a process whereby porosity or equivalently crack density increases

from zero up to its final value step by step. They analyzed the case of randomly distributed flat circular cracks ($\alpha=0$) and assumed that these cracks have zero thickness, but yet that they can be filled by fluid. Following these assumptions, they derive the expressions of the effective elastic moduli in the case of dry and wet cracks. Interestingly the expressions established for wet cracks appear to be independent of the fluid moduli. Even if their analysis seems physically reasonable, it appears that their energy computations involve a zero volume for cracks. With such a geometry, they cannot account for fluid effect and fluid modulus cannot show up as an independent parameter. Zimmerman (1984) applied this differential self-consistent method to spherical pores. For this simple geometry, he also tested (1991) the bulk modulus predictions of various methods (sc, dsc and Mori-Tanaka (1973) models). He concluded, comparing these predictions with the experimental data for a sintered glass containing spherical pores (Walsh et al., 1965) that the data points were generally located between the Mori-Tanaka and differential curves. However, these points seemed to be closer to the predictions of the differential model. Moreover, Cheng (1978) showed that the first-order perturbation theory of Walsh (1969) can be extended by using an equivalent differential scheme.

An important point is that the sc method is not Biot-consistent as shown by Thomsen (1985) as well as the dsc treatment. Therefore, these methods cannot be used to derive directly low frequency saturated moduli. The sc and dsc methods correspond to a situation where fluid pressures are unequilibrated from crack-to-crack or pore-to-pore. These methods provide generally the dry moduli or the high frequency saturated moduli. Budiansky and O'Connell (1980) proposed a modified sc method in order to account for fluid pressure equilibration.

Our aim is to *extend the dsc theory* in the case of spheres and disk shaped cracks with an aspect ratio different from zero. We have chosen to use this method for 3 reasons: (1) theoretically, it accounts quite well for pore/crack interactions, (2) it allows us to mix round pores and cracks, (3) numerically, it is easy to implement. Although fluid viscosity obviously affects effective elastic moduli (Walsh, 1969; O'Connell and Budiansky, 1977), modeling this effect is beyond the scope of this paper. In the following sections, we develop a formalism to calculate the effective elastic moduli of dry or saturated rocks. This leads us to introduce what we call the "extended differential self-consistent model" (EM). We *combine the results of the EM with the Gassmann equation* in order to obtain the low frequency moduli and compare them to the high frequency ones in the case of a saturated rock. Then we investigate the influence of the various parameters: solid and liquid phase moduli, porosity, aspect ratio. Finally, we compare these predictions to that of the semiempirical model of Marion and Nur (1991).

Extended differential self-consistent model (EM)

We present first a model which allows us to use well defined specific inclusion geometries with a nonzero volume. This is a crucial point since it will make it possible to consider as well empty or fluid-saturated inclusions. Consequently, the effective bulk and shear moduli will be expressed in terms of both fluid and solid elastic properties. The dsc model will allow us to calculate both the dry moduli and the saturated high frequency moduli. We consider a suspension of many inclusions in a large surrounding matrix. This latter is composed by an homogeneous isotropic elastic solid material whose bulk and shear moduli are respectively K_1 and μ_1 . By simplification, the particles are assumed to have all the same size and shape. Moreover, they are supposed to be all made of another homogeneous isotropic elastic material whose bulk and shear moduli are respectively K_2 and μ_2 . As we consider only fluid saturated inclusions, μ_2 is equal to zero. Furthermore, if inclusions are empty, K_2 is also zero. The fractional concentration by volume of matrix is denoted by V_1 whereas that of inclusions is V_2 ($V_1+V_2=1$). It is assumed that the whole suspension appears to be regular and homogeneous. In order to develop the iterative process corresponding to the dsc scheme, we need first to derive the first-order perturbation theory results, i.e., the results for the case of a dilute suspension of spheres or ellipsoids.

Spherical geometry

We first consider a single spherical inclusion located in the center of a large, but finite spherical matrix. The effective elastic moduli in that case are well known (see for instance Landau and Lifchitz, 1967). If an hydrostatic pressure is applied to the outer surface of the matrix, the expression of the effective bulk modulus K ($V_2 \ll 1$) is obtained as:

$$K = K_1 + V_2(K_2 - K_1) \frac{3K_1 + 4\mu_1}{3K_2 + 4\mu_1}. \quad (1)$$

A similar calculation can be made for the effective shear modulus μ (Hill, 1965):

$$\mu = \mu_1 - \mu_1 V_2 \frac{5(3K_1 + 4\mu_1)}{9K_1 + 8\mu_1}. \quad (2)$$

We note that V_2 is equal to the volume of the single pore divided by the bulk volume. We recall that more complete relations are developed by Walpole (1972) for the case of solid inclusions.

It is interesting to notice that equations (1) and (2) which are derived for a dilute concentration of round pores are Biot-consistent in the sense defined by Thomsen (1985). This result was not at all required, but is simple to understand. When first-order perturbation theories are applied, porous inclusions are assumed to have all the same shape and not to be interacting. Therefore, for spherical pores, the fluid pressures are the same in all the cavities: they are equilibrated. From first principles, this result holds if the rock is submitted to a general non-isotropic stress field. Then, equations (1) and (2) are consistent with the low frequency theory of Biot or equivalently with the Gassmann equations.

K and μ define an equivalent homogeneous isotropic material. The next step has to integrate the differential approach presented by Henyey and Pomphrey (1982) in order to account for high concentration of pores. Thus we introduce a new pore in the equivalent matrix characterized by the previously computed effective elastic moduli. We derive new effective elastic moduli which define a new equivalent matrix and so on. The process consists in adding pores one by one. As a result, total porosity increases step by step. Total porosity is recalled to be equal to pore space divided by bulk volume. This process gives rise to a set of coupled differential equations in K and μ which can be solved (Norris, 1985). A numerical iterative procedure is used here because it allows easily to combine various pore geometries or fluid types as discussed below. A great number of loops must be realized to increase total porosity from 0 (solid material defined by K_1 and μ_1) up to 1 (fluid component of elastic moduli K_2 and μ_2). The porosity increment is equal to V_2 which represents the ratio of one pore volume to bulk volume. In this configuration, it takes a few hours to compute the effective elastic moduli in terms of total porosity. However, results can be correctly approximated by using a greater increment of porosity. Numerical tests have shown that it is sufficient to consider increments of 10^{-5} to cover the full range of porosity. In that case, it takes only a few seconds to obtain the effective elastic moduli K and μ as a function of the total porosity.

Since the inclusions are assumed to be randomly dispersed in the matrix, the $(i+1)$ th set of added pores will essentially replace matrix material, but also a part of the previously added inclusions: only a fraction $(1-\phi)$ of V_2 will contribute to the increment $d\phi$, i.e., $d\phi = (1-\phi)V_2$. McLaughlin (1977) has shown that because of that, the total inclusion concentration is not simply an additive function of the amount of added inclusions. The total volumetric concentration of inclusions or equivalently total porosity is linked to the summation of porosity increments (ΣV_2) by (Zimmerman, 1991):

$$\phi = 1 - \exp\left(-\sum V_2\right). \quad (3)$$

Numerical simulations are presented on Figure 1 for dry and wet pores. The solid bulk and shear moduli are respectively denoted by K_s and μ_s . They correspond to an initial matrix where there is no pore at all, that is to the initial K_I and μ_I values. We assume arbitrarily that the Poisson's ratio of the matrix is 0.25 and that K_s is 38 GPa so that μ_s is 22.8 GPa (Table 1). Moreover, the fluid elastic moduli K_f and μ_f are equivalent to K_2 and μ_2 . In the case of wet pores, the pore space is saturated with water: K_f is equal to 2.2 GPa and μ_f is 0. ν is the effective Poisson's ratio and is derived from K and μ :

$$\nu = \frac{3K - 2\mu}{2(3K + \mu)}. \quad (4)$$

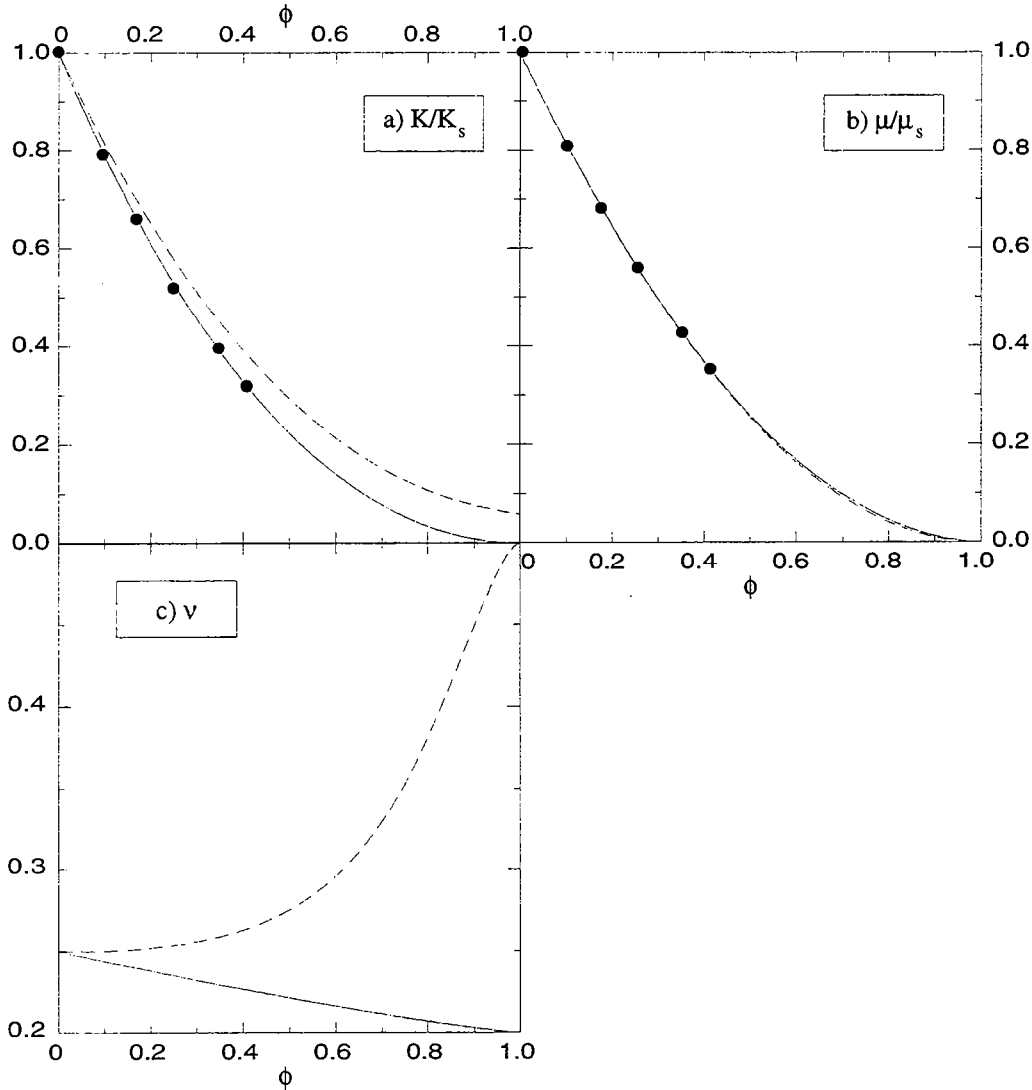


Figure 1: Effective dry (continuous lines) and high frequency saturated (dashed lines) moduli against porosity in the case of round pores. a: normalized bulk modulus, b: normalized shear modulus, c: Poisson's ratio, • : Zimmerman's results. (Input data: Table 1).

At ϕ equal to 1, the wet medium is pure fluid so that we should get $K=K_f$ which is what we obtain. In fact, we will limit our numerical simulations to a porosity of 0.5 because the interesting range of porosities is (0;0.5). We compare our results with those of Zimmerman (1984) who developed a

similar model, but only for empty spherical pores. He considered porosities lower than 0.5, but his results must be corrected by the relationship (3). His corrected results and ours are identical as shown on Figure 1. Furthermore, we check that in the case of void spherical pores, the Poisson's ratio tends to 0.2 when porosity increases, regardless of the value of the solid (crack free) Poisson's ratio. Such a behaviour has been predicted by Hill (1965) and Zimmerman (1991).

Table 1: Input data

	Solid matrix	Empty inclusions	Saturated inclusions
K (GPa)	38.	0.	2.2
μ (GPa)	22.8	0.	0.

Ellipsoidal geometry

In the present section, we consider a suspension of fluid filled ellipsoidal cracks inside an infinite solid medium. These cracks are described by oblate spheroids (Figure 2) where $a=b \gg c$. a , b and c are the ellipsoid radii and $\alpha=a/c$ ($\alpha \ll 1$) is the crack aspect ratio. Once again, the calculations are made on the basis of a dsc method in order to approximately take into account the influence of crack interactions.

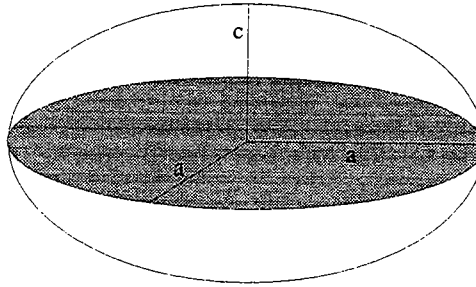


Figure 2: Crack geometry.

Eshelby (1957) determined the strain field within an ellipsoidal inclusion placed inside an elastic matrix subjected to a displacement with uniform strain field at infinity. Thanks to this work, Wu (1966) calculated the effective elastic moduli of a two-phase material by developing a classical sc model. However, in the special case of oblate spheroids, he assumed that α is zero. As this hypothesis is not acceptable for rocks, Walsh (1969) rederived the expressions of K and μ with $\alpha \ll 1$. Later, Korrington et al. (1979) realized a self-consistent embedding model and obtained a formula for μ slightly different from that of Walsh (1969). Here we want to use the work of Walsh (1969) restricted to the first-order perturbation theory, i.e., for a single oblate spheroid embedded in an infinite solid matrix. This approach provides the general framework on which the differential self-consistent theory can be applied. Thus, following Walsh (1969), we rederive the expressions of K and μ by assuming that $\alpha \ll 1$, $K_2 \ll K_1$ and $\mu_2 = 0$. Our results will be applicable only to the situations where α and K_2/K_1 are much smaller than 1. The purpose here is to estimate the quantities T_{ijj} and T_{ijj} which have been defined by Wu (1966). These quantities are intermediate parameters which allow us to calculate the

inverse of moduli $1/K$ and $1/\mu$. From the approach of Wu (1966) limited to dilute concentrations of oblate spheroids, we have:

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{K_1} \left[1 + V_2 T_{ijij} \frac{K_1 - K_2}{3K_1} \right]. \quad (5)$$

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_1} \left[1 + V_2 \frac{3T_{ijij} - T_{iijj}}{15} \right]. \quad (6)$$

The expressions of T_{ijij} and T_{iijj} depend on the tensor S_{ijkl} introduced by Eshelby (1957). After some algebra (cf. Appendix), we get:

$$T_{iijj} = \frac{3K_1}{K_2 + \pi\alpha\mu_1 \frac{3K_1 + \mu_1}{3K_1 + 4\mu_1}}. \quad (7)$$

$$\begin{aligned} 3T_{ijij} - T_{iijj} &= \frac{A + B}{C} \\ A &= 16K_2(9K_1 + 24K_1\mu_1 + 16\mu_1) + 18\pi\alpha K_1\mu_1(12K_1 - 13K_2) \\ \text{with } B &= 8\pi\alpha\mu_1^2(-39K_2 + 48K_1 + 16\mu_1) - \pi^2\alpha^2(9K_1^2\mu_1 + 23K_1\mu_1^2 + 4\mu_1^3) \\ C &= 2\pi\alpha(3K_1 + 2\mu_1)(K_2(3K_1 + 4\mu_1) + \pi\alpha\mu_1(3K_1 + \mu_1)). \end{aligned} \quad (8)$$

Equation (7) for T_{iijj} is identical to that given in the appendix of Walsh (1969). On the other hand, our expression for $3T_{ijij} - T_{iijj}$ [equation (8)] and those of Walsh (1969) or Korrington et al. (1979) are not completely identical, but the differences are negligible from the point of view of numerical results. Let us note that such calculations have been realized assuming that the stress is uniform. It allows us to define a lower bound for the effective elastic moduli. A similar approach can be developed supposing that the strain is uniform. Then, we could obtain an upper bound which is not considered here. Combining equations (5) and (6) with equations (7) and (8) leads to:

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{K_1} \left[1 + V_2 \frac{K_1 - K_2}{K_2 + \pi\alpha\mu_1 \frac{3K_1 + \mu_1}{3K_1 + 4\mu_1}} \right] \quad (9)$$

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_1} \left[1 + \frac{V_2}{15} \times \frac{A + B}{C} \right]. \quad (10)$$

Equations (9) and (10) are valid for first-order perturbation theories. Mathematically speaking, it can be shown that - within the limits $\phi \ll 1$, $\alpha \ll 1$ and $(K_2/K_1) \ll 1$ - equation (9) is Biot-consistent, but not equation (10). Therefore, the system of equations (9)+(10) is not Biot-consistent. The above difference between equations (9) and (10) can be readily understood: the results of Eshelby (1957) are concerned with an oblate spheroid in a large surrounding isotropic matrix so that the equivalent medium and effective moduli are anisotropic. The medium becomes isotropic when ellipsoids are oriented according to a random distribution. If this medium is submitted to an hydrostatic stress, fluid pressures inside ellipsoids are independent of orientations due to symmetry properties. On the contrary, in a non-isotropic stress field such as pure shear, orientations play a prominent role and fluid pressures vary from one ellipsoid to another depending on their orientations. The fact that equations

(9) + (10) are not Biot-consistent is normal since first-order perturbation theory and Biot theory rely on quite different assumptions.

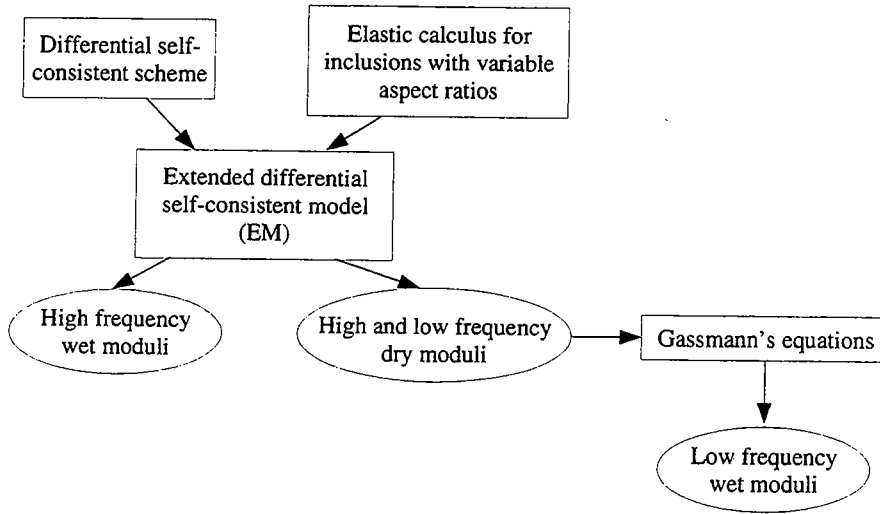


Figure 3: Sketch of the modeling

The above calculation has to be fitted into the differential self-consistent scheme. It provides then what we have called the EM (extended differential self-consistent model) (Figure 3). The process is similar to the previous one explained for spherical pores. However, as porosity of cracked medium is very small, we can consider increments of porosity, or of crack density noted ϵ . This parameter (which is not the number of cracks per unit volume) has been introduced by Budiansky and O'Connell (1976) and is defined by:

$$\epsilon = \frac{2N}{\pi} \left\langle \frac{A^2}{P} \right\rangle, \quad (11)$$

where N is the number of cracks per unit volume. For an oblate ellipsoid, A is the area πa^2 and P the perimeter $2\pi a$. The angle brackets symbolize an average. Then, the crack density is related to total porosity ϕ by:

$$\epsilon = \frac{3}{4\pi} \frac{\phi}{\alpha}. \quad (12)$$

Let us note here that this parameter is indeed proportional to the percolation parameter defined by Guéguen and Dienes (1989), i.e., the probability p of crack intersection. This emphasizes the important conclusion that it is the ratio ϕ/α which controls the different physical properties. This shows also that the higher ϵ (or p) is, the more connected the cracks are, a point which is (apparently) ignored by the dsc scheme and that we shall discuss later on. Then we generate loops with an increment V_2 . $d\phi$ is derived from $(1-\phi)V_2$ and $d\epsilon = (3/4\pi)d\phi/\alpha$. Computations are stopped when basic assumptions ($K_2 \ll K$ and $\alpha \ll 1$) are no more respected.

Figure 4 shows numerical simulations performed for cracks with an aspect ratio of 10^{-2} . The input data are those of Table 1. In these conditions, the maximal crack density authorized by our parameters is equivalent to a crack porosity of about 5%.

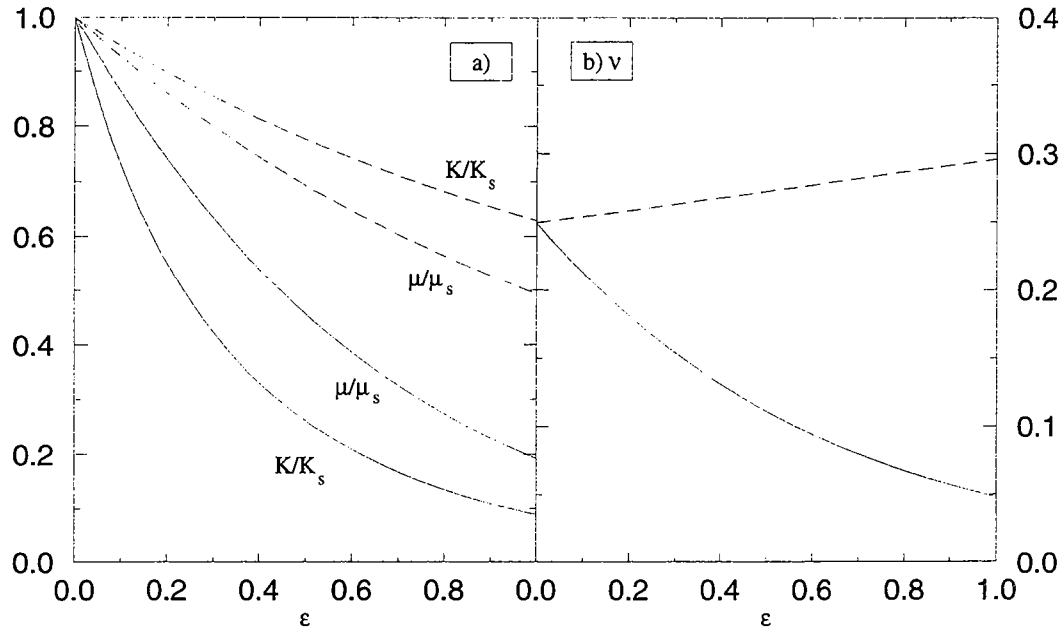


Figure 4: Effective dry (continuous lines) and high frequency saturated (dashed lines) moduli against crack density for a crack porosity. a: normalized bulk and shear moduli, b: Poisson's ratio. (Input data: Table 1, $\alpha=10^{-2}$).

In addition, since the dsc model ignores the issue of pore connectivity, it is worthwhile to examine this point further. The dsc scheme consists in adding a few cracks step by step. At each step, a new equivalent medium is defined so that the connectivity issue is ignored. We can in fact have some insights into this question using a different and complementary point of view. Cracks are poorly connected at low porosities. The more cracks are added, the higher is the real connectivity or, equivalently the probability to have an infinite path which crosses the entire rock and allows fluid to flow. Crack connectivity is conveniently described by percolation theory: the hydraulic percolation threshold is reached at a critical value of the probability p that a crack intersects another one ($p=p_c$ corresponds to this threshold). As pointed out by Guéguen and Dienes (1989), probability p can be linked to crack density ϵ . If we describe the crack network by a Bethe lattice of coordination 4, p is expressed in terms of total porosity ϕ and crack aspect ratio α :

$$p = 1 - \exp\left(-\frac{3\pi\phi}{16\alpha}\right). \quad (13)$$

Hence, using the relationship between ϕ/α and ϵ , we get:

$$p = 1 - \exp\left(-\frac{\pi^2}{4}\epsilon\right). \quad (14)$$

This shows that the value of ϵ controls the real connectivity of the cracks in the real rock. Let us note that at low ϵ , $p \approx \pi^2\epsilon/4$ so that p and ϵ are directly proportional in that case.

Using the Bethe lattice model with a coordination equal to 4, the critical value of p which corresponds to the percolation threshold is equal to 1/3 and the equivalent critical value of crack density is about 0.16. Then in the interval of crack density that we have investigated, porosity in the real rock should be considered as connected, except near the origin in the range $0 \leq \epsilon \leq 0.16$.

So, it appears that the dsc calculation corresponds to a medium which is essentially connected as soon as $\epsilon > 0.16$. However, as discussed above, the fluid pressures are unequilibrated from pore to pore (or crack-to-crack) in this scheme so that these dsc saturated moduli are high frequency moduli.

As explained above, the dsc model is applied by assuming that the matrix phase forms a continuum. This assumption means that the matrix remains below a second percolation threshold, the mechanical percolation threshold. When this threshold, i.e., the disaggregation threshold, is reached, the dsc model is no longer applicable. This limit is probably reached at $\epsilon \approx 1-3$.

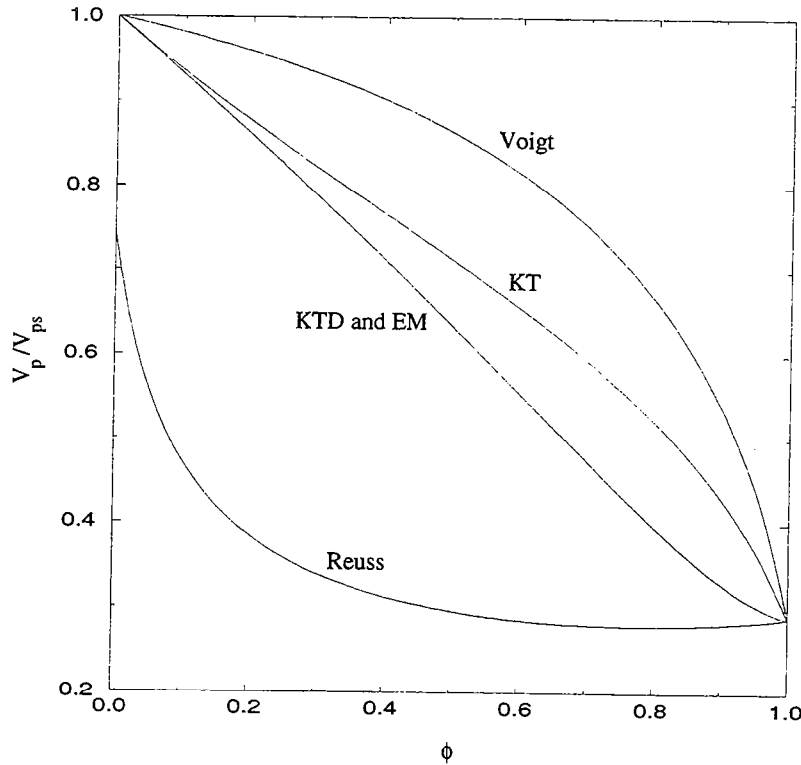


Figure 5: Normalized (high frequency) P-wave velocity derived versus porosity from KT, KTD and dsc models, and Voigt's and Reuss' bounds for spherical saturated pores. KT : Kuster and Toksöz (1974) model, KTD: Kuster and Toksöz (1974) model combined with the differential process, EM: extended differential self-consistent model. (Input data: Table 1).

Lastly, we feel that it is interesting to compare the static model developed above with the dynamic model of Kuster and Toksöz (1974) (KT model). The KT model provides also the dry moduli and the high frequency saturated moduli. Kuster and Toksöz (1974) considered N inclusions embedded in an infinite solid matrix and an elastic wave incident from infinity. The matrix is assumed to be continuous and the size of inclusions is much smaller than the wavelength. The problem is treated in terms of scattering and inertia effects. Kuster and Toksöz (1974) assumed that multiple scattering effects are negligible. In other words, they did not account for crack interaction. As a result, the KT model is valid only for small concentrations of inclusions. These authors showed that their results and those of Walsh (1969) are similar if the effective medium and the solid matrix are not too different. For that reason and because the KT model is restricted to small concentrations of inclusions, we combined the KT model with the differential process (KTD model) to extend the previous computations of Kuster and Toksöz (1974) to a wider range of concentrations. The simulated P-wave velocities, normalized to their intrinsic value V_{ps} (P-wave velocity in the solid matrix), are plotted on Figure 5. They correspond to dsc, KT and KTD models and Voigt's (1928) and Reuss' (1929) bounds. These last

two bounds are rigorous bounds as shown by Hill (1952). The Voigt's average (upper bound) is calculated by assuming that the rock is subjected to an uniform strain throughout, the Reuss' average (lower bound) is similarly obtained for an uniform stress. If the solid and fluid elastic moduli differ by several orders of magnitudes - which is the case here - such bounds constrain very poorly the effective moduli. Input data are reported in Table 1. The main result is that the KTD and dsc curves are superimposed. The static and dynamic approaches, when combined with the differential process, are equivalent. We check also that the KT model is close to the dsc one at low porosities.

Calculation of high and low frequency moduli in the case of a saturated rock

Several kinds of effective medium type calculations have been previously investigated in order to estimate the effective elastic moduli, as discussed above. The dsc calculation is, we think, a good approximation in this group of models.

The EM model allows us to derive the *high frequency saturated moduli* (Mavko and Jizba, 1991; Mukerji and Mavko, 1994) by considering fluid saturated inclusions. Actually, the gradual addition of inclusions in the solid matrix modifies the boundary conditions step by step, so that fluid pressure is not the same in the inclusions. In addition, this phenomenon is enhanced by the random distribution of crack orientations, as previously noted. Fluid pressures are unequilibrated.

Such a model is appropriate to describe the local flow mechanism (O'Connell and Budiansky, 1977; Winkler, 1985; Mavko and Jizba, 1991) (Figure 3). Some porous inclusions are more compliant than other ones: cracks are more compressible than round pores. When the rock is submitted to a passing elastic wave, fluid pressure gradients are induced. Then, pore fluid tends to flow from the most pressurised regions (cracks) to the least ones (round pores). At low frequencies, there is enough time to allow fluid to flow: fluid pressure equilibrates. At high frequencies, fluid can no longer flow: fluid pressures are unequilibrated. The critical frequency beyond which the situation should be considered as a "high frequency" one is approximately given by $f_c \approx (K_s/\eta_f)\alpha^3$ where η_f is the fluid viscosity (O'Connell and Budiansky, 1977). It varies strongly with crack aspect ratio α and may be larger or smaller than 1MHz depending on the α value (given that K_s is in the range of 10^9 Pa and η_f of 10^{-3} Pa.s).

The EM scheme allows us also to calculate the dry moduli (Figure 3). Consequently, the *low frequency saturated moduli* can be obtained by taking the dry moduli and substituting into Gassmann's equations. Gassmann's equations corresponds to the low frequency limit of Biot theory. In that case, the fluid pressure is the same everywhere in the porous space (which is connected). The following results are applicable:

1) the undrained low frequency bulk modulus K^{lf} differs from the drained bulk modulus K_{dry} by an amount which is calculated to be:

$$K^{lf} = K_{dry} + \frac{\beta^2 K_f}{\phi + (\beta - \phi) \frac{K_f}{K_s}} \quad (15)$$

(Gassmann, 1951), where K_f is the fluid bulk modulus, K_s the solid bulk modulus, ϕ the porosity and β a dimensionless coefficient of effective pressure defined by $\beta = 1 - K_{dry}/K_s$.

2) the undrained shear modulus μ^{lf} is equal to the drained shear modulus μ_{dry} :

$$\mu^{lf} = \mu_{dry} \quad (16)$$

(Gassmann, 1951).

The low frequency saturated moduli are derived from the above equations where K_{dry} and μ_{dry} are computed using the dsc scheme for a dry rock ($K_f=0$). The undrained moduli at high frequencies

are obtained using the dsc scheme for a saturated rock (K_f different from 0). The high frequency undrained bulk and shear moduli will be noted K^{hf} and μ^{hf} , respectively.

We are now able to estimate theoretically the dispersion involved by the local flow mechanism for specific pore/crack geometries (idealized spheres and ellipsoids). Experimental data have been published by Winkler (1986), Wang et al. (1991). We do not consider the viscosity-controlled Biot dispersion (1956) which is small compared to the local flow dispersion for most crustal rocks, especially for a crack porosity (Wang and Nur, 1992; Mukerji and Mavko, 1994).

Let us first investigate the case of spherical pores. Two different simulations are realized: the first one with empty pores, the second one with saturated pores. The solid matrix is identical in both cases. Input data are detailed in Table 1. We get respectively K_{dry} , μ_{dry} and K^{hf} , μ^{hf} . These simulations have been already represented on Figure 1. Using relationships (15) and (16), we derive K^{lf} and μ^{lf} . We can show that the misfits, first between K^{hf} and K^{lf} and secondly between μ^{hf} and μ^{lf} , are very small and appear only at very large porosities (larger than 0.5). The maximal difference is of the order of 1%. As a result, in the special case of spherical pores, we can consider that the frequency effect is very small and that there is no dispersion of velocities. This result is linked to the stiffness of round pores.

Let us now analyze the case of cracks. The input data of Table 1 are introduced in the model, but at present the porous inclusions are characterized by oblate spheroids with an aspect ratio equal to 10^{-2} . We get the unrelaxed K^{hf} (for $K_f=2.2$ GPa) and drained K_{dry} (for $K_f=0$) dsc moduli. These simulations are represented on Figure 4. Once again, we can derive K^{lf} and μ^{lf} from equations (15) and (16). It appears that K^{hf} differs from K^{lf} by a maximal difference of about 3%. However, Figure 4a shows clearly that μ^{hf} differs from $\mu^{lf}=\mu_{dry}$ by a factor of up to 20% at $\epsilon \approx 0.2$. As a conclusion, in the more general case of cracked medium, the frequency effect is very large. The predicted dispersion is strong and depends severely on the microstructure of the rock, a point which will be considered in more details below.

Controlling factors

An important goal in exploration is to link seismic wave velocities, hence effective elastic moduli, with lithology, porosity, and fluid content. From this point of view, the advantage of the above model is that it can predict explicitly the effective elastic moduli as functions of all these parameters. Their effects are discussed below. We examine respectively how the high and low frequency elastic bulk and shear moduli depend on K_f (fluid bulk modulus), α (crack aspect ratio), K_s and μ_s (solid bulk and shear moduli). This provides a way to directly discuss as well how dispersion varies with K_f , α , K_s and μ_s for a saturated rock.

Let us first investigate the consequences of fluid bulk modulus K_f changes, all other parameters being constant. We consider separately the case of pores and that of cracks.

The case of pores is illustrated by Figure 6. For a given porosity, a decrease of K_f results in a moderate reduction of the effective bulk modulus K^{hf} (Figure 6a). On the other hand, the effective shear modulus μ^{hf} remains constant, whatever the K_f value is (Figure 6b). Variations of K_f can also be seen through the Poissons ratio ν^{hf} (Figure 6c). Changes in ν^{hf} values are quite small over the entire physical range ($0 \leq \phi \leq 0.5$). In fact, ν^{hf} tends to increase slightly with increasing K_f at constant porosity. We can also note that the general behaviour of ν^{hf} as a function of porosity ϕ is affected by K_f . If K_f is zero, ν^{hf} decreases with increasing ϕ and inversely, if K_f is sufficiently high, ν^{hf} increases with increasing ϕ . As previously noted, the above results are not modified when turning to low frequency moduli.

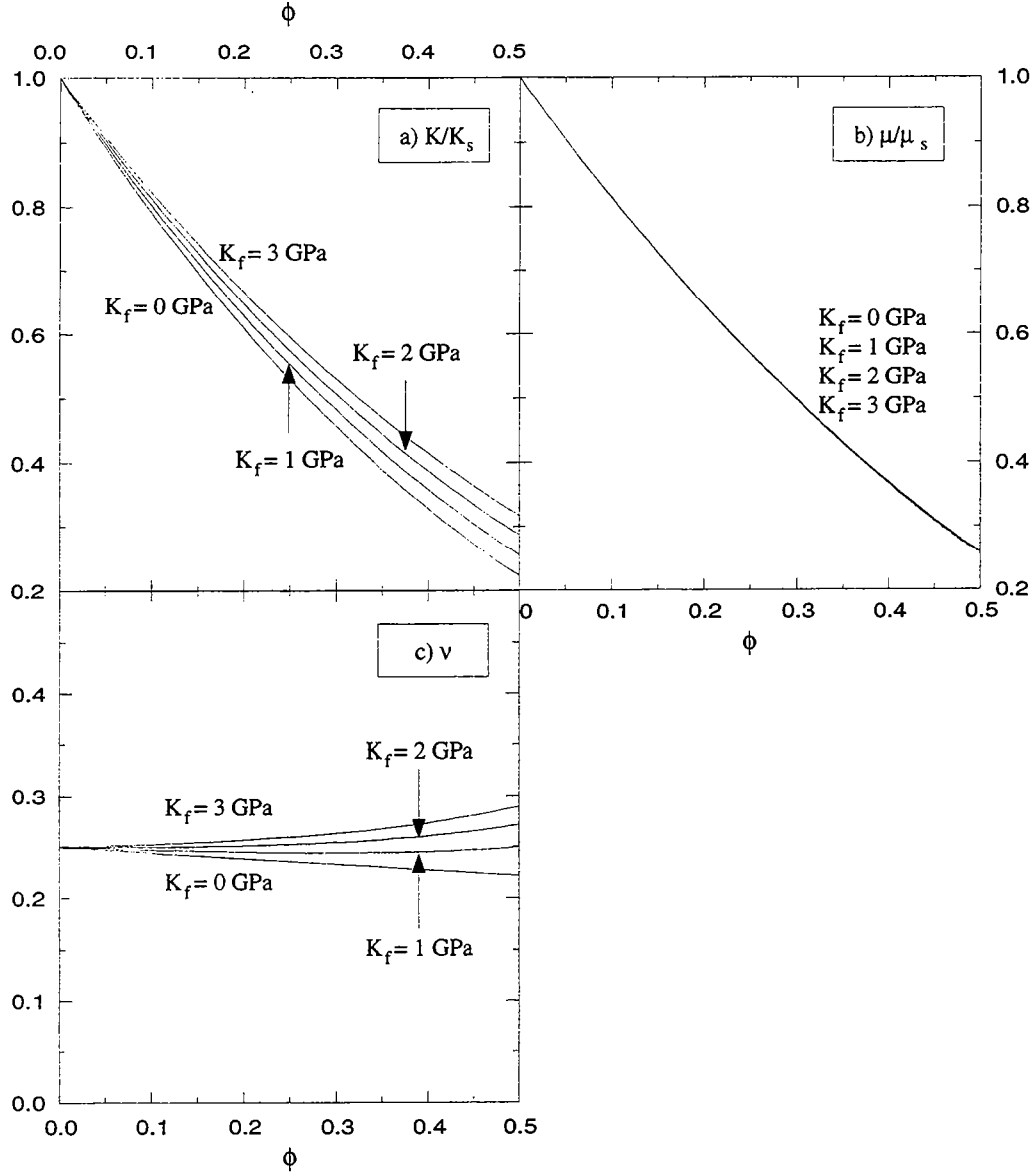


Figure 6: Influence of K_f on effective high frequency moduli in the case of round pores. a: normalized bulk modulus, b: normalized shear modulus, c: Poisson's ratio. (The solid moduli are reported in Table 1, $\alpha=10^{-2}$).

Let us now investigate the case of cracks (Figure 7). We arbitrarily choose an aspect ratio equal to 10^{-2} . When K_f decreases, K^{hf} decreases more drastically than in the case of pores (Figure 7a). Furthermore, μ^{hf} decreases slightly (Figure 7b) and ν^{hf} depends strongly on K_f . If K_f is zero, ν^{hf} decreases drastically down to zero at $\epsilon \approx 2.5$ (i.e., $\phi \approx 10\%$) (Figure 7c), whereas it increases if K_f is sufficiently high (about ≥ 1 GPa). Cracks are much more sensitive than pores to K_f variations. Turning again to low frequency moduli, we observe that μ^{lf} does not depend on K_f [see equation (16)]. In addition, we showed previously that the difference between K^{hf} and K^{lf} is small at a given porosity. Then, K^{lf} evolves with K_f in the same way as K^{hf} . Consequently, at a given porosity, ν^{lf} is slightly higher than ν^{hf} and behaves similarly. The velocity dispersion is defined as:

$$\frac{V_i^{hf} - V_i^{lf}}{V_i^{lf}}, \quad (17)$$

where V^{hf} is the high frequency velocity and V^{lf} is the low frequency one. The subscript i refers to either P - or S -waves. Dispersion is plotted on Figure 8 as a function of ϵ at distinct K_f values. For P -waves, the dispersion is approximately independent of K_f , whereas, in the case of S -waves, the dispersion is strongly affected by this parameter. In addition, the dispersion predicted for the S -wave velocities is higher than for the P -wave velocities. This behavior is correlated to the value of K_s relative to μ_s . As we considered $K_s > \mu_s$ (see Table 1), the dispersion induced by the shear modulus in the P -wave velocity is reduced.

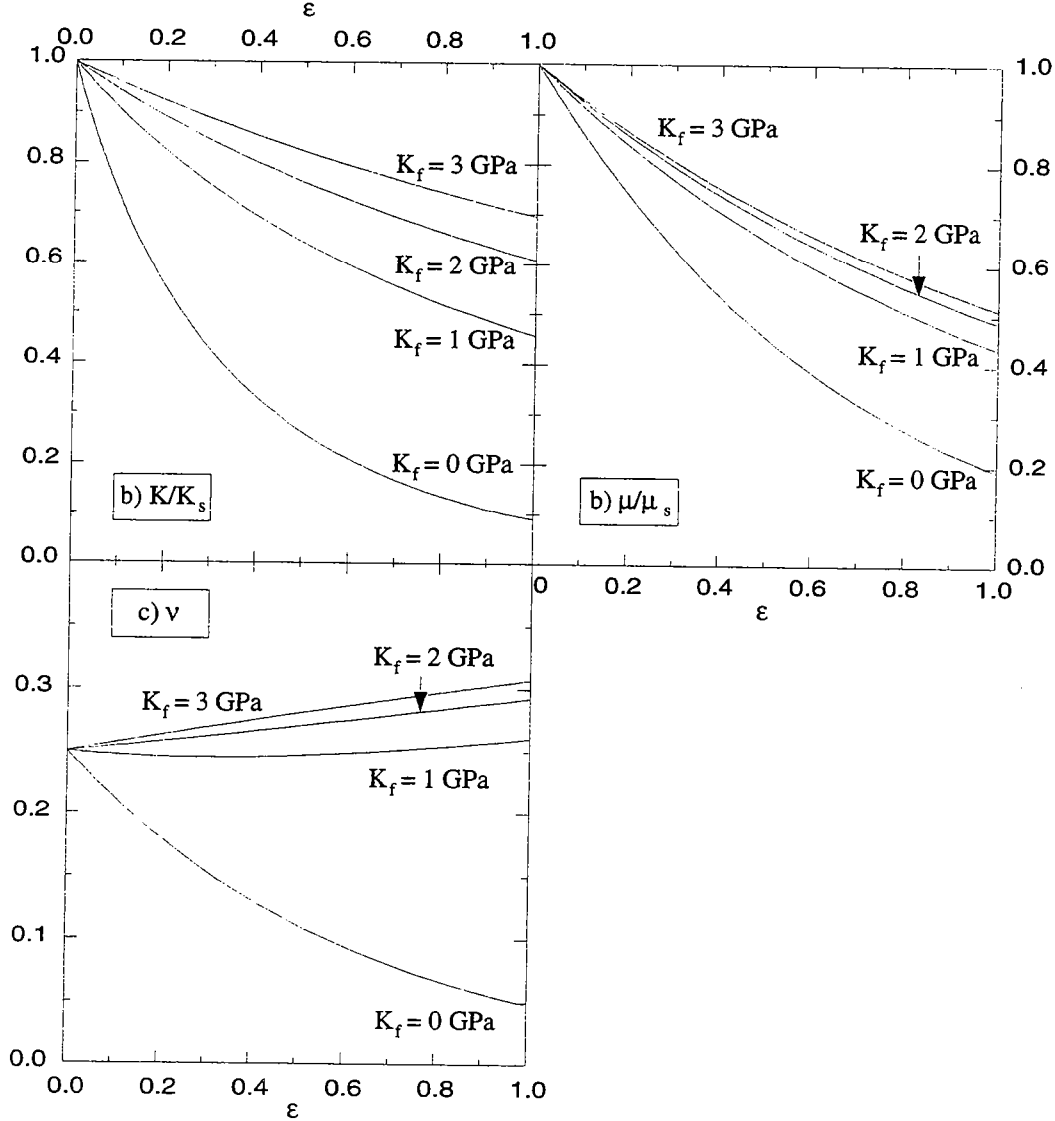


Figure 7: Influence of K_f on effective high frequency moduli in the case of cracks. a: normalized bulk modulus, b: normalized shear modulus, c: Poisson's ratio. (The solid moduli are reported in Table 1, $\alpha=10^{-2}$).

The second important parameter is the aspect ratio α . Figures 9 and 10 show the influence of α on elastic moduli respectively for dry and wet inclusions (pores and cracks). Plots are represented as functions of porosity ϕ and not crack density ϵ because ϵ depends on α . We recall that our numerical simulations for cracks are valid as long as $\alpha \ll 1$. Furthermore, the range of variability of elastic moduli is delimited by the theoretical Voigt's and Reuss' bounds.

In the case of dry and wet inclusions, effective dry and high frequency moduli behave similarly: they decrease with increasing ϕ . The result is close to Voigt's bound for pores ($\alpha=1$) and tends

towards Reuss' bound when α decreases. For a given porosity, a drop of α implies a decrease of K^{hf} and μ^{hf} (Figures 9a, 10a, 9b and 10b).

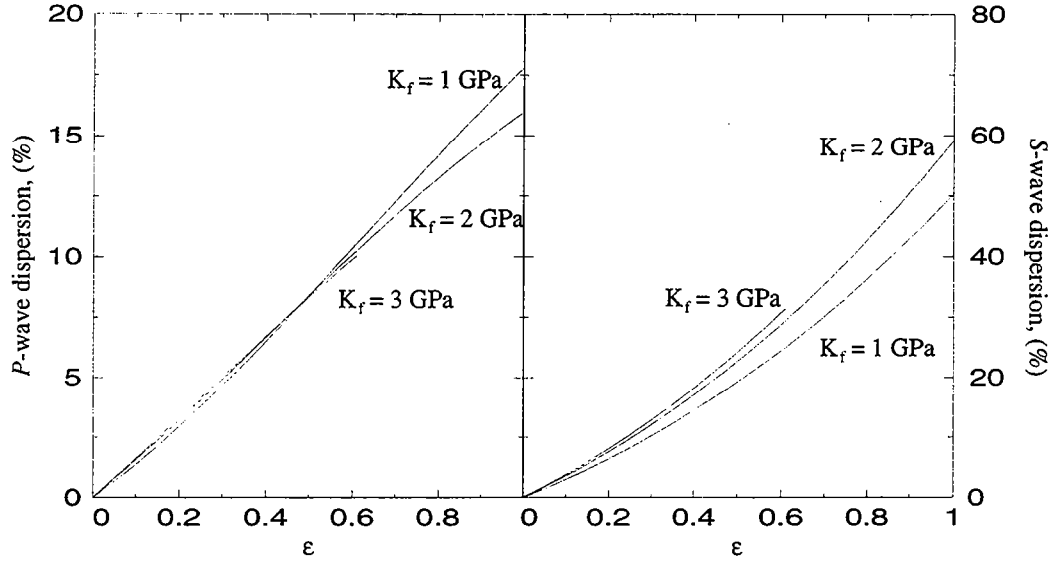


Figure 8: Influence of K_f on P- and S-wave velocity dispersion for crack porosity.
a: P-wave, b: S-wave. (The solid moduli are reported in Table 1, $\alpha=10^{-2}$).

On the other hand, the evolution of the effective Poisson's ratio ν^{hf} is different for empty and saturated inclusions (Figures 9c and 10c). If inclusions are dry, ν^{hf} decreases with increasing ϕ for a given α and also increases with increasing α for a given ϕ . If inclusions are wet, behaviors are more intricate. If α is 1 or 10^{-1} , ν^{hf} decreases slightly with increasing ϕ and for a given porosity, increases with increasing α . We recall that the case $\alpha=10^{-1}$ corresponds to the limit of validity for our computations of effective elastic moduli for cracked medium so that we cannot examine the situations where $10^{-1} < \alpha < 1$. The limit $\alpha=1$ corresponds to spheres. We have numerical results for either $\alpha=1$ or $\alpha \leq 10^{-1}$. However, if cracks are more flattened ($\alpha < 10^{-1}$), ν^{hf} increases with ϕ . Then the lower α is, the larger ν^{hf} is.

Low frequency moduli are derived from equations (15) and (16). The trend for K^{lf} is roughly similar to that observed for K^{hf} . As $\mu^{lf} = \mu_{dry}$, the influence of α on μ^{lf} is described by Figure 9b. As a result, ν^{lf} and ν^{hf} behave similarly against α , but ν^{lf} increases more than ν^{hf} with increasing porosity when $\alpha \leq 10^{-2}$.

Velocity dispersion, derived from equation (17), is represented on Figure 10. It appears to be very sensitive to the geometry of the inclusions. The flatter the cracks are, the higher the dispersion is. At low α , the amplitude of dispersion increases very steeply with ϕ , but our calculation is not valid beyond $\epsilon \approx 1$ as discussed above. This corresponds to $\phi = 4 \cdot 10^{-3}$ for $\alpha = 10^{-2}$. The very high velocity dispersion predicted by our computations seems to be in agreement with experimental results (Tables 2 and 3). Winkler (1986) observed that several rocks have as much as 15-20% dispersion and that the velocity dispersion is comparable for both P- and S-waves. It was also noticed by Cadoret (1993). A quantitative description of porosity in these samples would allow a more detailed discussion. Such a dispersion was also modeled by Mavko and Jizba (1991) without the approximations of idealized pore and crack shapes.

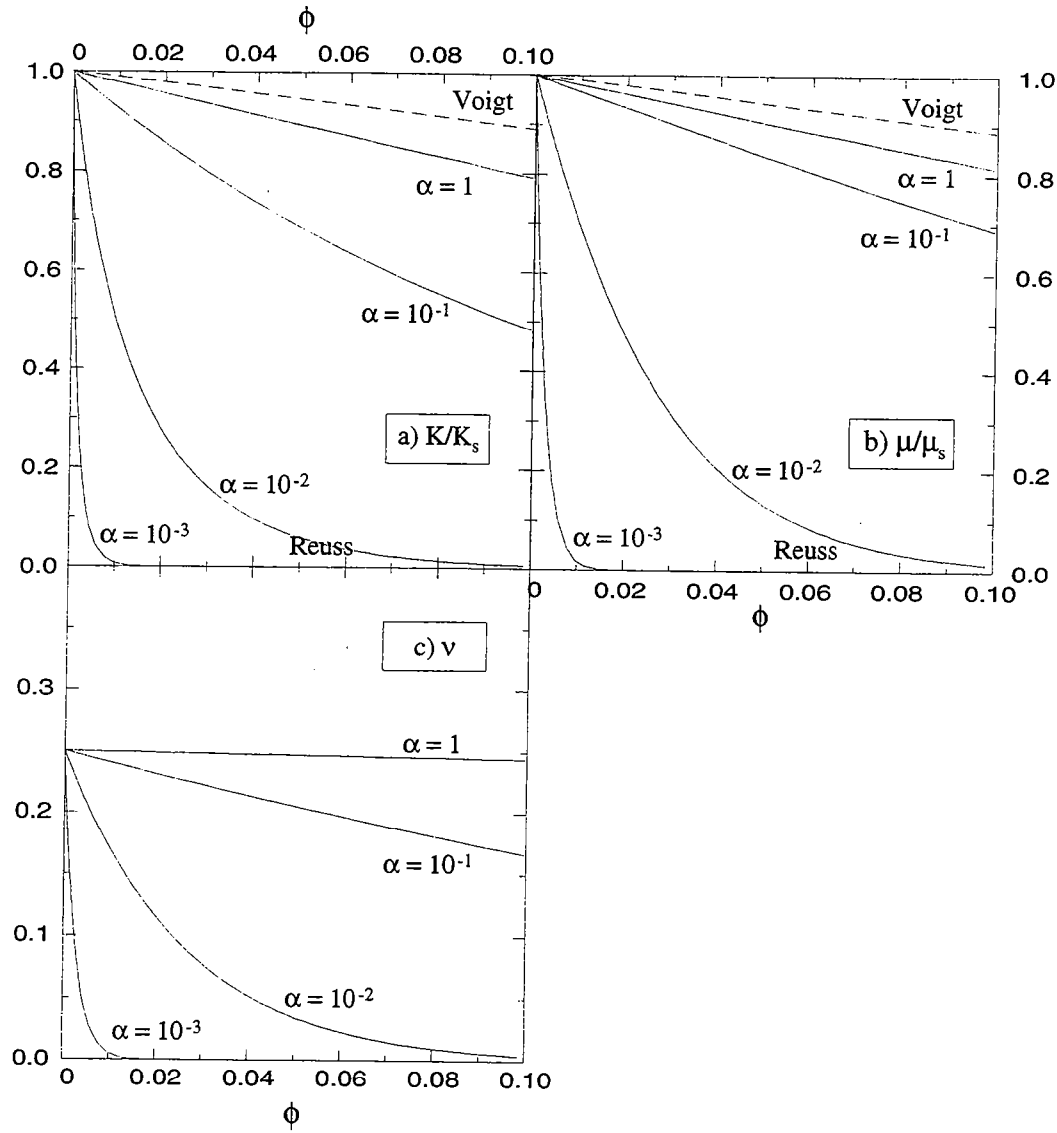


Figure 9: Influence of α on the effective dry moduli. Dashed lines: Voigt's and Reuss' bounds. α : normalized bulk modulus, b : normalized shear modulus, c : Poisson's ratio. (Input data: Table 1).

Table 3: Experimental velocity dispersion (Cadoret, 1993).

Rock sample	P-wave (%)	S-wave (%)
Espeil Limestone	17	30
St. Pantaleon Limestone	15	16
Menerbes Limestone	14	8
Estailades Limestone	14	7
Lavoux Limestone	3-11	5-9

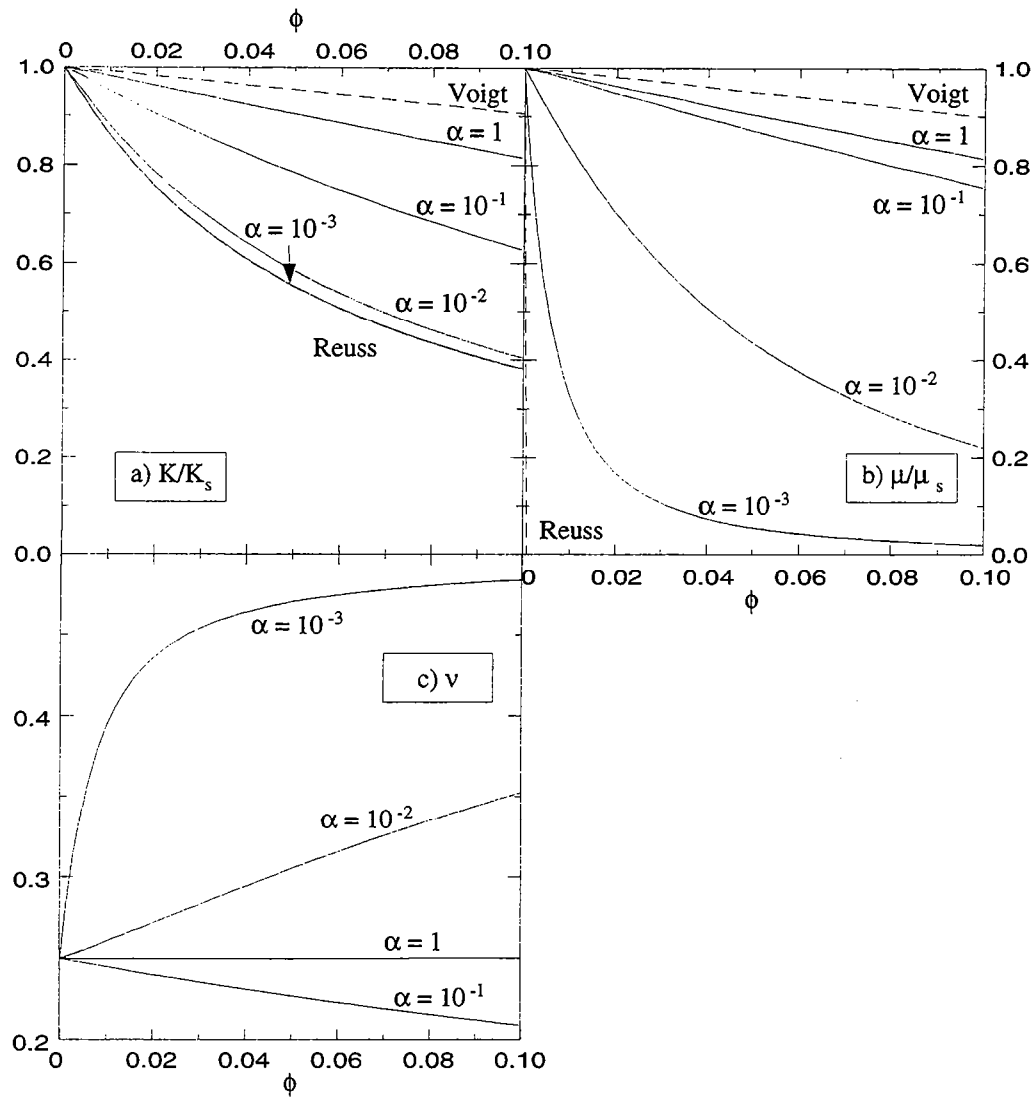


Figure 10: Influence of α on the effective high frequency saturated moduli. Dashed lines: Voigt's and Reuss' bounds. a: normalized bulk modulus, b: normalized shear modulus, c: Poisson's ratio. (Input data: Table 1).

Table 2: Experimental P -wave dispersion at low pressure
(Winkler, 1986)

Rock sample	P -wave dispersion (%)
St. Peter Sandstone	22
Spirit River Sandstone	17-18
Travis Peak Sandstone	14-16
Cotton Valley Sandstone	12
Torpedo Sandstone	10
Massilon Sandstone	10
Sierra Whire Granite	10

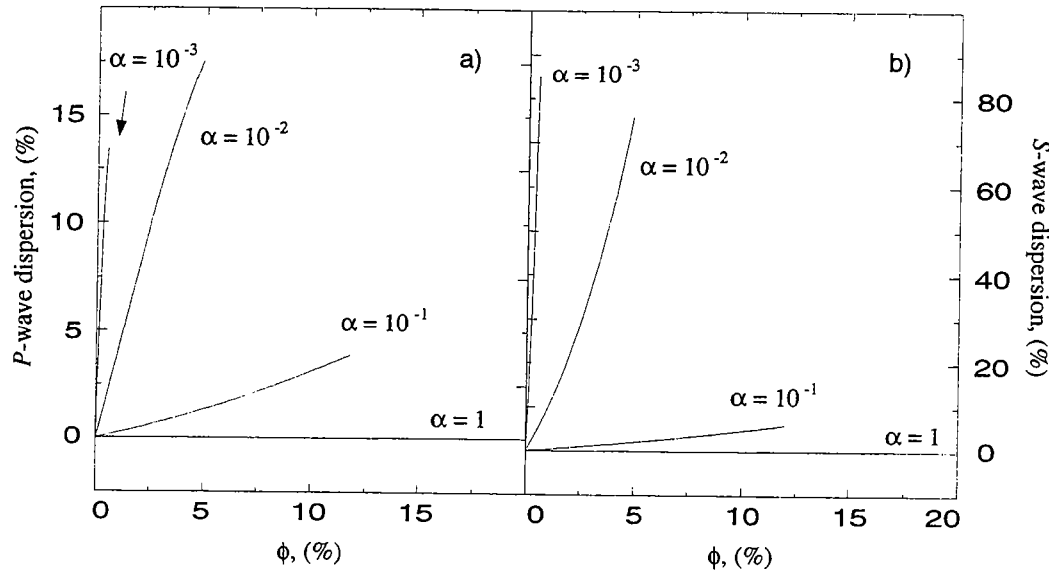


Figure 11: Influence of α on the P- and S-wave velocity dispersion. a: P-wave, b: S-wave. (Input data: Table 1).

Lastly, effects of K_s and μ_s , which characterize mineralogy, have been investigated. An increase of these parameters implies logically an increase of the effective elastic moduli.

Combination of spherical pores with oblate spheroidal cracks and comparison with BAM model

Let us now consider the more general case of a rock containing round pores as well as cracks. The effect of pore connection has been investigated by Korrington and Thompson (1977) by using the sc approximation. They concluded that in the case of only spherical pores, there is nearly no difference between the connected and the nonconnected cases. On the other hand, if all pores have the same nonspherical shape, connectedness implies significant changes, not under compression, but in shear where the orientation can play a role. However, connection effects are more considerable, in compression and in shear, if connection occurs between pores or cracks of different shapes.

Models based on first-order perturbation or self-consistent theories can be used to determine effective elastic moduli for a rock containing more than one set of pores or cracks. For instance, equations developed by Walsh (1969) can be extended to this more general pattern : one inserts a summation over concentrations and $T(T_{ijj}$ and $T_{ijj})$ terms respectively to the different sets of cracks. However, this extension has to face a fundamental difficulty noted by Norris (1985) and Berge et al. (1992). Summation consists in superimposing different kinds of porosity. Then, the resulting effective moduli depend on the order of addition of the different crack families. This procedure is clearly not satisfactory.

The EM model has to face a similar difficulty. The pressure within pores and cracks will depend on the order of imbedding so that the calculated EM moduli are controlled by the order of addition of the different crack sets. In order to derive a satisfactory approximation for moduli, an averaging step is required. This step should consider a random distribution of pressures within pores/cracks. The dsc model allows us to do this. Let us consider a rock whose porosity is characterized by one pore family and one crack family. Following the differential approach, we do not add the whole set of cracks at once to the medium containing round pores. We gradually add a porosity increment which corresponds to pores or cracks. Then, we calculate the effective elastic moduli and we define them as the elastic properties of the new background medium. Once again, porosity is increased by a small increment and the process is iterated. Pores or cracks added at a given increment have a

pore pressure different from those added at another increment. But the distribution of pore pressure is random, which is what we want. Of course, the real pressure distribution within pores and cracks is unknown. Our method allows us to calculate moduli for a given pressure distribution corresponding to a given sequence of pore/crack addition. The real rock behavior will be within the range of our calculated moduli (Figure 12). Corrected porosity derives from relation (3).

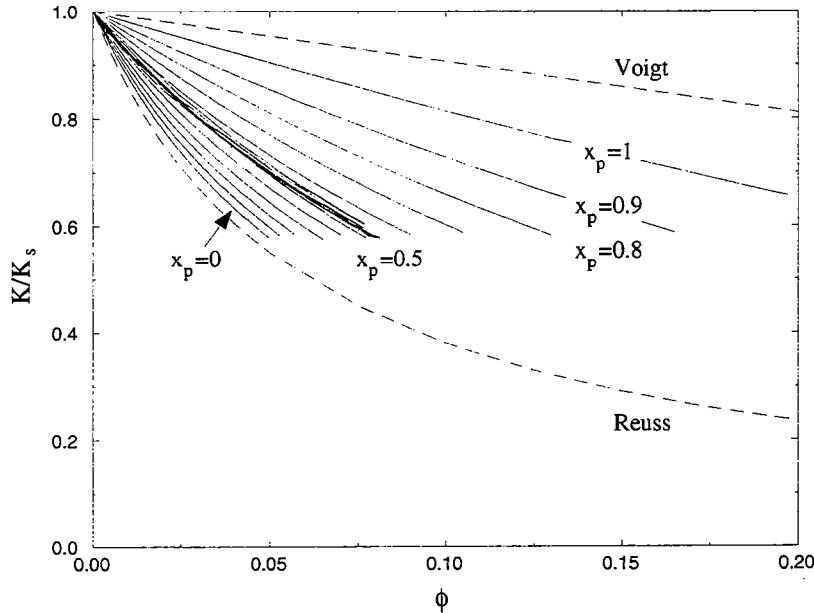


Figure 12: Normalized effective high frequency saturated bulk modulus against porosity in terms of spherical pore fraction X_p . Dashed lines: Voigt's and Reuss' bounds. (Input data: Table 1, $\alpha=10^{-2}$). Several non-averaged simulations are reported for $X_p=0.5$ to point out the range within which the results fluctuate.

Let us now describe more precisely the procedure that we have followed. For simplicity, rock porosity is assumed to be described by a round pore family and a crack family characterized by an aspect ratio equal to 10^{-2} . The resultant aspect ratio distribution is constituted by two dirac functions. We note that a more complex distribution could be taken into account quite easily to get a better representation of the crack porosity. We consider a given volume fraction of round pores x_p , the volume fraction of cracks being equal to $1-x_p$. Our treatment implies that porosity is increased step by step by adding arbitrarily pores or cracks. To introduce these porous inclusions in a random order, a number x belonging to the interval is generated for each porosity increment $d\phi$ with a Monte Carlo algorithm. If x is greater than x_p , $d\phi$ corresponds to a crack addition: the intermediate effective elastic moduli derive then from equations (9) and (10). If x is lower than x_p , $d\phi$ is linked to a pore addition and the effective elastic moduli are derived by using relations (1) and (2).

This process provides the evolution of effective elastic moduli (dry or high frequency saturated) in terms of porosity for a given pore fraction x_p . However, the resulting plots are not smooth: they are irregular because porosity increments correspond to an addition of only a few porous inclusions. This result could be improved by introducing inclusions one by one and hence considering a smaller porosity increment. But, with such a configuration, computations performed by the workstation also involve a longer running time. A more interesting possibility consists in realizing several numerical simulations with the same input data, but with a different random order of introduction of pores or cracks. Consequently, the solution for a given pore volume fraction x_p is obtained by averaging a large number of numerical simulations realized for this same x_p . Numerical tests tend to prove that

averaging about a hundred simulations is sufficient to get a stable solution for effective moduli. Thus, Figure 12 represents bulk modulus as a function of porosity for different pore volume fractions. The porous inclusions are saturated. Input data are reported in Table 1. We check that an elastic modulus close to the Voigt's bound characterizes stiff and rounded pores whereas proximity to the Reuss' bound is induced by randomly oriented cracks. In addition, for $x_p=0.5$, we also plotted several non-averaged simulations (Figure 12) so that limits of variation for the effective modulus computations can be outlined. The variation domain appears to be quite small.

Results of the previous section can be compared to the work of Marion and Nur (1991). These authors developed a bound averaging method (BAM) from an empirical approach in order to describe the dependence of effective elastic moduli on rock stiffness and elastic moduli of the pore-filling material. Although they do not consider the frequency effect, their comparison with Gassmann equations (1951) implies that they are considering low frequency moduli. This point is no longer relevant however when they consider solid inclusions. They assume that elastic moduli M of a rock derive from an arithmetic average between Voigt's (M^+) and Reuss' (M^-) bounds. M refers to either bulk or shear moduli.

$$M = M^- + w(M^+ - M^-). \quad (18)$$

This relationship is shown on Figure 13. The weighting factor, w , ranges between 0 and 1. It characterizes the average stiffness of the porous space. Hence, w is sensitive to the pore and crack shape distribution and to the relative fraction of each set. Marion and Nur (1991) applied the averaging bound method to rocks having quite large porosities, i.e., to rocks with a porosity mainly constituted by rounded pores. Comparisons between BAM and the low frequency moduli that we have calculated are performed with smaller porosities (0-10%) because our calculations are applicable only within this range.

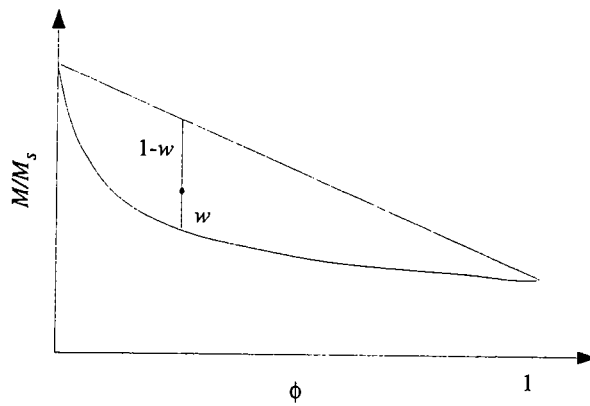


Figure 13: Sketch of factor w from Voigt's and Reuss' bounds (from Marion and Nur, 1991).

Let us consider the example illustrated by Figure 12. Porosity is constituted by a volume fraction x_p of round pores ($\alpha_p=1$) and a fraction $1-x_p$ of mean flat revolution ellipsoidal cracks ($\alpha_c=10^{-2}$). Similarly, the values of K_{dry} can be computed by the dsc model. Then, it is easy to get the low frequency K by using Gassmann's equation. Using relation (18), the value of w can be specified as a function of pore volume fraction of either type. The results are plotted on Figure 14. As expected, factor w increases when the round pore volume fraction is increased and decreases when porosity increases at a constant round pore volume fraction. Then, this kind of plots provides some insights about crack shape and fraction distributions.

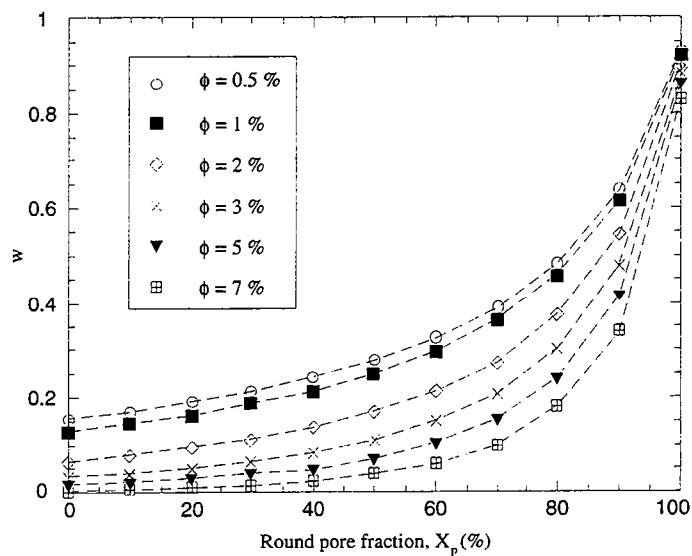


Figure 14: Factor w against round pore fraction in terms of porosity for asaturated porous space. (Input data: Table 1, $\alpha=10^2$).

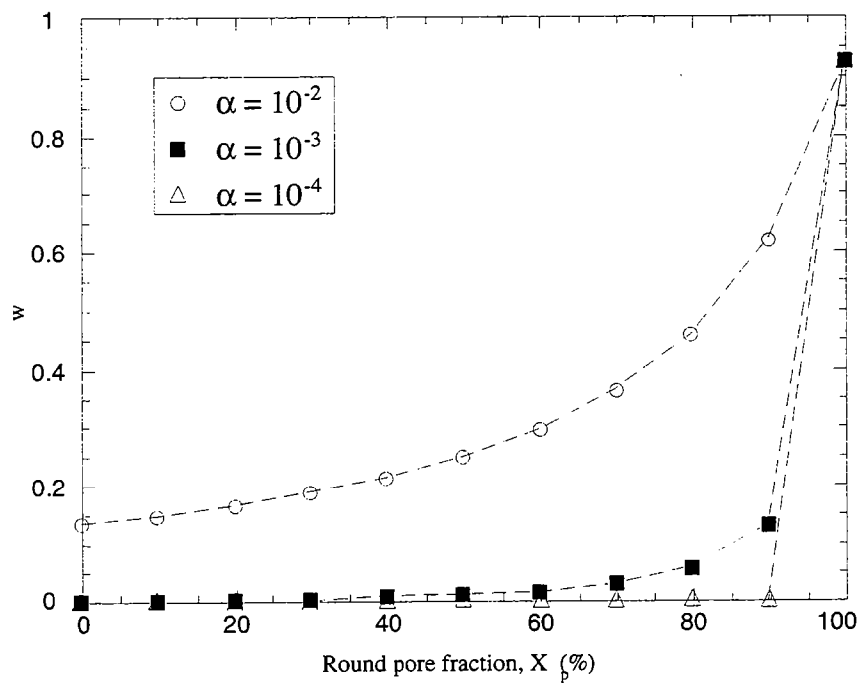


Figure 15: Factor w against round pore fraction in terms of crack aspecratio for a saturated porous space. (Input data: Table 1, $\phi=10^2$).

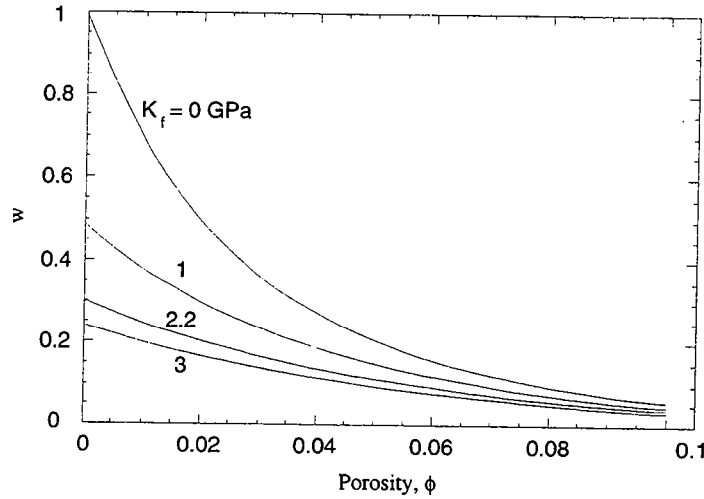


Figure 16: Factor w versus porosity in terms of fluid bulk modulus.
(The solid elastic properties are reported in Table 1, $X_p=50\%$, $\alpha=10^{-2}$).

However, w changes also with the variation of the mean crack aspect ratio α_c . For instance, if α_c decreases down to 10^{-4} , w decreases strongly (Figure 15). This result expresses the strong effect of very small aspect ratio cracks. Since there are 2 independent parameters α_p and α_c , it is possible to get the same w for different microstructures: a small amount of very thin cracks is equivalent to a larger amount of thicker cracks.

Lastly, one main assumption of Marion and Nur (1991) is that w is not affected by the type of fluid inside the porous space. Consequently, BAM computations lead them to estimate the effective elastic moduli of a given rock saturated by any fluid from data obtained on the same rock with just one specific pore-filling material. In order to test this hypothesis, several simulations, combining the dsc model and the Gassmann's equation, have been realised with identical input data ($K_s=38$ GPa, $\mu_s=22.8$ GPa, $x_p=50\%$, $\alpha_p=1$, $\alpha_c=10^{-2}$), but taking into account different types of fluid. Results are reported on Figure 16. It turns out that w is a function of the pore-filling material. w decreases with increasing porosity and at constant porosity, it decreases with increasing fluid bulk modulus. Furthermore, if porosity is essentially composed by round pores, the effects of K_f changes are small (Figure 1a).

Conclusions

In this paper, we have examined the effective elastic moduli of a two-phase material permeated by an isotropic distribution of round pores or oblate spheroidal cracks. Fluid viscosity is not considered.

The differential self-consistent theory (Henyey and Pomphrey, 1982) has been used together with first-order static elasticity computations (Walsh, 1969). This provided an approximate calculation of dry moduli and high frequency/saturated moduli (EM model). Effective moduli are determined against porosity or crack density. The porosity effect is lower than predicted by previous authors (O'Connell and Budiansky, 1974). In the special case of a round pore porosity, our approximation is very good up to a high porosity ($0 \leq \phi \leq 0.5$). For a cracked medium, results are limited to a "crack density" interval because of assumptions inherent in the model ($\alpha \ll 1$ and $K_f/K_s \ll 1$). Our results are valid up to a crack porosity of about 10%. In addition, we have shown that the static (differential self-consistent) and dynamic (Kuster and Toksöz, 1974) solutions are equivalent when combined with the differential treatment. Let us note however that we assumed that pores and cracks have idealized geometries. The shapes and crack aspect ratios are just a mathematical parametrization of the problem and are non-unique.

The combination of the EM model with Gassmann equations (low frequency limit of poroelasticity) has provided approximate calculations of both high and low frequency saturated moduli. The differences between both high and low frequency moduli show that a strong dispersion is expected due to important variations of bulk and shear moduli.

We have used these results to point out the influence of lithology, fluid properties and porosity on effective elastic moduli from several numerical simulations. We have recovered and extended previous results to a broad range of conditions. It appears that an increase of the solid bulk and shear moduli involves logically an increase of the effective high and low frequency bulk and shear moduli, whatever the type of porosity may be. Furthermore, K^{hf} and K^{lf} decrease with decreasing fluid modulus. This behavior is more drastic for a cracked rock. μ^{hf} evolves in the same way in the case of cracks, but does not change with fluid modulus variations when inclusions are round, whereas μ^{lf} is independent of fluid properties. We have shown more precisely that the shape of the porous voids plays an important role: effective elastic (dry and high/low frequency saturated) moduli tend towards the Voigt's bound when pores are more and more rounded and towards the Reuss' bound when crack aspect ratio decreases. All these variations have allowed us to quantify how the P - and S -wave velocity dispersion depends on porosity, porous geometries and fluid properties. When porous inclusions are rounded, there is no dispersion for P - and S -waves. But in the case of a crack porosity, the flatter the cracks are, the higher the dispersion is. The predicted dispersions are high (20%) for both P - and S -waves, in agreement with previous experimental studies.

We have applied the extended differential self-consistent scheme (EM model) to a mixture composed by distinct fractions of round pores and cracks and used this process to compare our results to the BAM model of Marion and Nur (1991) who have assumed that the effective modulus of a rock can be expressed as a weighted arithmetic average of the Voigt's and Reuss' bounds. The weighting factor, noted w , measures the average stiffness of a pore space. We are now able to link w to the fractions of inclusion sets. In addition, it turns out that w depends on fluid properties in particular if porosity is constituted by cracks.

Acknowledgements

We are pleased to acknowledge for the relevant and constructive criticisms of T. Mukerji and L. Thomsen which have contributed substantially to improve this paper. This work has been supported by contracts CNRS "Géomécanique des Roches" and INSU "Fluides et Failles".

References

- Berge, P.A., Fryer, G.J., and Wilkens, R.H., 1992, Velocity-porosity relationships in the upper oceanic crust: Theoretical considerations: *J. Geophys. Res.*, **97**, 15,239-15,254.
- Biot, M.A., 1956, Theory of propagation of elastic waves in a fluid saturated porous solid. II. Higher frequency range: *J. Acoust. Soc. Am.*, **28**, 179-191.
- Bruner, W.M., 1976, Comment on seismic velocities in dry and saturated cracked solids : by R.J. O'Connell and B. Budiansky: *J. Geophys. Res.*, **81**, 2573-2576.
- Budiansky, B., and O'Connell, R.J., 1976, Elastic moduli of a cracked solid: *Int. J. Solids Structures*, **12**, 81-97.
- Budiansky, B., and O'Connell, R.J., 1980, Bulk dissipation in heterogeneous media: *Solid Earth Geophys. and Geotech.*, **42**, 1-10.
- Cadoret, T., 1993, Effet de la saturation eau/gaz sur les propriétés acoustiques des roches - Etude aux fréquences sonores et ultrasonores: Ph.D., Univ. Paris VII.
- Cheng, C.H., 1978, Seismic velocities in porous rocks: direct and inverse problems: Ph. D thesis, Mass. Inst. of Technol., Cambridge, Mass.
- Eshelby, J.D., 1957, The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems: *Proc. Roy. Soc. of London*, **A241**, 376-396.

- Gassmann, F., 1951, Über die elastizität poroser Medien: Vierteljahrsschr. des Naturforsch. Gesellschaft Zurich, **96**, 1-21.
- Guéguen, Y., and Dienes, J.K., 1989, Transport properties of rocks from statistics and percolation: Math. Geol., **21**, 1-13.
- Hartree, D.R., The wave mechanics of an atom with a non-coulomb central field, part II. Some results and discussion: Proc. Camb. Phil. Soc., **24**, 111-132, 1927
- Henye, F.S., and Pomphrey, N., 1982, Self-consistent elastic moduli of a cracked solid: Geophys. Res. Lett., **9**, 903-906.
- Hill, R., 1952, The elastic behavior of a crystalline aggregate: Proc. Phys. Soc. London, **A65**, 349-354.
- Hill, R., 1965, A self-consistent mechanics of composite materials: J. Mech. Phys. Solids, **13**, 213.
- Hudson, J.A., 1991, Crack distributions which account for a given seismic anisotropy: Geophys. J. Int., **104**, 517-521.
- Kirkpatrick, S., 1971, Classical transport in disordered media: scaling and effective medium theories: Phys. Rev. Letters, **27**, 1722.
- Korrington, J., Brown, R.J.S., Thompson, D.D. and Runge, R.J., 1979, Self-consistent imbedding and the ellipsoidal model for porous rocks: J. Geophys. Res., **84**, 5591-5598.
- Korrington, J., and Thompson, D.D., 1977, Comment on the self-consistent imbedding approximation in the theory of elasticity of porous media: J. Geophys. Res., **82**, 933.
- Kuster, G.T., and Toksöz, M.N., 1974, Velocity and attenuation of seismic wave in two-phase media: Part I. Theoretical formulations: Geophysics, **39**, 587-606.
- Landau, L., and E. Lifchitz, E., 1967, Theorie de l'élasticité: Editions Mir Moscou.
- McLaughlin, R., 1977, A study of the differential scheme for composite materials: Int. J. Eng. Sci., **15**, 237.
- Marion, D., and Nur, A., 1991, Pore-filling material and its effect on velocity in rocks: Geophysics, **56**, 225-230.
- Mavko, G., and Jizba, D., 1991, Estimating grain-scale fluid effects on velocity dispersion in rocks: Geophysics, **56**, 1940-1949.
- Mori, T. and Tanaka, Y., 1973, Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions: Act. Metall., **21**, 571.
- Mukerji, T., and Mavko, G., 1994, Pore fluid effects on seismic velocity in anisotropic rocks: Geophysics, **59**, 233-244.
- Norris, A. N., 1985, A differential scheme for the effective moduli of composites: Mech. Mat., **4**, 1-16.
- O'Connell, R.J., and Budiansky, B., 1974, Seismic velocities in dry and saturated cracked solids: J. Geophys. Res., **79**, 5412-5426.
- O'Connell, R.J., and Budiansky, B., 1977, Viscoelastic properties of fluid-saturated cracked solids: J. Geophys. Res., **82**, 5719-5736.
- Reuss, A., 1929, Berechnung der Fließgrenze von Mischkristallen auf Grund der Plastizitätsbedingungen für Einkristalle: Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik, **9**, 49-58.
- Sayers, C.M., 1988, Stress-induced ultrasonic wave velocity anisotropy in fractured rock: Ultrasonics, **26**, 311-317.
- Thomsen, L., 1985, Biot-consistent elastic moduli of porous rocks: Low frequency limit: Geophysics, **50**, 2797-2807.
- Voigt, W., 1928, Lehrbuch der Kristallphysik: Teubner.
- Walpole, L.J., 1972, The elastic behaviour of a suspension of spherical particles: Quart. J. Mech. & App. Math., **25**, 153-160.
- Walsh, J.B., 1965, The effect of cracks on the compressibility of rock: J. Geophys. Res., **70**, 381-389.
- Walsh, J.B., Brace, W.F., and England, A.W., 1965, The effect of porosity on compressibility of glass: J. Am. Ceram. Soc., **48**, 608.

- Walsh, J.B., 1969, New analysis of attenuation in partially melted rock: J. Geophys. Res., **74**, 4333-4337.
- Wang, Z., Hirsche, W.K., and Sedgwick, G., 1991, Seismic velocities in carbonate rocks: J. Canadian Petro. Tech., **30**, 112-122.
- Wang, Z., and Nur, A., 1992, Elastic wave velocities in porous media: A theoretical recipe: in Seismic and Acoustic Velocities in Reservoir Rocks, Ed. Soc. Exploration Geophys., **2**, 1-35.
- Winkler, K.W., 1985, Dispersion analysis of velocity and attenuation in Berea sandstone: J. Geophys. Res., **90**, 6793-6800.
- Winkler, K.W., 1986, Estimates of velocity dispersion between seismic and ultrasonic frequencies: Geophysics, **51**, 183-189.
- Wu, T.T., 1966, The effect of inclusion shape on the elastic moduli of a two-phase material: Int. J. Solids Structures, **2**, 1-8.
- Zimmerman, R.W., 1984, Technical Note- Elastic moduli of a solid with spherical pores: New self-consistent method: Int. J. Rock Mech. Min. & Geomech. Abst., **21**, 339-343.
- Zimmerman, R.W., 1991, Elastic moduli of a solid containing spherical inclusions: Mech. Mater., **12**, 17-24.

Appendix: Computation of T_{ijj} and T_{ijj}

The purpose is to find the expressions of the T_{ijj} and T_{ijj} introduced by Wu (1966). They depend on the tensor S_{ijkl} defined by Eshelby (1957).

Computations are realized in the special case of an oblate spheroidal inclusion ($a=b \gg c$). Then, the crack aspect ratio $\alpha=c/a$ is smaller than 1. Moreover, we assume that $K_2/K_1 \ll 1$ and $\mu_2=0$.

First, a few abbreviations must be specified:

$$R = \frac{3\mu_1}{3K_1 + 4\mu_1} \quad B = \frac{K_2}{3K_1} \quad (\text{A-1})$$

$$S_1 = S_{1111} + S_{1122} + S_{1133}. \quad (\text{A-2})$$

Similar expressions allow to determine S_2 and S_3 . Using the expressions established by Walsh (1969) for the tensor S_{ijkl} , we get:

$$S_1 = S_2 = \frac{\pi\alpha}{4}(3 - 4R) \quad S_3 = \left(1 - \frac{\pi\alpha}{2}\right)(3 - 4R). \quad (\text{A-3})$$

Substituting (A-3) and S_{ijkl} terms into Wu's expressions for T_{ijkl} , we find:

$$[T] = \begin{bmatrix} T_{1111} & T_{1122} & T_{1133} \\ T_{2211} & T_{2222} & T_{2233} \\ T_{3311} & T_{3322} & T_{3333} \end{bmatrix}. \quad (\text{A-4})$$

$$= \begin{bmatrix} 1 - \frac{\pi\alpha}{16}(9 - 5R) + B\frac{\pi\alpha}{4}(3 - 4R) & \frac{\pi\alpha}{16}(7R - 3) + B\frac{\pi\alpha}{4}(3 - 4R) & \frac{\pi\alpha R}{4} + B\frac{\pi\alpha}{4}(3 - 4R) \\ \frac{\pi\alpha}{16}(7R - 3) + B\frac{\pi\alpha}{4}(3 - 4R) & 1 - \frac{\pi\alpha}{16}(9 - 5R) + B\frac{\pi\alpha}{4}(3 - 4R) & \frac{\pi\alpha R}{4} + B\frac{\pi\alpha}{4}(3 - 4R) \\ 2R - 1 + \frac{\pi\alpha}{4}(3 - 5R) + B(3 - 4R)(1 - \frac{\pi\alpha}{2}) & 2R - 1 + \frac{\pi\alpha}{4}(3 - 5R) + B(3 - 4R)(1 - \frac{\pi\alpha}{2}) & \frac{\pi\alpha R}{2} + B(3 - 4R)(1 - \frac{\pi\alpha}{2}) \end{bmatrix}^{-1}.$$

A summation over the components of $[T]$ provides the expression of T_{ijj} . Assuming that $\alpha \ll 1$ and $K_2/K_1 \ll 1$, we get relation (7). Following Wu's notations, we get:

$$T_{1212} = T_{2121} = \frac{1}{2 - \frac{\pi\alpha}{4}(3 + R)} \quad (\text{A-5})$$

$$T_{2323} = T_{3232} = T_{1313} = T_{3131} = \frac{1}{\frac{\pi\alpha}{2}(3 - 2\bar{R})}. \quad (\text{A-6})$$

As $T_{ijij} = T_{kkkk} + 2[T_{1212} + 2T_{1313}]$, where T_{kkkk} is the trace of $[T]$, we get T_{ijij} .

ANNEXE 2:

**Theoretical Seismic Wave Velocities
and “Squirt” Dispersion in Anisotropic Cracked Rocks**

Mickaele La Ravalec and Yves Guéguen
Géosciences Rennes UPR 4661 CNRS, Rennes, France.

Soumis à *Geophysics*.

Abstract

Dispersion and attenuation of acoustic waves passing through porous/cracked rocks has been assigned to several mechanisms such as local "squirt" flow at the grain scale, macroscopic ("global") flow at a larger scale, grain contact or scattering... In this paper, we investigate the first mechanism in cracked rocks with a transversely isotropic symmetry. Assuming an idealized crack shape (oblate spheroids), we developed a model which allows to compute the velocities at high and low frequencies in saturated rocks. For that purpose, we start from the differential self-consistent model built by Nishisawa (1982) so that crack aspect ratio can have any value and crack interaction is accounted for. The difference between high and low frequency saturated velocities allows then to determine the "squirt" dispersion. Its magnitude depends on the geometry of the porous network or more precisely of the compliant or crack-like porosity. The behavior of the "squirt" dispersion is characterized with respect to the distributions of crack orientations and crack aspect ratios. When cracks are aligned and identical, the predicted "squirt" dispersion is different from 0. This anomaly is an artefact due to fluid pressure variations introduced by the iterative scheme of the differential self-consistent model. Therefore, it must be removed from the calculated velocity dispersion. Then, we considered conical distributions of cracks with a transversely isotropic symmetry. When the variance of the conical distribution increases, the velocity dispersion increases also up to a maximum so that, in some cases, the predicted dispersion is larger than that of isotropic rocks. These results show that the differences which exist between in-situ velocity measurements (performed at low frequencies) and laboratory ones (obtained at high frequencies) are expected to be important for rocks with crack-induced anisotropy. The degree of anisotropy of the rock must be evaluated in order to take into account correctly the effect of squirt dispersion. The theoretical tool which is presented is used to invert published data on cracked rocks in terms of crack aspect ratios and crack densities. The results compare very well to reported data and it is concluded that crack "densities" higher than 0.1 are present in these cases.

Introduction

The existence of seismic anisotropy in rocks has received considerable attention during the last decade. From a general point of view (Kern, 1990), anisotropy can be attributed to either plastic deformation which produces strong crystallographic preferred orientation (Nicolas and Christensen, 1987) or to aligned microcracks (Nur and Simmons, 1969). The first mechanism is recognized as the dominant one in the upper mantle and the second mechanism as the dominant one in the upper crust (Crampin et al., 1984; Crampin, 1987, 1994a).

Investigating anisotropy induced by aligned voids or cracks that contain fluid is of significant importance in several research fields ranging from seismic exploration, hydrological investigation to earthquake prediction. In recent years, the use of shear waves rather than compressional waves has been emphasized because they are more sensitive to anisotropy and contain more informations about lithology. Crampin (1985) showed that the shear wave splitting can be used to derive the orientation and density of aligned circular cracks. One of the main assumptions of the model employed by Crampin (Crampin, 1984, 1985; Hudson, 1980, 1981) is that cracks are isolated. This hypothesis is of primary importance in the case of saturated rocks, because it implies a frequency effect. However, Crampin (1985) did not consider such frequency effects.

A great deal of work has been dedicated to the role of fluid in isotropic rocks. Nur and Simmons (1969) illustrated experimentally that the seismic wave velocities can be correlated to the fluid properties. Several authors (Winkler, 1985, 1986; Wang et al., 1991; Wang and Nur, 1992) showed that the measured high frequency velocities are generally faster than those predicted by the equations of Gassmann (1951), which correspond to the low frequency limit of Biot theory (1956a,b). This velocity dispersion has been ascribed to the "local flow" or "squirt" mechanism (Mavko and Nur, 1979; O'Connell and Budiansky, 1977; Thomsen, 1985). In other words, a fluid pressure gradient is induced when a seismic wave is passing through the rock. The fluid pressure change is low in

stiff porous voids (rounded pores) and high in compliant ones (cracks). At low frequencies, the fluid can flow and fluid pressure equilibrates whereas at high frequencies, the fluid can no longer flow and fluid pressure is unequilibrated. Then, a saturated rock seems to be stiffer at high frequencies than at low frequencies. For that reason, models which assume that cracks are isolated are applicable at high frequencies. In the case of isotropic rocks, models (Mavko and Jizba, 1991; Le Ravalec and Guéguen, 1995) suggest that a small amount of compliant porosity may result in a quite large dispersion of the seismic wave velocities.

As for anisotropic cracked rocks, we can mention the works of Thomsen (1986, 1994) and Mukerji and Mavko (1994). They investigated the effects of pore fluid and pore pressure on the seismic wave velocities. Mukerji and Mavko (1994) developed a technique to predict the high and low saturated velocities in order to estimate the "squirt" dispersion. They derived relationships without any assumption about idealized crack geometries, which is an interesting point. However, their model requires as input data the evolution of the compliant porosity (which is generally extremely small) and of the dry elastic moduli against pressure. In addition, they have to infer the dry elastic moduli at high pressure, when the solid rock contains only empty stiff porous voids and no compliant ones. These data are not so easy to get directly.

In this paper, we follow a different and complementary approach. We chose to use a geometrical model in order to estimate theoretically the seismic wave velocities in anisotropic cracked saturated rocks at high and low frequencies. This approach is complementary of the previous ones (Mukerji and Mavko, 1994) since it allows to predict the range of dispersion which can be expected for various degrees of anisotropy. This is an important advantage. The main drawback is that the microstructure is greatly simplified. We consider that cracks can be represented by oblate spheroids ($a=b \geq c$), but we restrict our calculations to crack distributions which are transversely isotropic. Opting for an idealized crack geometry is a strong assumption about microstructure, but this approach allows us to analyze more precisely the geometrical effects on the velocity dispersion induced by the "local flow". At the end, this study should contribute to a better understanding of the relation between in-situ velocity measurements performed at low frequencies and laboratory velocity measurements realized at high frequencies. The dry and high frequency saturated velocity or effective elastic moduli can be computed by using the model of Nishisawa (1982). By combining the resulting dry moduli with the relation of Brown and Korrington (1975), we calculate the low frequency saturated velocities. Then, we investigate how the velocity dispersion depends on the crack density and the distributions of crack orientations and aspect ratios. Lastly, we compare the model predictions with experimental data. In addition, an inversion is performed from velocity measurements which allows an estimate of microstructural parameters, i.e., crack aspect ratio and crack density.

Theoretical Background

As stated above, we aim at comparing seismic wave velocities in a cracked saturated rock at high and low frequencies. It is important to distinguish between the two situations: the first one corresponds to unequilibrated grain scale pore pressures and adiabatic conditions whereas the second one corresponds to equilibrated pore pressures (isobaric conditions).

Nishisawa (1982) presented a model to compute the effective elastic moduli, hence the seismic wave velocities, for a rock containing aligned oblate spheroids ($a=b \geq c$) with an aspect ratio $\alpha=c/a$. Crack size is assumed to be much smaller than the seismic wavelength. As cracks are considered as isolated inhomogeneities and pore pressures are not equilibrated (Le Ravalec and Guéguen, 1995), this model is appropriate to calculate the high frequency velocities. Empty or fluid-filled cracks are assumed to be embedded in an infinitely extended homogeneous, isotropic or transversely isotropic, solid matrix. C_{ijkl}^f and C_{ijkl}^s are the elastic moduli respectively of the crack content and the solid matrix. The model of Nishisawa (1982) is based on the equivalent inclusion method developed by Eshelby (1957). This author suggested that the stress disturbance in an applied stress field due to the presence of a crack can be simulated by an eigenstress caused by an inclusion with elastic moduli equal

to C_{ijkl}^s and corresponding to the crack volume, if the eigenstrain is chosen properly. Eigenstrain, which is a nonelastic strain, is a generic name given by Mura (1987) for the stress-free strain defined by Eshelby (1957). Solving this static problem requires boundary conditions. Eshelby (1957) considered two different processes: a constant load applied to the medium or constant displacements at the surface of the medium. These two approaches lead respectively to the following expressions:

$$S_{ijkl}^{hf} \sigma_{ij}^o \sigma_{kl}^o = S_{ijkl}^s \sigma_{ij}^o \sigma_{kl}^o + \sigma_{ij}^o \epsilon_{ij}^* V \quad (1)$$

$$C_{ijkl}^{hf} \epsilon_{ij}^o \epsilon_{kl}^o = C_{ijkl}^s \epsilon_{ij}^o \epsilon_{kl}^o - \sigma_{ij}^o \epsilon_{ij}^* V \quad (2)$$

(Eshelby, 1957). σ_{ij}^o is the applied stress at infinity, ϵ_{ij}^o is the corresponding strain, ϵ_{ij}^* is the eigenstrain, C_{ijkl}^{hf} (S_{ijkl}^{hf}) and C_{ijkl}^s (S_{ijkl}^s) are the high frequency stiffness (compliance) moduli respectively of the effective medium and of the solid matrix. The effective medium has the same macroscopic elastic properties as the investigated one. V is the volumic fraction of cracks ($V \ll 1$). An intermediate step consists in determining the eigenstrain (see Appendix).

When used directly as done by Anderson (1974) and Cheng (1993) who assumed that the surface displacements were constant, these equations are applicable only for dilute concentration of cracks, because they do not account for crack interaction. The main improvement to this model is due to Nishisawa (1982). This author combined the above method with the differential self-consistent one (Bruner, 1976; Henyey and Pomphrey, 1982). Such an improvement makes it possible to compute the effective elastic moduli at a higher crack concentration or crack density ϵ . The parameter ϵ is defined as:

$$\epsilon = Na^3 = \frac{3}{4\pi} \frac{\phi}{\alpha} \quad (3)$$

(O'Connell and Budiansky, 1974) where N is the number of cracks per unit volume, ϕ is the porosity, $2a$ the crack length and α the crack aspect ratio. For an isotropic distribution, the meaning of ϵ is close to the mean number of intersections per crack which is for instance $\pi^2 Na^3$ for penny shaped cracks (Guéguen and Palciauskas, 1994). Hence, the parameter ϵ describes the connectivity of the crack system in that case. For an anisotropic distribution, a similar but different result can be derived if the crack densities of the various crack families are introduced. The differential scheme is based on a numerical iterative procedure. When the solid matrix contains a small volumic fraction (V) of cracks, equations (1) and (2) provide the resulting effective moduli which characterize an homogeneous transversely isotropic material. The following step consists in adding a new volumic increment (V) of cracks in the "equivalent" matrix defined by the previously computed effective moduli. Once again, equations (1) and (2) can be applied and so on, iteratively, until the final value of porosity is reached. Let us point out that choosing a boundary condition rather than the other one has no consequence in the case of the differential self-consistent model unlike the first order models of Anderson (1974) or Cheng (1993). The succession of the added crack increments tends to neutralize the boundary effects, as shown on Figure 1 for the effective modulus C_{1111} , or C_{11} following the Voigt's notations. However, such a procedure implies that at each increment introduced in the medium, a part of the previously added cracks can be overlapped. Porosity has to be calculated taking crack overlapping into account (McLaughlin, 1977; Zimmerman, 1991). It is worth noting that some misprints in the expressions reported by Nishisawa (1982) have been corrected by Douma (1988). In favor of these calculations, we note that they can allow for a transversely isotropic matrix, variable fluid properties, any value and any distribution of crack aspect ratios and high crack densities.

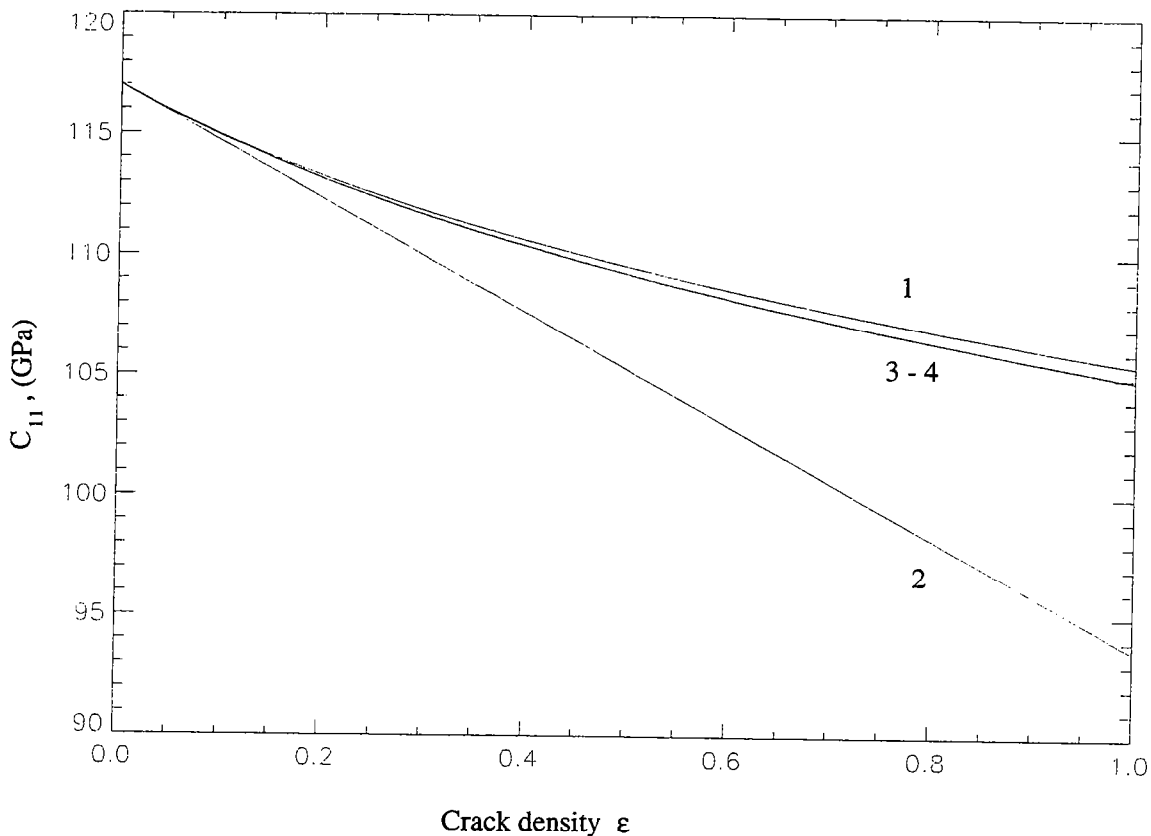


Figure 1: Effects of boundary conditions on C_{11} (GPa). Curves 1 and 2: First order computations assuming respectively a constant load and constant surface displacements. Curves 3 and 4: Differential self consistent computations under the condition respectively of a constant load and of constant surface displacements. (Input data: Table 2).

A comparison of the model of Nishisawa (1982) with other often quoted models is provided in Table 1. Classification of these models depends on whether they predict a low or high frequency behavior. A first important remark must be done. If cracks are all equivalent (aligned in the same direction), the non-interacting or first order models (Anderson, 1974; Cheng, 1993; Hudson, 1980, 1981) provide the low frequency saturated velocities, since the fluid pressure is the same everywhere inside the cracks, even if cracks are assumed to be isolated. This is only because cracks are not interacting and are strictly identical. A second remark concerns question of crack saturation in the model of Hudson (1980, 1981). The simplest version of Hudson's (1980, 1981) model was developed for cracks with vanishing aspect ratios. In the case of saturated cracks, as he assumed that the compressional moduli were independent of fluid saturation, or in other words, that crack aspect ratios were zero, he derived expressions without accounting for the fluid bulk modulus. However, Hudson (1981) also expressed relations for "weak" inclusions which can be used for saturated cracks. As for saturated or dry cracks, Douma (1988) showed that the model of Hudson provides results similar to those given by the model of Nishisawa (1982) as long as the aspect ratios are smaller than 0.3. It is worth noting that the model of Nishisawa (1982) accounts for fluid-filled or solid inclusions.

Another important point is the following: the maximum possible value for the crack density is not well known. This value characterizes the threshold above which the differential self-consistent scheme fails. Actually, the solid matrix is assumed to be continuous. This hypothesis is no longer obeyed when the mechanical percolation threshold is reached, probably at $\epsilon=1-3$. Crampin (1994b) argued that considering rocks with a crack density greater than about 0.1 was irrelevant. He stated that such rocks were too heavily fractured and then outside the applicability range of effective media theory. This is not true in general since two percolation thresholds must be identified here. We have to

distinguish carefully between the hydraulic percolation threshold (for permeability) and the mechanical percolation threshold (for failure). In the case of isotropic rocks, it has been shown using percolation theory that the hydraulic percolation threshold corresponds roughly to $\epsilon=0.1$ (Rivier et al., 1985), a result which can be found also through simple percolation models (Guéguen and Palciauskas, 1994). This means that permeability vanishes for crack density lower than this critical value (for a random crack distribution). When applied to elastic properties, effective media theory does not consider crack connectivity and then ignores the issue of the hydraulic percolation threshold (permeability threshold). But as noted above, the limiting role played by the mechanical percolation threshold is the crucial one in that case. This second threshold is reached at larger ϵ values, probably around $\epsilon \approx 1-3$. Experimental measurements of permeability on rock samples deformed in the brittle-ductile field have explored the behaviors in the ϵ range which is between the two above percolation thresholds (Peach, 1991; Zhang et al., 1994). We will illustrate this point in the next section.

The differential self consistent model of Nishisawa (1982) allows the computation of effective elastic moduli for a dry or saturated cracked rock when pore pressures are unequilibrated. Then, we deduce the dry and the high frequency saturated velocities. However, to estimate the full range of velocity dispersion, the effective elastic moduli have to be calculated for a cracked saturated rock when pore pressures are equilibrated. These low frequency saturated moduli are estimated by taking the dry moduli derived from the Nishisawa's model and substituting into the equation of Brown and Korrington (1975). This equation extends the Gassmann's relation to anisotropic media and is independent of crack geometry:

$$S_{ijkl}^{lf} = S_{ijkl}^{dry} - \frac{(S_{ijnn}^{dry} - S_{ijnn}^s)(S_{klmn}^{dry} - S_{klmn}^s)}{(S_{nnmm}^{dry} - S_{nnmm}^s) + \left(\frac{1}{K_f} - S_{nnmm}^s\right)\phi} \quad (4)$$

(Brown and Korrington, 1975) where S_{ijkl}^{lf} and S_{ijkl}^{dry} are respectively the saturated rock compliance at low frequencies and the dry rock compliance. K_f is the fluid bulk modulus. The Einstein summation convention is used.

As a result, we are now capable to investigate the velocity dispersion which is defined as:

$$\frac{V^{hf} - V^{lf}}{V^{lf}} \quad (5)$$

where V^{hf} and V^{lf} are respectively the high and low frequency saturated velocities.

“Squirt” Dispersion

Isotropic and Transversely Isotropic Rocks

We consider an isotropic solid matrix whose bulk and shear moduli are respectively K_s and μ_s . It is assumed to contain identical cracks, all aligned normal to the x_3 - axis. For this transversely isotropic material, the technique described above can be used to predict the velocity dispersion for both P- and S- waves. Numerical simulations were performed from the input data reported in Table 2 (the choice of input parameter values is arbitrary and could be modified). The maximal velocity dispersion (hereafter MVD) was found for waves propagating in the x_3 - direction. Let us recall that the SH- wave is polarized parallel to the symmetry plane, i.e., the crack plane, and the SV- wave is polarized orthogonally to SH, with a nonzero component perpendicular to the symmetry plane. For this propagation axis, the velocity dispersions of the SH- and SV- waves are found to be equal. When waves propagate in the crack plane, the velocity dispersion is negligible for P- and SH- waves.

Table 1: Assumptions Relative to Different Geometrical Models.

	First order model Anderson (1974), Cheng (1993)	First order model Hudson (1980,1981)	Second order model Hudson (1986)	Self consistent model Thomsen (1986,1994)	Differential model Sayers and Kachanov (1991)	Differential model Nishisawa (1982)
High frequency	no	no	yes	no	yes	yes
Low frequency	yes	yes	no	yes	no	no
Isotropic matrix	yes	yes	yes	yes	yes	yes
Transversely isotropic matrix	no	no	no	no	no	yes
Crack aspect ratio	single set	single set	single set	a pore set and a crack set	distribution	distribution
Crack aspect ratio value ^a	no restriction	$\alpha \ll 1$	$\alpha \ll 1$	$\alpha \ll 1$ and $\alpha = 1$	$\alpha \ll 1$	no restriction
Crack density limit	$\epsilon \ll 1$	$\epsilon \ll 1$	$\epsilon \leq 0.2$	$\epsilon \leq 1$	$\epsilon \leq 1$	$\epsilon \leq 1$
Specified type and orientation of anisotropy	crack normals all parallel	crack normals all parallel	crack normals all parallel	crack normals all parallel	unspecified	crack normal all parallel
Saturated cracks	yes	yes	yes	yes	no	yes

^a From its definition, α is always smaller than (or equal to) 1.

However, in the case of SV- waves, dispersion is the same for propagation in the x_3 - direction or in the crack plane. Parallely, we computed the velocity dispersion for the same rock (Table 2), but with

Table 2: Input Data.

Parameter	Value
K_s , GPa	65.
μ_s , GPa	39.
K_f , GPa	2.2
α	0.01

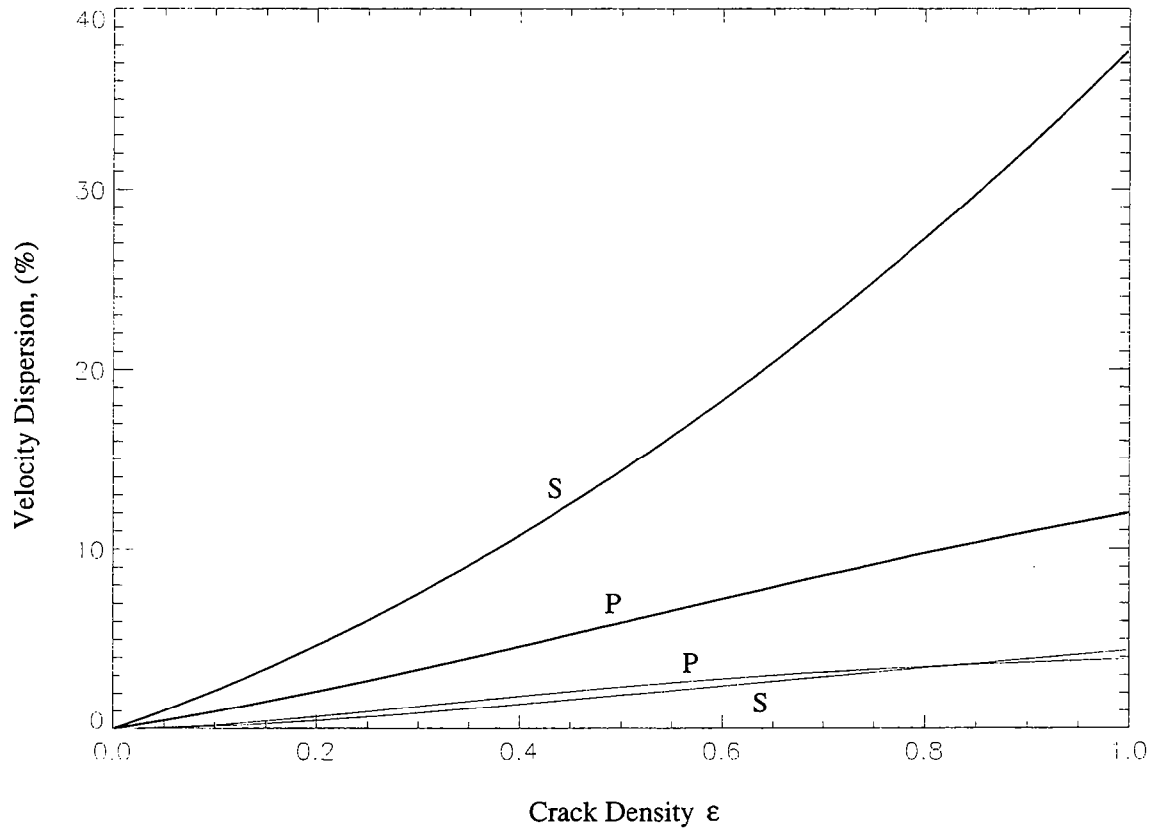


Figure 2: Maximal velocity dispersion against crack density for P- and S- waves. Bold lines: Rock containing randomly oriented cracks. Small lines: Rock containing aligned cracks. (Input data: Table 2).

randomly oriented cracks (Le Ravalec and Guéguen, 1995). On Figure 2, we plotted the maximal velocity dispersion for both isotropic (bold line) and transversely isotropic (small line) media. The predicted velocity dispersion is smaller in a transversely isotropic material (about 0.23 % for P- wave and 0.15 % for S- waves at $\epsilon=0.1$) than in an isotropic one (about 1 % for P- wave and 2 % for S- wave at $\epsilon=0.1$). However, as cracks distribution is assumed to be homogeneous, there should be no dispersion when cracks are aligned ad identical. The non zero calculated dispersion is an artefact of the differential self-consistent model: fluid pressures depend on the order of introduction of cracks in

the solid matrix. Therefore, Figure 2 allows us to estimate the artefact due to the iterative process.

Conical Distributions of Crack Orientations

Up to this point, we considered a single set of saturated cracks, with their normals aligned along the x_3 - axis. However, it is not realistic to assume that cracks are so perfectly aligned. Then, in order to estimate the influence of crack orientations on velocity dispersion, we consider an isotropic solid matrix containing a conical distribution of cracks with the x_3 - axis as axis of symmetry. It means that cracks are assumed to be randomly oriented with their normals at angles to the x_3 - axis which vary from 0 to γ . γ belongs to $[0; \pi/2]$ (Fig. 3a). As a result, the medium is once again transversely isotropic.

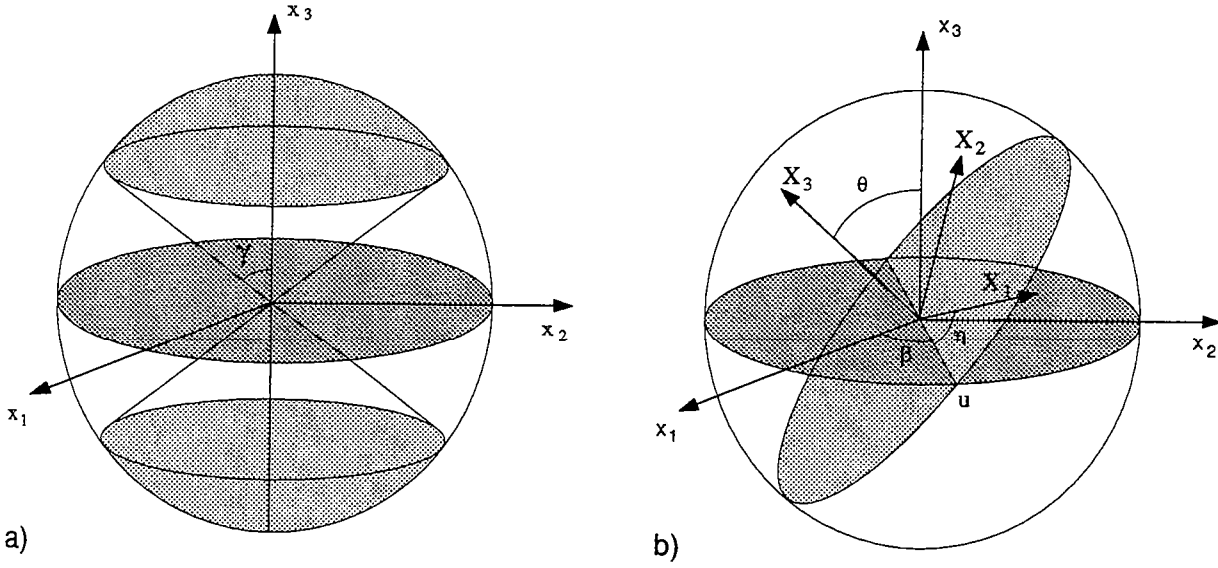


Figure 3: a) Sketch of a conical crack orientation distribution. b) Rotation Euler angles β, θ, η describing the orientation of a crack coordinate system X_1, X_2, X_3 with respect to the system x_1, x_2, x_3 of the medium.

The orientation of a crack with principal axes X_1, X_2, X_3 is referred by the rotation angles β, η, θ of Euler with respect to a reference Cartesian coordinate system O, x_1, x_2, x_3 (Fig. 3b). Let be a unit sphere centered in O . The normal to a crack is given by the X_3 - axis: it intercepts the unit sphere on 1 point. θ is the angle between the x_3 - and X_3 - axis. The crack plane intersects the Ox_1x_2 plane along Ou and $\beta = (Ox_1, Ou)$. The angle η is then defined by $\eta = (Ou, X_1)$. Let us note that β and η vary from 0 to 2π and θ from 0 to γ . The crack orientation distribution function $N(\beta, \eta, \theta)$ is equal to 1 when integrated over the full domain. We recall that the surface element on the unit sphere is $\sin(\theta)d\beta d\theta$. Consequently, $N(\beta, \eta, \theta)$ is defined as:

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\gamma N(\beta, \eta, \theta) d\theta d\beta d\eta = 1 \quad (6)$$

$$\text{with } N(\beta, \eta, \theta) = \frac{\sin(\theta)}{4\pi^2(1 - \cos(\gamma))}.$$

For each set of crack orientation, the elastic moduli C_{ijkl} are computed in the X_1, X_2, X_3 Cartesian coordinate system. They are equal to C_{IJKL} in the reference coordinate system. C_{ijkl} and C_{IJKL}

are related by:

$$C_{IJKL} = P_{Ii}P_{Jj}P_{Kk}P_{Ll}C_{ijkl}. \quad (7)$$

P_{ij} is the rotation matrix derived from the Euler angles:

$$P_{ij} = \begin{pmatrix} \cos \beta \cos \eta - \sin \beta \cos \theta \sin \eta & -\cos \beta \sin \eta - \sin \beta \cos \theta \cos \eta & \sin \beta \cos \theta \\ \sin \beta \cos \eta + \cos \beta \cos \theta \sin \eta & -\sin \beta \sin \eta + \cos \beta \cos \theta \cos \eta & -\cos \beta \sin \theta \\ \sin \theta \sin \eta & \sin \theta \cos \eta & \cos \theta \end{pmatrix}. \quad (8)$$

The effective moduli are obtained by averaging the crack contribution relative to each crack orientation (Sayers, 1988a, b; Gibson et Toksöz, 1990). Averaging can be realized by considering a uniform strain field (Voigt's average) or a uniform stress field (Reuss' average). The Voigt's and Reuss' averages constitute respectively rigorous upper and lower bounds for the effective moduli (Hill, 1952). Then, following Voigt (1928), the upper bounds for the effective stiffness moduli are calculated from stiffness moduli which all account for the effect of different crack set orientations:

$$C_{IJKL} = \frac{1}{4\pi^2(1 - \cos \gamma)} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\gamma P_{Ii}P_{Jj}P_{Kk}P_{Ll}C_{ijkl} \sin \theta d\theta d\beta d\eta \quad (9)$$

whereas, according to Reuss (1929), the lower bounds are similarly derived from compliance moduli:

$$S_{IJKL} = \frac{1}{4\pi^2(1 - \cos \gamma)} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\gamma P_{Ii}P_{Jj}P_{Kk}P_{Ll}S_{ijkl} \sin \theta d\theta d\beta d\eta. \quad (10)$$

Figure 4 shows maximal velocity dispersion (MVD) for both P- and S- waves for various conical distributions of crack orientations, i.e., with angle γ varying from 0 to $\pi/2$. γ is the angle characterizing the conical distribution. The MVD for a given value of γ corresponds to the highest velocity dispersion relative to all the propagation directions. We assume that cracks have all the same shape and that crack density is 0.1. Input data are reported in Table 2. The MVD is obtained by calculating the effective elastic moduli by using either the Voigt's average (fine curve) or the Reuss' one (heavy curve). When γ is equal to 0° , the solid matrix contains a single set of cracks, with their normals aligned along the x_3 - axis. This situation corresponds to the previous one. The velocity dispersion is directly computed, without averaging, and is represented by shaded circles. As explained before, the calculated dispersion for a single aligned crack set corresponds to an artefact inherent to the iterative scheme. It must be removed from the numerical predictions. When γ is equal to $\pi/2$ or 90° , cracks are randomly oriented: the cracked material is isotropic. The Voigt's and Reuss' averages used to compute the effective elastic moduli allow us to estimate the variation range of the MVD for both P - and S- waves. The MVD is expected to lie somewhere between the upper bound deduced from the Reuss' approach and the lower bound inferred from the Voigt's approach. The predicted variation domains for the MVD of P- and S- waves show similar behaviors. The predicted MVD first increases and then decreases, so that we cannot conclude that velocity dispersion is expected to be higher in isotropic materials than in anisotropic ones. Actually, for some given conical crack orientation distributions, the MVD can be quite important and even more than for isotropic media. This dispersion is due to various subsets of cracks which induce unequal pore pressures because of their orientations, when submitted to a propagating wave.

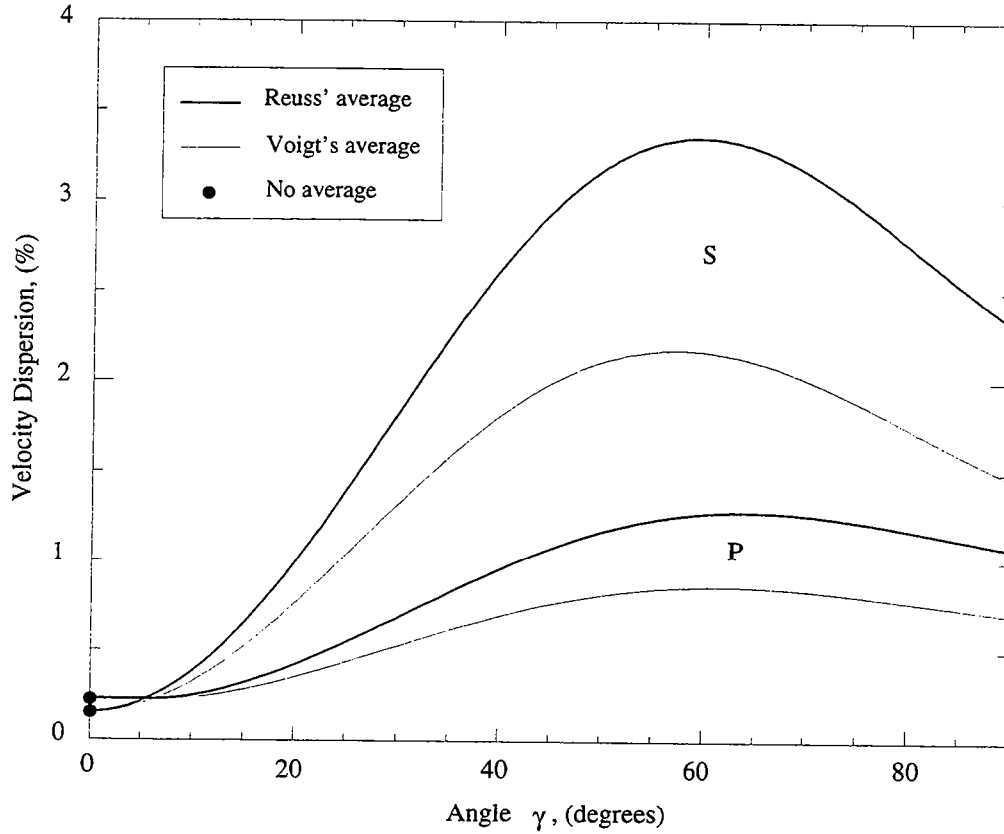


Figure 4: Maximal velocity dispersion for P- and S- waves against the angle of the conical crack orientation distribution. (Input data: Table 2, $\epsilon=0.1$).

Crack Aspect Ratio Distributions

Two examples, plotted on Figure 5, emphasize the effects of crack aspect ratio distributions on velocity dispersion. We consider first a Dirac distribution in $\alpha=10^{-2}$ (small line) and secondly, a wide distribution (bold line). This second distribution is described by the following function normalized so that it is 1 when integrated over $[10^{-4}, 1]$:

$$f(\alpha) = \frac{\alpha}{(5 \cdot 10^{-3})^2} \exp\left(-\frac{\alpha}{5 \cdot 10^{-3}}\right). \quad (11)$$

The corresponding mean value is $\langle \alpha \rangle = 10^{-2}$ (Gavrilenko and Guéguen, 1989). Input data about solid and fluid properties are reported in Table 2. Figure 5 shows velocity dispersion for both P- and S- waves against porosity ϕ which is equal to the mean $4\pi\langle \alpha \rangle \langle \epsilon \rangle / 3$. To prevent the computed velocities from depending on the order of crack addition, cracks are introduced randomly into the matrix (Le Ravalec and Guéguen, 1995). The broad crack aspect ratio distribution tends to increase velocity dispersion. Actually, cracks with different shapes induce different pore pressure variations when submitted to a passing wave.

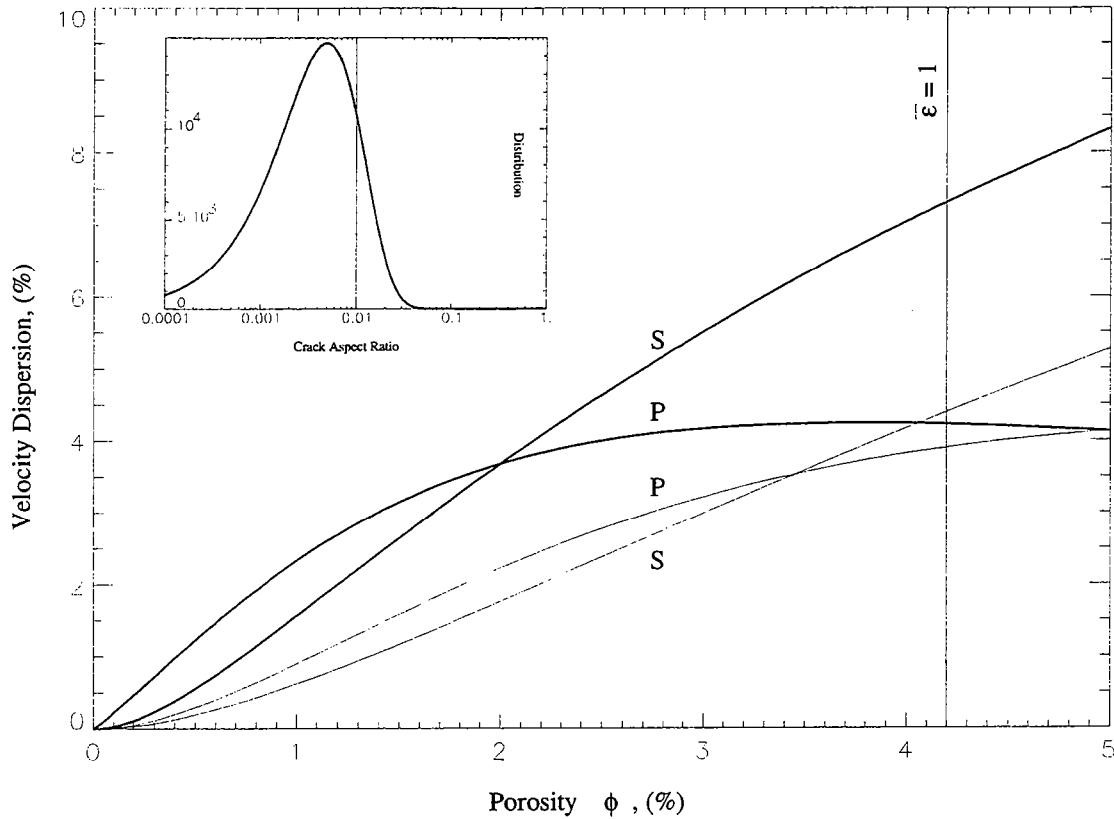


Figure 5: Effect of the crack aspect ratio distribution on the maximal velocity dispersion. Small line: Dirac distribution. Bold line: Large distribution.

Comparison with Experimental Data

Modeling of Laboratory Data

In this section, we are concerned with the modeling of laboratory data using the first model where cracks are all aligned in the plane perpendicular to Ox_3 as in the work of Nishisawa (1982). The following example allows us to illustrate the velocity differences induced by the local flow mechanisms between high and low frequencies.

Synthetic porous sandstones containing cracks with controlled geometrical parameters have been manufactured by Rathore et al. (1994). They performed velocity measurements on samples where a single set of artificial aligned cracks was introduced. The isotropic solid matrix is assumed to contain an original porosity of small round pores ($\phi_p=34.6\%$, $\alpha_p=1$). Then, a set of aligned larger cracks of known geometry (circular cracks of 5.5 mm diameter and 0.02 mm thickness) is added in this medium ($\phi_c=0.23\%$, $\alpha_c=3.64 \cdot 10^{-4}$). Microstructural parameters are used as input data so that we can predict the low and high frequency velocities in the case of dry and saturated samples that are compared with the experimental data. Let us note that the theoretical velocities are computed by mixing together round pores and aligned oblate spheroids. Figure 6 (a, b, c) shows the observed and predicted seismic wave velocities against propagation direction. The incidence angle varies from 0° (i.e., normal to the crack plane) to 90° (i.e., parallel to the crack plane). The theoretical and observed velocities behave very similarly against propagation direction for P-, SH- and SV- waves. As expected, in the case of saturated samples, the experimental data points are closer to the predicted curves for low frequency velocities. Actually, velocity measurements were carried out at a frequency

of 100 kHz. Following O'Connell and Budiansky (1977), the characteristic frequency from which

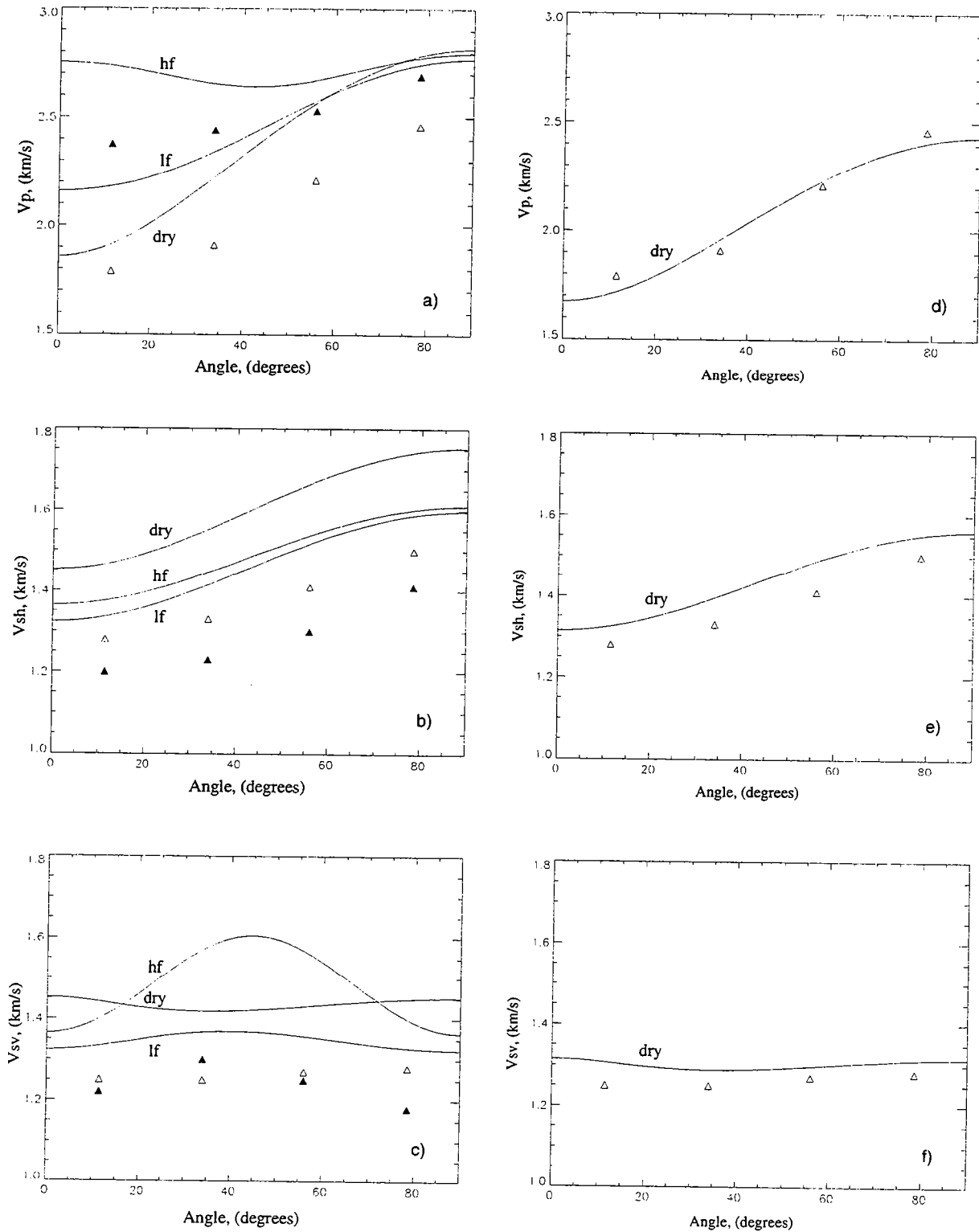


Figure 6: Comparison of the predicted P-, SH- and SV- velocity curves (dry for dry sample, lf and hf respectively for low and high frequency velocities in saturated samples) against direction propagation with the experimental data points provided by Rathore et al. (1994). Empty triangles: data measured for dry samples. Shaded triangles: data measured for saturated samples. a, b, c: porosity constituted of round pores and aligned cracks. d, e, f: porosity constituted of round pores, randomly oriented cracks and aligned cracks.

local flow mechanisms become prominent is:

$$\omega_c \approx \frac{K_s}{\zeta} \alpha^3 \quad (12).$$

where K_s is the solid bulk modulus, ζ is the fluid viscosity and α the crack aspect ratio. The resulting characteristic frequency for the experiment described by Rathore et al. (1994) is about 800 kHz so that the measurement is apparently a low frequency one.

However, it appears that the velocities predicted for the dry sample are systematically higher than the measured ones. Such a difference can be explained by the assumption according to which the original porosity in the solid matrix is due only to round pores. This assumption is probably not valid. We can reasonably imagine that the matrix contains in reality a (very) small amount of randomly oriented cracks. Let us, for instance, assume that the original porosity (equal to 34.6 %) is constituted mainly of round pores (99.5 %), but also of 0.5 % of randomly oriented “natural” cracks with an aspect ratio of $3 \cdot 10^{-3}$. On Figure 6 (d, e, f), we compare the resulting theoretical velocities for that case to the experimental data for the dry sample: the agreement is clearly much better. Our calculation in that case is however an approximation. The computations are performed in two steps: first, we consider only round pores and randomly oriented “natural” cracks embedded in the solid matrix, secondly, we introduce the aligned “artificial” cracks into the resulting medium. Our model does not allow to mix randomly oriented “natural” cracks and aligned “artificial” cracks together. Our result is thus approximate, but it shows clearly that the experimental data can be accounted for quite well.

Inversion of Laboratory Data

One of the questions addressed above was concerned with the interest of modeling crack densities higher than 0.1. Using the model of coplanar cracks as Nishisawa (1982), we inverted laboratory velocity measurements reported in the literature for rocks submitted to uniaxial loads (Nur and Simmons, 1969; Zamora and Poirier, 1990). We consider such a rock, because nonhydrostatic stress involves anisotropy, owing to the preferential closure of cracks normal to the maximum stress axis (Nur and Simmons, 1969). We proceeded by trials and errors, looking for the maximum of the Bayesian probability density in the α, ϵ space (Tarantola, 1987; Zamora and Poirier, 1990). A grid is superimposed on the α, ϵ space. The values of crack densities and crack aspect ratios corresponding to the coordinates of the intersection points were put into the computer program which implemented the Nishisawa model. The Bayesian probability was derived from the comparison of the calculated velocities with the measured ones. The maximum of this probability provides the most likely solution for α and ϵ (Fig. 7).

As modeled cracks are assumed to be idealized oblate spheroids with identical aspect ratios, whereas real cracks have very different and irregular shapes, the values of the microstructural parameters derived from the inversion procedure just approximate the porous network. However, they can provide a reasonable estimation of the relative weights of crack aspect ratios and crack densities.

We reported in Table 3 the values of crack densities and crack aspect ratios that caused Nishisawa's model to produce P- and S- wave velocities close to those measured by Nur and Simmons (1969) and Zamora and Poirier (1990) for some samples. It appears that the crack density values derived from inversion are higher than 0.1 for all these samples. As for Barre granite, ϵ decreases from 0.243 down to 0.170 with increasing axial stress. The mean crack aspect ratio is found to be $5-6 \cdot 10^{-4}$. Such values can be compared to the results of Hadley (1976) on Westerly granite. Using a scanning electron microscope (SEM) and assuming an oblate spheroidal crack shape, Hadley (1976) measured crack densities ranging from 0.03 up to 0.19 for unstressed and prestressed samples. In addition, she determined mean crack aspect ratios about one order of magnitude larger than ours. Such discrepancies can result from the different natures of the investigated rocks, but also from the

physical limitations inherent to experimental observations: very small cracks may remain undetected by SEM and observed crack apertures are always maximum values. The calculated mean crack aspect ratios are $1-6 \cdot 10^{-4}$ for the Fontainebleau sandstone. The inverted crack densities lie in that case between 0.135 (F6) and 0.766 (F33). These samples were described by Zamora and Poirier (1990) respectively as poorly and heavily microcracked.

Table 3: Results of Inversion

Sample	State	Stress (MPa)	ϵ	$\alpha (\times 10^{-4})$
Barre Granite ^a	dry	10	0.243	5.00
Barre Granite ^a	dry	20	0.209	5.25
Barre Granite ^a	dry	30	0.182	6.31
Barre Granite ^a	dry	40	0.170	6.31
Fontainebleau Sandstone F32 ^b	cracked dry	5.88	0.275	6.51
Fontainebleau Sandstone F33 ^b	cracked dry	2.35	0.766	3.09
Fontainebleau Sandstone F6 ^b	cracked dry	7.84	0.135	1.38

^a: Input data from Nur and Simmons (1969).

^b: Input data from Zamora and Poirier (1990).

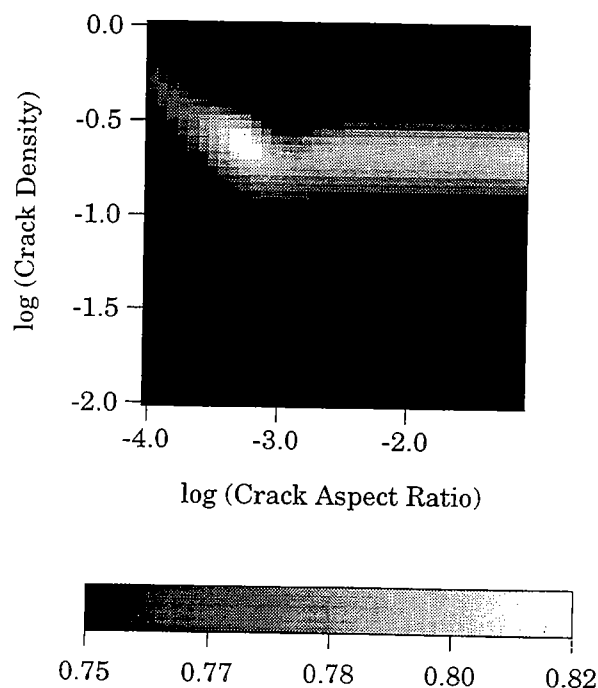


Figure 7: Probability density in the α , ϵ space. Probability values lower than 0.75 are dark.

Conclusion

We considered saturated rocks with a transversely isotropic distribution of cracks and presented a model to predict numerically the dispersion involved by the “squirt” mechanism between velocities measured in such rocks at high and low frequencies. For that purpose, we joined the differential self consistent model built by Nishisawa (1982) and the works of Brown and Korrington (1975). The first approach allows us to compute the dry and high frequency saturated velocities in rocks containing a single set of aligned cracks while the second one provides the low frequency saturated velocities. Any physical value for the crack aspect ratio (≤ 1) and a high crack density (≤ 1) can be accounted for.

We modeled the velocity dispersion expected for rocks with conical distributions of cracks, hence with a transversely isotropic symmetry too. These conical distributions are defined by an angle γ varying from 0 to $\pi/2$. When $\gamma=0$, cracks are all aligned. We showed that the differential self-consistent model predicts a non zero velocity dispersion even if cracks are aligned and identical. It is an artefact due to the iterative calculations. Therefore, it must be removed from the predictions for higher γ . When γ increases, velocity dispersion outlines more intricate features: it first increases up to a maximal value and then can even be higher than that one predicted for isotropic cracked rocks ($\gamma=\pi/2$). This behavior is governed by the various crack subsets which induce unequal pore pressure changes because of their different orientations when submitted to a passing wave. This phenomenon is also reinforced when the porosity is depicted by a collection of inclusions with different shapes.

Lastly, we compared this model with laboratory data obtained on synthetic sandstones (Rathore et al., 1994). Modeling yields results that agree quite well with the observations, particularly, if we admit that the measured porosity, attributed only to round pores, contains also a very small amount of cracks. In addition, in order to estimate crack densities for some rock samples, we inverted some laboratory velocity measurements reported in the literature. The inversion procedure accounts for crack interaction. The results shows that the crack densities are higher than 0.1 for the samples that we have considered.

References

- Anderson, D.L., Minster, B., and Cole, D., 1974, The effect of oriented cracks on seismic wave velocities: *J. Geophys. Res.*, 79, 4011–4015.
- Biot, M.A., 1956a, Theory of propagation of elastic waves in a fluid saturated porous solid. I. Low frequency range: *J. Acoust. Soc. Am.*, 28, 168–178.
- Biot, M.A., 1956b, Theory of propagation of elastic waves in a fluid saturated porous solid. II. Higher frequency range: *J. Acoust. Soc. Am.*, 28, 179–191.
- Brown, R., and Korrington, J., 1975, On the dependence of the elastic properties of a porous rock on the compressibility of the pore fluid: *Geophysics*, 40, 608–616.
- Bruner, W.M., 1976, Comment on “Seismic velocities in dry and saturated cracked solids” by O’Connell and B. Budiansky: *J. Geophys. Res.*, 81, 2573–2576.
- Cheng, C.H., 1993, Crack models for a transversely isotropic medium: *J. Geophys. Res.*, 98, 675–684.
- Crampin, S., 1984, Effective anisotropic elastic-constants for wave propagation through cracked solids: *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, 76, 135–145.
- Crampin, S., 1985, Evaluation of anisotropy by shear-wave splitting: *Geophysics*, 50, 142–152.
- Crampin, S., 1987, Geological and industrial implications of extensive dilatancy anisotropy: *Nature*, 328, 491–496.
- Crampin, S., 1994a, The fracture criticality of crustal rocks: *Geophys. J. Int.*, 118, 428–438.
- Crampin, S., 1994b, Comment on “Crack models for a transversely isotropic medium” by C.H. Cheng and comment by C.M. Sayers: *J. Geophys. Res.*, 99, 11749–11751.
- Crampin, S., Evans, R., and Atkinson, B.K., 1984, Earthquake prediction: a new physical basis: *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, 76, 147–156.

- Douma, J., 1988, The effect of the aspect ratio on crack-induced anisotropy: *Geophys. Prosp.*, 36, 614–632.
- Eshelby, J.D., 1957, The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion and related problems: *Proc. R. Soc. London*, A241, 376–396.
- Gassmann, F., 1951, Über die elastizität poröser Medien: *Vier. der Natur Gesellschaft*, 96, 1–23.
- Gavrilenko, P., and Guéguen, Y., 1989, Pressure dependence of permeability: a model for cracked rocks: *Geophys. J. Int.*, 98, 159–172.
- Gibson, R.L., and Toksöz, M.N., 1990, Permeability estimation from velocity anisotropy in fractured rocks: *J. Geophys. Res.*, 95, 15643–15655.
- Guéguen, Y., and Palciauskas, V., 1994, *Introduction to the Physics of Rocks*: Princeton University Press, Princeton, N.J.
- Hadley, K., 1976, Comparison of calculated and observed crack densities and seismic velocities in Westerly granite: *J. Geophys. Res.*, 81, 3484–3494.
- Henye, F.S., and Pomphrey, N., 1982, Self-consistent elastic moduli of a cracked solid: *Geophys. Res. Lett.*, 9, 903–906.
- Hill, R., 1952, The elastic behavior of a crystalline aggregate: *Proc. Phys. Soc. London*, A65, 349–354.
- Hudson, J.A., 1980, Overall properties of a cracked solid: *Math. Proc. Cambr. Phil. Soc.*, 88, 371–384.
- Hudson, J.A., 1981, Wave speeds and attenuation of elastic waves in material containing cracks: *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, 64, 133–150.
- Hudson, J.A., 1986, A higher order approximation to the wave propagation constants for a cracked solid: *Geophys. J. R. London Soc.*, 87, 265–274.
- Kern, H., 1990, Laboratory seismic measurements: an aid in the interpretation of seismic field data: *Terra Nova*, 2, 617–628.
- Le Ravalec, M., and Guéguen, Y., 1995, High and low frequency elastic moduli for a saturated porous/cracked rock (Differential self consistent and poroelastic theories): *Geophysics*, to be published.
- McLaughlin, R., 1977, A study of the differential scheme for composite materials: *Int. J. Eng. Sci.*, 15, 237.
- Mavko, G., and Jizba, D., 1991, Estimating grain-scale fluid effects on velocity dispersion in rocks: *Geophysics*, 56, 1940–1949.
- Mavko, G., and Nur, A., 1979, Wave attenuation in partially saturated rocks: *Geophysics*, 44, 161–178.
- Mukerji, T., and Mavko, G., 1994, Pore fluid effects on seismic velocity in anisotropic rocks: *Geophysics*, 59, 233–244.
- Mura, T., 1987, *Micromechanics of Defects in Solids*, 2nd Revised Ed.: Ed. Kluwer Academic Publishers, 587.
- Nicolas, A., and Christensen, N.I., 1987, Formation of anisotropy in upper mantle peridotite: *Rev. Geophys.*, 25, 1168–1176.
- Nishisawa, O., 1982, Seismic velocity anisotropy in a medium containing oriented cracks-transversely isotropic case: *J. Phys. Earth*, 30, 331–347.
- Nur, A., and Simmons, G., 1969, The effect of saturation on velocity in low porosity rocks: *Earth and Planet. Sci. Lett.*, 7, 183–193.
- O'Connell, R., and Budiansky, B., 1974, Seismic velocities in dry and saturated cracked solids: *J. Geophys. Res.*, 79, 5412–5426.
- O'Connell, R., and Budiansky, B., 1977, Viscoelastic properties of fluid-saturated cracked solids: *J. Geophys. Res.*, 82, 5719–5736.
- Peach, C.J., 1991, Influence of deformation on the fluid transport properties of salt rocks: Ph. D. Thesis, Instituut voor Aardwetenschappen der Rijksuniversiteit, The Netherlands.
- Rathore, J.S., Fjaer, E., Holt, R.M., and Renlie, L., 1994, P- and S- wave anisotropy of a synthetic sandstone with controlled crack geometry: *Geophys. Prosp.*, in press.

- Reuss, A., 1929, Berechnung der Fließgrenze von Mischkristallen auf Grund der Plastizitätsbedingung für Einkristalle: *Z. Angew. Math. Mech.*, 9, 49–58.
- Rivier, N., Guyon, E., and Charlaix, E., 1985, A geometrical approach to percolation through random fractured rocks: *Geol. Mag.*, 122, 157–162.
- Sayers, C.M., 1988a, Inversion of ultrasonic wave velocity measurements to obtain the microcrack orientation distribution function in rocks: *Ultrasonics*, 26, 73–77.
- Sayers, C.M., 1988b, Stress-induced ultrasonic wave velocity anisotropy in fractured rock: *Ultrasonics*, 26, 311–317.
- Sayers, C.M., and Kachanov, M., 1991, A simple technique for finding effective elastic constants of cracked solids for arbitrary crack orientation statistics: *Int. J. Solids Structures*, 27, 671–680.
- Tarantola, A., 1987, *Inverse problem theory*: Elsevier Sci. Publ. Co.
- Thomsen, L., 1985, Biot-consistent elastic moduli of porous rocks: low frequency limit: *Geophysics*, 50, 2797–2807.
- Thomsen, L., 1986, Elastic anisotropy due to aligned cracks: Theoretical models: *Trans. Am. Geoph. Union*, 67, 1207.
- Thomsen, L., 1994, Elastic anisotropy due to aligned cracks in porous rocks, *Geophys. Prosp.*: in Press.
- Voigt, W., 1928, *Lerrbuch der Kristallphysik*: Teubner-Verlag, Leipzig.
- Wang, Z., Hirsche, W.K., and Sedgwick, G., 1991, Seismic velocities in carbonate rocks: *J. Canadian Petro. Tech.*, 30, 112–122.
- Wang, Z., and Nur, A., 1992, Elastic wave velocities in porous media: a theoretical recipe, in *Seismic and Acoustic Velocities in Reservoir Rocks*: Ed. Soc. Exploration Geophys., 2, 1–35.
- Winkler, K., 1985, Dispersion analysis of velocity and attenuation in Berea sandstone: *J. Geophys. Res.*, 90, 6793–6800.
- Winkler, K., 1986, Estimates of velocity dispersion between seismic and ultrasonic frequencies: *Geophysics*, 51, 183–189.
- Zamora, M., and Poirier, J.P., 1990, Experimental study of acoustic anisotropy and birefringence in dry and saturated Fontainebleau sandstone: *Geophysics*, 55, 1455–1465.
- Zhang, S., Cox, S.F., and Paterson, M.S., 1994, The influence of room temperature deformation on porosity and permeability in calcite aggregates: *J. Geophys. Res.*, 99, 15761–15775.
- Zimmerman, R.W., 1991, Elastic moduli of a solid containing spherical inclusions: *Mech. Mater.*, 12, 17–24.

Appendix

Determining eigenstrain ϵ_{ij}^* is necessary to compute the effective elastic moduli (equations (1) and (2)). This problem is solved by using the equivalent inclusion method.

First, we consider an infinitely extended solid matrix containing a single crack: their elastic moduli are respectively denoted C_{ijkl}^s and C_{ijkl}^f . σ_{ij}^o (ϵ_{ij}^o) is the applied stress (strain) and σ_{ij} (ϵ_{ij}) is the stress (strain) disturbance due to the presence of the crack. Hooke's law is written as:

$$\begin{aligned}\sigma_{ij}^o + \sigma_{ij} &= C_{ijkl}^f(\epsilon_{kl}^o + \epsilon_{kl}) && \text{in the crack} \\ \sigma_{ij}^o + \sigma_{ij} &= C_{ijkl}^s(\epsilon_{kl}^o + \epsilon_{kl}) && \text{in the matrix.}\end{aligned}\tag{A.1}$$

Secondly, the previous stress disturbance is simulated by an inclusion with elastic moduli C_{ijkl}^s and eigenstrain ϵ_{ij}^* embedded in a large surrounding solid matrix with the same elastic moduli. Then, Hooke's law leads to:

$$\begin{aligned}\sigma_{ij}^o + \sigma_{ij} &= C_{ijkl}^s(\epsilon_{kl}^o + \epsilon_{kl} - \epsilon_{kl}^*) && \text{in the inclusion} \\ \sigma_{ij}^o + \sigma_{ij} &= C_{ijkl}^s(\epsilon_{kl}^o + \epsilon_{kl}) && \text{in the matrix.}\end{aligned}\tag{A2}$$

Both approaches are equivalent if:

$$C_{ijkl}^f(\epsilon_{kl}^o + \epsilon_{kl}) = C_{ijkl}^s(\epsilon_{kl}^o + \epsilon_{kl} - \epsilon_{kl}^*). \quad (\text{A3})$$

In addition, following Eshelby (1957), in the case of a spheroidal crack, ϵ_{ij}^* is uniform if σ_{ij}^o is uniform and $\epsilon_{kl} = S_{klmn}\epsilon_{mn}^*$. We get:

$$C_{ijkl}^f(\epsilon_{kl}^o + S_{klmn}\epsilon_{mn}^*) = C_{ijkl}^s(\epsilon_{kl}^o + S_{klmn}\epsilon_{mn}^* - \epsilon_{kl}^*). \quad (\text{A4})$$

As S_{klmn} can be calculated (Nishisawa, 1982), ϵ_{ij}^* is expressed against ϵ_{ij}^o .



CHAPITRE IV

APPLICATIONS GEOPHYSIQUES

I. INTRODUCTION

En sismique pétrolière, les "bright-spots" ou points brillants peuvent révéler la présence de gaz. En effet, Il suffit d'une faible quantité de gaz à l'intérieur de l'espace poreux pour modifier les vitesses sismiques et donc produire une réflexion de forte amplitude. Cependant, le "bright-spot" n'implique pas nécessairement que du gaz occupe tout ou partie de l'espace poreux. Cette difficulté, à laquelle s'est heurtée l'industrie pétrolière, a motivé de nombreux travaux (DOMENICO, 1976; GREGORY, 1976), dont le propos était d'examiner l'effet d'une saturation partielle sur les vitesses. Nous nous proposons de participer à cet effort en cherchant à modéliser les vitesses en fonction de la saturation. On suppose l'espace poreux partagé entre deux fluides immiscibles, un liquide et un gaz. On considère plus spécialement les mécanismes physiques qui régissent les vitesses, à savoir l'écoulement à l'échelle microscopique ou des pores/fissures et l'écoulement à une échelle bien plus grande, *i.e.*, l'échelle des régions ou "poches" dont la saturation se distingue de celle du restant de la roche. A ces deux mécanismes sont associées deux fréquences caractéristiques, notées f_{c_L} et f_{c_G} . On rappelle que f_{c_L} et f_{c_G} dépendent de la relaxation du fluide respectivement à l'échelle des pores/fissures et à l'échelle des poches. On a montré dans le premier chapitre que f_{c_L} est supérieure à f_{c_G} .

Une première partie de cette étude consiste à se placer dans le domaine des fréquences supérieures à f_{c_L} où le fluide est non relaxé à l'échelle microscopique. Cette situation est caractéristique des mesures effectuées en laboratoire sur des échantillons. Dans une seconde partie, on étudie l'intervalle de fréquence situé entre f_{c_G} et f_{c_L} . Dans ces conditions, le fluide est relaxé à l'échelle microscopique, mais pas à l'échelle des poches. Si les poches sont de grande taille, la non relaxation du fluide à l'échelle des poches peut persister jusque des fréquences du domaine de la sismique ou même des tremblements de terre. En nous appuyant sur ces remarques, nous nous attachons à interpréter les anomalies de vitesse, détectées avant certains séismes, en termes d'hétérogénéité.

II. VITESSES DES ONDES ELASTIQUES EN LABORATOIRE DANS DES ROCHES PARTIELLEMENT SATUREES

1. Introduction

Les mesures ou les modélisations des vitesses des ondes se propageant dans les roches sèches ou saturées illustrent l'influence de la saturation. Au cours de cette section, nous nous proposons d'examiner les vitesses de propagation dans des roches partiellement saturées. Notre objectif est de modéliser l'évolution des vitesses, à des fréquences utilisées en laboratoire, en fonction de la saturation pour des échantillons de roche dont l'espace poreux est occupé par un système diphasique de fluides non miscibles, par exemple l'eau et l'air.

Les observations expérimentales suggèrent que la dépendance des vitesses vis à vis du fluide est complexe et souvent assez mal interprétée. MURPHY (1985), BACRI et SALIN (1986) et KNIGHT et NOLEN-HOEKSEMA (1990) ont réalisé des mesures de vitesses sur des échantillons pendant des processus de drainage et/ou imbibition. Leurs données montrent nettement un hystérésis sur les vitesses, contrôlé par la saturation. Cette complexité, fonction de la distribution spatiale du fluide, s'estompe largement pour des ondes basse fréquence (fréquence < 100Hz). Néanmoins, les observations expérimentales, réalisées en laboratoire, qui mettent en jeu de telles fréquences, sont peu nombreuses (MURPHY, 1982; LUCET, 1989; CADORET, 1993).

Dans les deux chapitres précédents, nous nous sommes focalisés sur le rôle des hétérogénéités microscopiques, à savoir les pores et fissures. A ce stade, notre étude ne considérait donc qu'une seule échelle d'hétérogénéité, qu'on appellera échelle des pores/fissures ou échelle microscopique. Dans le cas d'une saturation partielle, certaines techniques de saturation peuvent générer une nouvelle famille d'hétérogénéités (BOURBIE *et al.*, 1986; CADORET *et al.*, 1995). En effet, suivant les procédures utilisées, des zones présentent une saturation autre que celle du restant de l'échantillon: la saturation n'est pas uniforme. Ces régions de saturation différente sont assimilées à des poches, suivant la terminologie introduite par WHITE (1975). La présence de ces poches est caractéristique d'une échelle particulière, dénommée échelle des poches ou échelle globale, beaucoup plus grande que l'échelle des pores/fissures. L'interprétation des données de vitesse acquises en laboratoire impose de considérer au moins ces deux échelles spécifiques, liées à la taille des hétérogénéités dans le milieu.

L'étude des propriétés d'échelle se manifeste dans la littérature au travers de deux écoles de pensée (GUEGUEN *et al.*, 1995). La première suppose que l'on peut rendre compte de la complexité du milieu en considérant un système discret d'échelles emboîtées, c'est à dire en identifiant des échelles caractéristiques, de taille croissante. BAI *et al.* (1993) appliquent cette approche à la description de systèmes de fractures. Une seconde école avance qu'il existe des hétérogénéités à toutes les échelles et qu'il est donc impossible d'isoler des échelles caractéristiques. S'appuyant sur cette hypothèse, GAVRILENKO et GUEGUEN (1995) modélisent les propriétés de transport pour un réseau de fractures obéissant à une distribution continue de longueurs. Le modèle que nous avons construit s'insère dans la première mouvance: nous considérons deux échelles caractéristiques qui transparaissent au niveau expérimental. Il s'agit de l'échelle des pores/fissures et de l'échelle des poches.

Cette étude a fait l'objet d'un article présenté en ANNEXE 1 (LE RAVALEC *et al.*, 1995b).

2. Distribution du fluide

On examine plus précisément les processus d'imbibition et de drainage. L'hystérésis de vitesse mis en évidence expérimentalement (*cf.* données reportées par KNIGHT et NOLEN-HOEKSEMA, 1990; Figure 6, ANNEXE 1) en fonction de la saturation trouve sa source dans la distribution des phases fluides, *i.e.*, de l'eau et de l'air, dans l'espace poreux.

a. Imbibition/drainage

Le drainage (déplacement du fluide mouillant par un fluide non mouillant) d'un échantillon saturé en eau est communément réalisé en le laissant s'assécher. L'espace poreux contient alors un mélange d'air et d'eau. L'imagerie par scanner X permet de suivre la progression du drainage. CADORET (1993) a étudié l'évolution de la distribution spatiale du fluide en fonction du degré de saturation pour le calcaire d'Estailades (Figure IV.1). Les cartes de saturation qu'il obtient montrent clairement la formation d'amas ou de poches, de taille centimétrique et de saturation inférieure à celle du restant de la roche (totalement saturé). On notera cependant que d'autres techniques de saturation peuvent induire des distributions de fluide différentes: CADORET (1993) montre que la dépressurisation donne lieu à une distribution de fluide uniforme à une échelle inférieure au centimètre. Il apparaît en outre que lorsque la saturation en eau est faible, les différences disparaissent entre ces deux techniques de saturation: la distribution en eau est alors relativement uniforme. La dualité apparente entre les fortes saturations (entre 100% et 20%) et les faibles saturations (<20%) dans le cas du drainage par séchage résulte des mécanismes physiques impliqués. Pendant la première phase du séchage, la succion capillaire domine. Des zones privilégiées de la roche s'assèchent tandis que le reste demeure totalement saturé en eau. Une deuxième phase s'amorce lorsque la phase liquide tend vers un seuil de discontinuité: la succion capillaire laisse place alors à des phénomènes de diffusion plus lents.

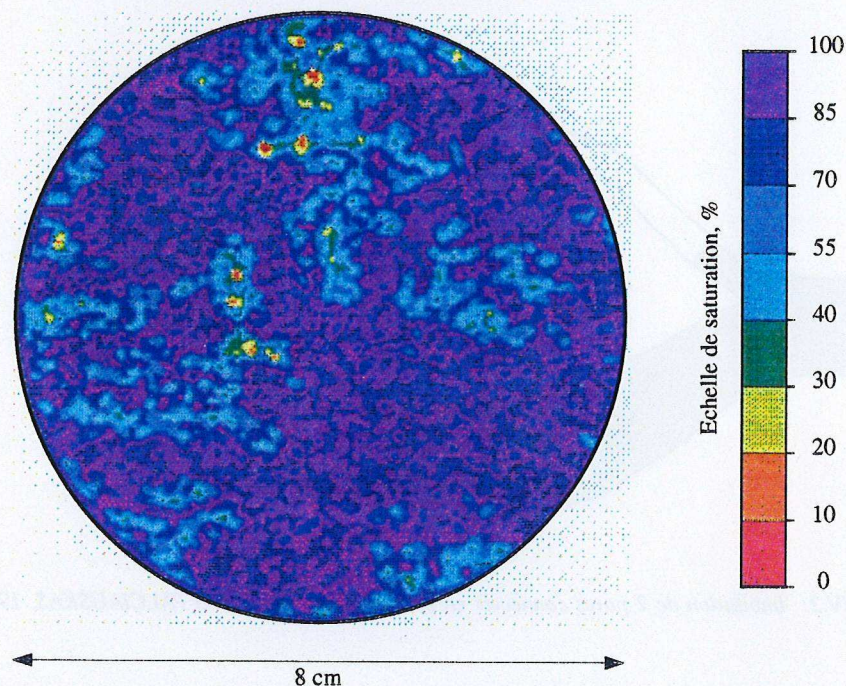


Figure IV.1: Carte de saturation pour le calcaire d'Estailades dans le cas d'un drainage réalisé par séchage. La saturation globale en eau vaut 92%. (CADORET, 1993)

Les expériences de drainage réalisées par LENORMAND *et al.* (1988) confirment l'existence de poches de saturation. Ces auteurs ont observé le processus d'invasion en air d'un réseau artificiel de conduits (350×350) saturés en huile, placés à l'intérieur d'une matrice en verre. Les observations qu'ils rapportent mettent en évidence un amas infini d'air qui traverse le milieu et qui isole des amas d'huile, déconnectés et de tailles diverses.

L'imbibition d'un échantillon, à l'inverse du drainage, implique le déplacement du fluide non mouillant au profit du fluide mouillant. Les observations effectuées sur des échantillons mettent en avant un comportement différent de celui décrit pour le drainage. WONG (1994) rapporte la distribution de fluide mise en évidence dans le cas d'un empilement de billes de verre. L'air initialement présent dans les cavités entre les billes est déplacé par l'eau. L'imbibition se caractérise par l'avancée d'un front d'eau (HAMMECKER, 1993): les deux fluides occupent deux régions plus ou moins distinctes séparées par un front rugueux.

b. Forces capillaires

Les modes d'invasion d'un réseau poreux par un fluide sont dominés par les forces capillaires qui dépendent de la mouillabilité respective des fluides. On distingue l'imbibition du drainage.

L'imbibition traduit la préférence d'un solide pour un fluide: le fluide mouillant (*i.e.*, l'eau dans le cas d'un système eau/air) déplace le fluide non mouillant (*i.e.*, l'air) sans l'action d'une force extérieure. L'interface eau/air se matérialise sous la forme d'un ménisque dont la courbure résulte des différences de pression de part et d'autre de l'interface. Cette différence de pression constitue la pression capillaire et est le moteur du déplacement spontané du fluide mouillant vers l'intérieur du pore. L'équation de Laplace fait le lien entre la pression capillaire et les propriétés géométriques des pores ou plus précisément leurs étranglements. GUEGUEN et PALCIAUSKAS (1992) considèrent un modèle de tubes capillaires à section uniforme. En combinant l'équation de Laplace et la loi de Poiseuille, ils montrent que la vitesse d'invasion du fluide mouillant est proportionnelle au rayon du tube. En d'autres termes, les pores dont les étranglements sont les plus larges se saturent plus rapidement que les plus fins.

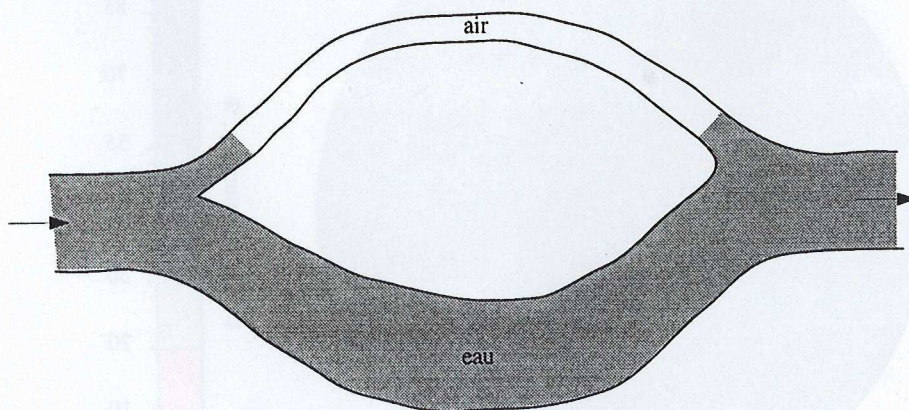


Figure IV.2: Imbibition de 2 pores connectés en parallèle (GUEGUEN et PALCIAUSKAS, 1992).

Le drainage se caractérise par le déplacement du fluide mouillant par le fluide non mouillant avec l'aide d'une pression externe. A nouveau, il apparaît que (GUEGUEN et PALCIAUSKAS, 1992; HAMMECKER, 1993) les pores les plus larges sont drainés avant les pores les plus fins (*i.e.*, pour des pressions appliquées inférieures). PEARSE *et al.* (1949) ont étendu l'étude du drainage à l'évaporation. Dans une certaine mesure, en effet, le séchage est assimilable à un drainage puisqu'il entraîne le remplacement de l'eau (fluide mouillant) par l'air (fluide non mouillant) dans l'espace poreux. Dans le cas du séchage, on néglige les phénomènes de diffusion, prédominants uniquement pour de très faibles saturations en eau. Un résultat de DULLIEN (1979) est que le taux de perte en eau est proportionnel à la surface de contact entre l'échantillon et le gaz. L'eau se déplace alors

dans le réseau poreux par capillarité vers la surface de l'échantillon. Les pores dont l'étranglement est le plus large se vident en premier. La diffusion n'intervient sensiblement que lorsque la phase liquide n'est plus continue.

Ces processus d'invasion doivent s'appréhender en outre en fonction de la complexité géométrique de l'espace poreux: les pores/fissures forment un réseau de liens multiconnectés, en parallèle et/ou série. Il peut arriver qu'un fluide se retrouve piégé à l'intérieur d'un autre, ce qui engendre la formation d'amas ou poches isolés. En effet, supposons que deux pores, de diamètres respectivement large et fin, soient associés en parallèle. Pendant le processus d'imbibition, le pore le plus large se sature plus vite que le plus fin, de sorte que de l'air reste bloqué à l'intérieur de ce dernier (GREGG et SING, 1982) (Figure IV.2).

c. Mécanismes de dispersion des vitesses impliqués

On reconnaît dans les processus d'imbibition/drainage d'un échantillon, décrits plus haut, deux échelles d'hétérogénéité. La première, déterminée par la taille des pores/fissures, témoigne des variations locales de la compressibilité de l'espace poreux. La seconde échelle se manifeste de par la présence de poches de saturation différente du restant de l'échantillon. Cette différence de saturation induit une différence de compressibilité du fluide dans chacun de ces deux domaines. Le passage d'une onde dans un milieu comportant ces deux types d'hétérogénéités génère des gradients de pression d'une part à l'échelle des poches, d'autre part, à l'échelle des pores/fissures. Le fluide tente alors de s'écouler depuis les régions les plus comprimées jusque celles qui le sont moins. A l'échelle des pores/fissures, ce mécanisme relève de l'écoulement local, tandis qu'à l'échelle des poches, il dépend de l'écoulement de poche (cf. Chapitre I). Ces deux mécanismes peuvent provoquer une dispersion des vitesses des ondes de propagation, tout en renforçant la rigidité apparente de la roche.

Les données de vitesse que nous souhaitons modéliser ont été acquises en laboratoire à des fréquences supérieures aux fréquences caractéristiques de l'écoulement local et de l'écoulement de poche. Dès lors, les pressions de fluide n'ont le temps de s'équilibrer ni à l'échelle des poches, ni à l'échelle des pores/fissures: les vitesses mesurées correspondent à un état non relaxé du fluide.

Les objectifs de modélisation que nous nous sommes fixés consistent à prendre en compte les deux échelles d'hétérogénéité ainsi que la non relaxation du fluide vis à vis des deux mécanismes de dispersion.

3. Principes de la modélisation

a. Non relaxation à l'échelle des poches et à l'échelle des pores/fissures

Dans le cas d'un échantillon de roche partiellement saturé, où le fluide est non relaxé à l'échelle des poches ainsi qu'à l'échelle des pores/fissures, le modèle différentiel auto-cohérent apparaît comme un très bon outil de modélisation. Nous avons en effet déjà montré que ce type d'approche permet de considérer des inclusions avec des pressions de fluide distinctes. Nous nous bornerons à considérer la condition de contrainte uniforme.

Le modèle que nous avons construit ici s'inscrit dans une démarche en deux étapes: on examine tout d'abord l'échelle des pores/fissures, puis dans un second temps celle des poches.

L'échantillon de roche dont l'espace poreux est occupé par un système diphasique de fluides immiscibles, est représenté par une matrice solide, homogène et isotrope dans laquelle sont distribués aléatoirement des pores et des fissures. Ces derniers peuvent contenir soit un fluide, soit l'autre (*i.e.*, dans le cas présent, soit de l'eau, soit de l'air). En outre, on suppose que la saturation est non uniforme de sorte que ce milieu contient des poches dont la saturation diffère de celle du restant de l'échantillon que l'on assimile à une "matrice globale" (cf. Figure 2, ANNEXE 1).

Les modules d'incompressibilité et de cisaillement de la matrice solide sont notés K_s et μ_s , les modules d'incompressibilité de l'eau et de l'air K_w et K_a . Les pores et fissures sont simulés respectivement par des sphères et des ellipsoïdes de révolution de facteur de forme α . Par souci de simplification, on supposera la porosité assurée par une famille de pores sphériques (témoignant de sa partie rigide) et d'une famille de fissures ellipsoïdales de même facteur de forme (caractéristique de sa partie compressible). On appelle S_1 et S_2 les saturations respectives de la "matrice globale" et des poches. Les poches sont de même composition que la "matrice globale" en ce sens qu'elles regroupent la même matrice solide et la même distribution de pores/fissures. Seule leur saturation en eau diffère. Soit S la saturation en eau de l'échantillon. La valeur de ce paramètre s'exprime en fonction de la concentration volumique C des poches:

$$S = S_1(1 - C) + S_2C. \quad (\text{IV.1})$$

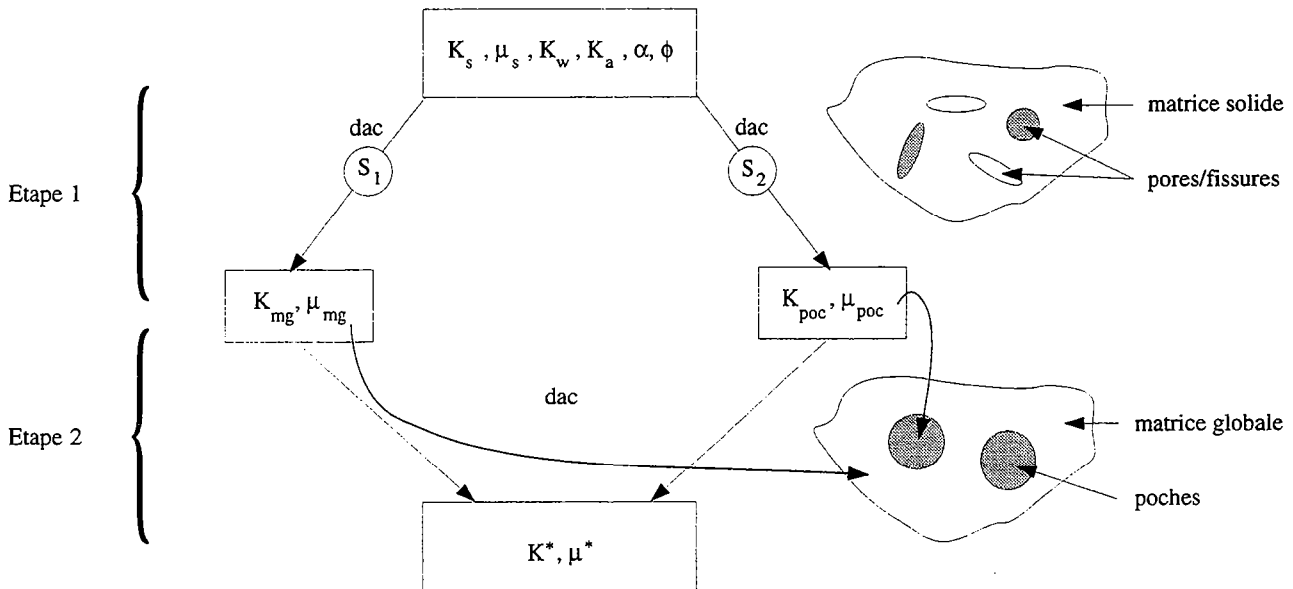


Figure IV.3: Schéma de modélisation.(dac: calcul différentiel auto-cohérent).

On décrit la procédure suivie de la manière suivante (Figure IV.3).

1- Dans une première étape, on considère une saturation uniforme. On ne considère que l'ensemble formé par la matrice solide et la distribution isotrope de pores/fissures. On applique alors le modèle différentiel auto-cohérent afin de calculer les modules effectifs pour la roche caractérisée par K_s, μ_s, ϕ et α et ce, soit pour une saturation S_1 , soit pour une saturation S_2 . Les inclusions introduites dans la matrice solide contiennent soit de l'air, soit de l'eau. Parallèlement au schéma itératif du modèle différentiel auto-cohérent, deux suites de nombres pseudo-aléatoires sont générées (méthode de Monte Carlo, NOUGIER, 1987). La première permet de décider de la géométrie de l'inclusion ajoutée (*i.e.*, sphère ou ellipsoïde de révolution de facteur de forme α), la seconde de la nature du fluide l'occupant (*i.e.*, eau ou air). Les modules effectifs (isotropes) déduits à partir de S_1 définissent les propriétés élastiques K_{mg} et μ_{mg} de la "matrice globale", ceux obtenus pour S_2 , caractérisent les propriétés élastiques K_{poc} et μ_{poc} des poches.

2- La seconde étape intègre l'échelle des poches. Le milieu pour lequel on veut déterminer les modules effectifs est représenté par une "matrice globale" contenant des poches sphériques. Les propriétés du premier composant sont K_{mg} et μ_{mg} , celles du deuxième sont K_{poc} et μ_{poc} . Ces modules ont été déterminés lors de la première étape. Notons cette fois que le module de cisaillement des inclusions est non nul. L'approche générale différentielle auto-cohérente que nous avons développée permet de prendre en compte cette situation. Une autre solution consiste à utiliser les expressions dérivées par WALPOLE (1972) pour des inclusions sphériques avec des modules élastiques différents de 0 et à les combiner avec la modélisation différentielle auto-cohérente. Finalement, en utilisant une approche différentielle auto-cohérente, on accède aux modules effectifs de l'échantillon partiellement saturé.

La première étape assure que le fluide est non relaxé dans les pores/fissures, la seconde qu'il est non relaxé à l'échelle des poches. Notons encore que l'application des principes d'homogénéisation implique que la taille des pores/fissures a est négligeable devant la taille des poches R , elle même beaucoup plus petite que la longueur d'onde λ .

b. Paramètres caractérisant la distribution du fluide

La prédiction du comportement des vitesses des ondes P et S se propageant dans un échantillon soumis à une imbibition ou un drainage impose de décrire plus précisément la répartition des fluides à l'intérieur de l'espace poreux. Le modèle brut présenté plus haut fournit le squelette du modèle différentiel auto-cohérent d'imbibition et de drainage. Il faut néanmoins y introduire quelques hypothèses supplémentaires concernant la distribution de l'eau et du gaz.

Notre but est la caractérisation d'une suite d'états de l'échantillon (en termes de distribution de fluide), plutôt que de l'évolution continue de la saturation.

Nous rappelons brièvement les grandes lignes de la démarche utilisée (détaillée dans l'ANNEXE 1). On considère initialement un échantillon saturé en eau ou sec suivant que l'on s'inscrive dans un processus de drainage ou d'imbibition. Cet état initial définit la "matrice globale" ($S_I=1$ pour un drainage ou $S_I=0$ pour une imbibition). L'approche employée consiste à introduire un nombre croissant de poches dans la "matrice globale": la concentration volumique des poches C évolue de 0 à 1. On détermine alors les modules effectifs de l'échantillon pour des valeurs successives de C . Pour ce faire, il reste à décrire:

- la quantification de la saturation en eau S_2 des poches,
- la distribution spatiale de l'eau dans l'espace poreux à l'intérieur de la poche.

On ignore les détails de la saturation d'un échantillon. Néanmoins, à partir de quelques hypothèses sans doute simplificatrices, on construit un modèle dont les résultats sont cohérents avec les données expérimentales de vitesse.

On suppose que plus la concentration volumique C des poches dans la "matrice globale" est élevée, plus les poches sont sèches (cas du drainage) ou plus elles sont saturées en eau (cas de l'imbibition). La saturation en eau S_2 de la poche s'exprime à partir des relations suivantes:

$$\begin{aligned} S_2 &= a_{\text{drain}}(1 - C) & (\text{drainage}) \\ S_2 &= a_{\text{imbib}}C & (\text{imbibition}) \end{aligned} \tag{IV.2}$$

où a est un coefficient appartenant à l'intervalle $[0;1]$. Ce nouveau paramètre a spécifie la facilité avec laquelle une poche est drainée ou saturée. Par conséquent, il dépend de la microstructure et des interactions fluide/solide. Notre propos n'est pas ici de modéliser la valeur de a , mais davantage de voir comment ce paramètre peut permettre d'appréhender l'évolution des vitesses en fonction

de la saturation. Le choix des équations (IV.2) ne peut se justifier par rapport à des observations concrètes, puisque l'on ignore comment s'effectue précisément la saturation. Elles semblent cependant physiquement raisonnables et sont très simples. Des relations plus complexes pourraient s'envisager, mais ne seraient pas davantage justifiées. On schématise sur la Figure (IV.4) l'évolution des saturations modélisées pour la "matrice globale", les poches et le milieu effectif en fonction de C dans le cas d'un drainage.

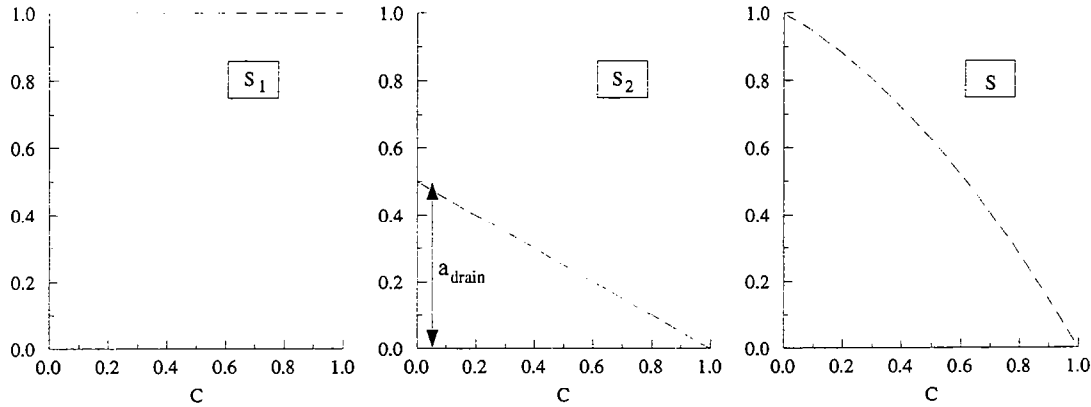


Figure IV.4: Représentation des saturations de la "matrice globale" (S_1), des poches (S_2), du milieu effectif (S) en fonction de la concentration volumique de poches, dans le cas d'un drainage. ($a_{\text{drain}}=0.5$)

La seconde question relative à la distribution de l'eau par rapport aux populations de pores (porosité ϕ_p) ou fissures (porosité ϕ_c) s'appréhende de la manière suivante. On considère un paramètre f qui quantifie la proportion d'eau, dans les poches, présente soit dans les fissures (cas du drainage), soit dans les pores ronds (cas de l'imbibition).

$$f_{\text{drain}} = \frac{\text{fraction volumique d'eau dans les fissures}}{\phi S_2} \quad (\text{IV.3})$$

$$f_{\text{imbib}} = \frac{\text{fraction volumique d'eau dans les pores ronds}}{\phi S_2}$$

où ϕ est la porosité totale ($\phi = \phi_p + \phi_c$). Cette description permet de tenir compte des phénomènes de capillarité. On rappelle que pendant le drainage, l'eau a tendance à occuper plutôt les fissures que les pores ronds, tandis que l'imbibition se caractérise par une configuration inverse. La distribution d'eau dans l'espace poreux est décrite à partir d'une suite de nombre pseudo-aléatoires (méthode de Monte-Carlo).

c. Résultats

Le modèle différentiel auto-cohérent d'imbibition et de drainage que nous avons élaboré a été confronté à des données de vitesse d'onde P acquises à des fréquences du domaine du laboratoire. Nous avons considéré d'une part les vitesses mesurées par MURPHY (1985) sur le granite Sierra White au cours d'un drainage (Figure 5, ANNEXE 1) et d'autre part par KNIGHT et NOLEN-HOEKSEMA (1990) sur un grès consolidé, le grès Spirit River, pendant un cycle d'imbibition/drainage (Figure 6, ANNEXE 1). Il apparaît que la modélisation prévoit un comportement des vitesses des ondes P en fonction de la saturation qui concorde avec les données rapportées par ces auteurs.

Les paramètres d'entrée, ainsi que les valeurs de a et f , que nous avons utilisés sont précisés dans les Tableaux 1 et 2 de l'ANNEXE 1. ϕ_p/ϕ représente la proportion de pores sphériques par rapport à la porosité totale, α est le facteur de forme des ellipsoïdes de révolution qui composent la seconde famille d'inclusions. Ces 2 paramètres sont appréhendés en ajustant les vitesses calculées par le modèle avec les vitesses expérimentales dans le cas de l'échantillon sec et/ou saturé. De même, a et f sont estimés de sorte que les prédictions du modèle s'accordent avec les vitesses mesurées en fonction de la saturation en eau. On constate que le rapport ϕ_p/ϕ est plus élevé pour le grès Spirit River que pour le granite Sierra White. Cette observation permet sans doute d'expliquer en partie pourquoi le coefficient a_{drain} (qui s'interprète en termes de capacité de drainage d'une poche) du granite étudié est supérieur à celui du grès Spirit River. Cette remarque contribue à souligner le rôle joué par la microstructure.

On observe que l'ajustement entre les vitesses expérimentales et prédites est de moins bonne qualité dans le cas de l'imbibition (Figure 6, ANNEXE 1). Les différences résultent sans doute de la description de la distribution du fluide pendant ce processus. Rappelons que les observations de WONG (1994) font état de l'avancée d'un front d'eau plutôt que de la présence de poches distribuées de manière homogène dans la roche. On peut rappeler en outre le mécanisme suggéré par KNIGHT et NUR (1987) et ENDRES et KNIGHT (1991). Selon ces auteurs, pour les faibles saturations, l'eau est essentiellement adsorbée sur les parois poreuses ce qui conduit à la formation de couches d'eau le long de la surface des pores. Entre ces couches d'eau subsiste la phase gazeuse interconnectée. Cette répartition des fluides implique que chaque inclusion poreuse est partiellement saturée. Lorsque le processus d'imbibition évolue vers des degrés de saturation supérieurs, l'eau tend à conserver cette configuration: elle se déplace et s'accumule le long des parois poreuses. Cet état métastable persiste jusqu'à ce que les couches d'eau en vis à vis entrent en contact. A cet instant a lieu un réarrangement des phases fluides: la phase gazeuse devient discontinue et la partie centrale des pores se remplit d'eau. ENDRES et KNIGHT (1991) ont développé un modèle de vitesse basé sur les travaux de KUSTER et TOKSOZ (1974). Ces auteurs ont tenu compte d'une saturation partielle pour chaque inclusion, mais ont supposé la saturation uniforme à l'échelle globale (*i.e.*, qu'il n'y a pas de poche): ils prédisent alors un comportement pour les vitesses, qui dans le cas de l'imbibition, est beaucoup plus proche des données expérimentales que celui que nous avons mis en évidence. Par contre, leurs résultats concordent moins bien avec les vitesses mesurées pendant le drainage.

4. Conclusion

Les équations de GASSMANN (1951) servent souvent de référence pour évaluer l'influence de la présence de gaz sur les vitesses sismiques (*i.e.*, à basse fréquence) dans des réservoirs saturés en liquide et gaz. De nombreuses études ont pu démontrer que le comportement des vitesses, en fonction de la saturation, déduit de ces équations affiche des variations considérables par rapport aux mesures effectuées en laboratoire (DOMENICO, 1976; GREGORY, 1976; MURPHY, 1984). Plus précisément, DOMENICO (1976), examinant un échantillon de billes de verre, montre que des techniques de saturations différentes conduisent à une évolution différente des vitesses. Cet auteur suggère que la distribution des phases fluides à l'intérieur de l'espace poreux affecte les vitesses des ondes élastiques.

Ces différences s'expliquent dans la mesure où les fréquences d'investigation appartiennent à des domaines distincts. Comme nous l'avons rappelé, les mesures en laboratoire sont réalisées en général à des fréquences supérieures aux fréquences caractéristiques de l'écoulement global ou de poche et de l'écoulement local. Il importe donc de tenir compte de la non relaxation du fluide tant à l'échelle des poches qu'à l'échelle des pores/fissures. Le modèle que nous avons construit se conforme à cette remarque puisqu'il repose sur un système emboîté d'échelles et que les propriétés élastiques effectives sont calculées par une double application de l'approche différentielle auto-cohérente.

Le détermination des vitesses des ondes de propagation au cours de processus d'imbibition/drainage impose en outre de décrire la distribution des fluides dans l'espace poreux.

Cette étape a été réalisée au travers d'hypothèses simplificatrices qui ont cependant l'avantage de conduire à des résultats en très bon accord avec les mesures effectuées en laboratoire, essentiellement dans le cas d'un drainage. Deux paramètres ont été introduits, a et f , qui dépendent de la microstructure et des interactions chimiques fluide/solide. Nous n'avons pas modélisé directement l'influence de ces interactions chimiques sur le comportement des vitesses en fonction de la saturation en eau. Cependant, le paramètre a , obtenu en ajustant les prédictions du modèle avec les données expérimentales, permet de le faire indirectement. Il semble que les vitesses soient contrôlées par la distribution du fluide à l'échelle des pores/fissures pendant l'imbibition (ENDRES et KNIGHT, 1991) et à l'échelle des poches pendant le drainage (ANNEXE 1).

Les expériences en laboratoire ont été développées afin de mieux contraindre les données de vitesse, mesurées à plus grande échelle, en sismique pétrolière par exemple. Les fréquences d'investigation mises en jeu pour des mesures sur le terrain et en laboratoire sont très différentes: elles sont basses pour l'étude sur le terrain et relativement élevées en laboratoire. Dès lors, comme nous l'avons vu, le rôle du fluide diffère. Pour des mesures sur le terrain, les pressions de fluide sont à l'équilibre localement: le fluide a le temps de s'écouler des parties de l'espace poreux les plus comprimées (fissures) vers celles qui le sont moins (pores équants). Il est intéressant en outre d'analyser le rôle des hétérogénéités de saturation, à savoir les poches. La taille de ces poches définit une échelle caractéristique. On a montré (cf. Chapitre I) que la fréquence caractéristique associée à l'écoulement de poche est contrôlée par R , le rayon des poches. Il est apparu que plus R est grand et plus la fréquence caractéristique de l'écoulement de poche f_{cG} est basse. Pour des poches d'un rayon de quelques mètres, on peut tout à fait envisager que f_{cG} relève du domaine des fréquences de la sismique ou même des tremblements de terre. L'interprétation des vitesses mesurées sur le terrain obligerait alors à considérer les phénomènes de dispersion liés au mécanisme de l'écoulement de poche: les gradients de pression de fluide générés par le passage d'une onde ne seraient pas équilibrés à l'échelle des poches.

III. ANOMALIES DE VITESSE PRECEDANT LES SEISMES

1. Introduction: 2 paramètres clés, la densité de fissures et la saturation

Un certain nombre d'observations témoignent de variations anormales des vitesses des ondes de propagation avant que des tremblements de terre ne se produisent (SEMENOV, 1969; WHITCOMB *et al.*, 1973; AGGARWAL *et al.*, 1973). Ces observations indiquent que le rapport des vitesses des ondes de type P et S , noté V_P/V_S , décroît (d'une quinzaine de pour cent au maximum), puis revient à son niveau initial peu avant que le séisme n'ait lieu (Figure IV.5). Les anomalies de vitesse ont été pressenties comme un outil potentiel pour prévoir les tremblements de terre et ont fait l'objet de nombreuses études. Cependant, les résultats obtenus sont demeurés assez peu concluants. En effet, même si des anomalies de vitesse ont été mises en évidence dans certaines situations, elles ne semblent pas constituer la signature systématique des séismes.

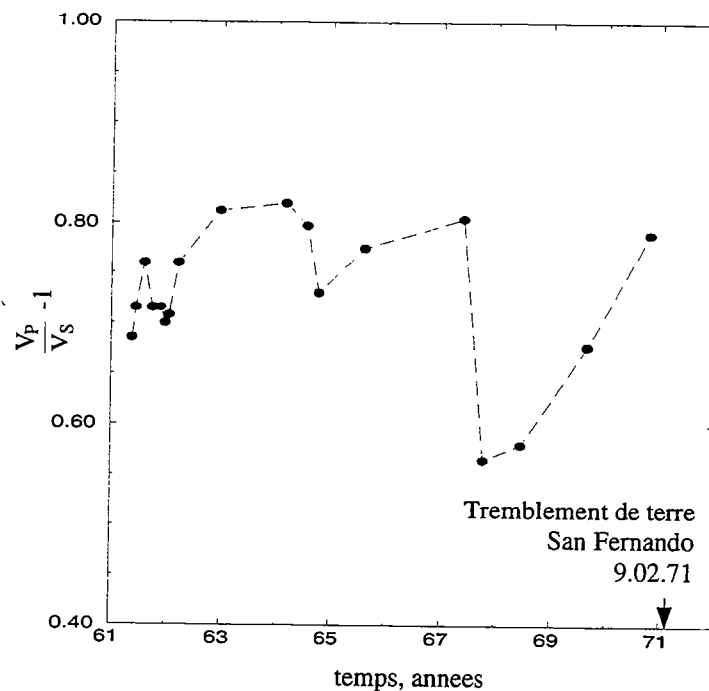


Figure IV.5: Variation de $(V_P/V_S - 1)$ mesurée entre 1961 et 1971, année pendant laquelle se produit le séisme de San Fernando. Chaque point correspond à un séisme de faible magnitude (entre 2 et 4). (d'après AGGARWAL *et al.*, 1973).

Au cours de cette section, nous envisageons d'examiner des paramètres susceptibles de contrôler l'amplitude des anomalies de vitesse. Les séismes avant lesquels des anomalies ont été détectées se sont produits dans la partie supérieure de la croûte qui se distingue par une concentration de la répartition des événements sismiques (MEISSNER et STREHLAU, 1982; MARONE et SCHOLZ, 1988). Cette sismicité est associée à un comportement fragile de la croûte dans les 15–20 premiers kilomètres (GAVRILENKO, 1992). La croûte supérieure étant généralement perçue comme un milieu fissuré et saturé, cette localisation privilégiée des séismes suggère qu'au moins 2 paramètres se doivent d'être considérés pour interpréter les anomalies de vitesse: la densité de fissures ϵ et la saturation S .

Nous nous proposons de modéliser l'évolution du rapport V_P/V_S en étudiant plus particulièrement l'influence de ϵ et S . Par souci de simplification, le milieu est supposé isotrope, bien que l'application de contraintes tectoniques entraîne vraisemblablement une orientation préférentielle des fissures. Les effets d'anisotropie sont importants et nous avons vu qu'ils modifiaient aussi la dispersion (cf.

ANNEXE 2 du chapitre III). Des modèles ont été élaborés précédemment pour interpréter les variations de V_P/V_S (O'CONNELL et BUDIANSKY, 1974; SCHOLZ, 1990). Cependant, ils se heurtent à une difficulté fondamentale qui est pourtant passée quasi-inaperçue: ils permettent de calculer les modules élastiques effectifs, et donc les vitesses, pour une situation où les pressions de fluide ne sont pas à l'équilibre à l'échelle des pores/fissures, ce qui ne peut être envisagé pour des observations réalisées à basse fréquence. Nous suggérons ici de combiner avantageusement la théorie de Biot-Gassmann-Domenico et la théorie différentielle auto-cohérente, afin de prendre en compte la relaxation du fluide à l'échelle microscopique. De plus, nous considérerons les effets induits à plus grande échelle par la présence de poches (*i.e.*, hétérogénéités de saturation).

2. Modèles de dilatance-diffusion

L'observation d'anomalies de vitesse avant certains séismes a stimulé la mise au point de nombreux modèles de dilatance, dépendant des propriétés effectives de la roche. On distingue deux familles de modèles de dilatance: la première considère un volume dilatant autour de la zone faillée (SCHOLZ *et al.*, 1973), la seconde suppose que la dilatance a lieu uniquement à l'intérieur de la zone faillée (RICE et RUDNICKI, 1979). Notre démarche s'inscrit dans le cadre plus général de la première école. Rappelons à cet égard que AGGARWAL *et al.* (1975) affirment que les zones de dilatance peuvent atteindre des proportions jusque 10 fois supérieures à la longueur de rupture.

La famille des modèles de dilatance sur un volume contenant la zone faillée se subdivise encore en deux sous-groupes. Le premier, avancé par la communauté américaine, se focalise sur le modèle de dilatance-diffusion (NUR, 1972; WHITCOMB *et al.*, 1973; SCHOLZ *et al.*, 1973), contrôlé par la pression de fluide. Le second, développé par la communauté russe, se fonde sur le modèle de dilatance à sec (MYACHKIN *et al.*, 1975) qui fait intervenir une localisation de la contrainte et ainsi une diminution de la densité de fissures. CRAMPIN (1978) suggère que les fortes variations du rapport des vitesses des ondes P et S , V_P/V_S , relèvent davantage d'un mécanisme de dilatance-diffusion tandis que les variations plus faibles pourraient être interprétées en termes de dilatance à sec. Notre but n'est pas d'ignorer une approche au profit de l'autre, les anomalies de vitesse dépendant vraisemblablement d'un couplage entre les processus impliqués par la dilatance-diffusion et la dilatance à sec. Nous nous attacherons au cours de cette section à l'étude de l'influence du fluide sur les anomalies de vitesse. De ce fait, nous examinerons plus précisément le modèle de dilatance-diffusion. Cet intérêt pour le rôle du fluide se conçoit aisément dans la mesure où il est généralement admis que les fluides exercent un contrôle sévère sur la dynamique locale dans la croûte supérieure (MAIN *et al.*, 1994). RICE (1992) a montré que les mouvements de la faille de San Andreas peuvent être attribués à des surpressions de fluide. Cette étude semble confirmée par CHESTER *et al.* (1993) qui ont examiné les zones de gouges dans la faille de San Andreas. La présence de fluide induit deux effets essentiels en ce qui concerne la résistance de la roche et la fracturation. Le premier est un effet purement mécanique lié à la pression de fluide (l'augmentation de la pression de fluide en Californie a été estimée à 0.1 bar par an par KELLER et LOACIGA, 1993). Le second est d'ordre physico-chimique et implique que la résistance de la roche varie en fonction du temps. On rappelle en outre que de nombreuses observations ont fait apparaître des variations drastiques de l'écoulement du fluide, associées aux anomalies de vitesse, dans les roches de la zone dilatante (SCHOLZ *et al.*, 1973; CHELIDZE, communication personnelle).

SCHOLZ *et al.* (1973) découpent l'évolution du rapport V_P/V_S en fonction du temps en 5 étapes (Figure 1, ANNEXE 2), en s'appuyant sur les phénomènes de dilatance et diffusion. Des études de fracturation menées en laboratoire ont montré que la roche subit une déformation inélastique, *i.e.*, nucléation et propagation de fissures, qui contribue à accroître le volume de l'espace poreux avant que la rupture ne se produise. Ce comportement constitue ce que l'on appelle la dilatance. NUR (1972) et AGGARWAL *et al.* (1973) proposent un modèle interprétant l'anomalie de vitesse mise en évidence avant quelques séismes à partir de la dilatance. Le modèle de SCHOLZ *et al.* (1973) intègre ces considérations. Les 5 étapes caractérisées par SCHOLZ *et al.* (1973) et SCHOLZ (1990) sont les suivantes:

Etape I: elle consiste en une accumulation de la déformation tectonique qui entraîne une augmentation progressive de la contrainte effective.

Etape II: la contrainte devient suffisamment importante pour que le processus de dilatance puisse l'emporter sur l'écoulement du fluide. Le volume poreux supplémentaire est occupé par de la vapeur. On a donc une certaine quantité de fissures sèches: la roche est partiellement saturée, les deux phases fluides (vapeur et liquide) coexistent. Cet état se traduit par une chute rapide de la vitesse des ondes P , tandis que les ondes S ne sont quasiment pas affectées, de sorte que le rapport V_P/V_S diminue. L'écoulement de l'eau vers les fissures sèches nouvellement formées implique une baisse de la pression de fluide, si bien que la contrainte effective augmente. En conséquence, la résistance de la roche est renforcée, ce qui conduit à une inhibition progressive de la dilatance.

Etape III: à un moment donné, l'écoulement de fluide prend le pas sur la dilatance. La saturation de la roche augmente, entraînant une hausse de V_P/V_S . Néanmoins, la pression de fluide continue de décroître. En fait, elle atteint un minimum lorsque V_P/V_S cesse d'augmenter. En effet, la pression de fluide diminue tant que l'écoulement se produit.

Etape IV: lorsque la roche est à nouveau totalement saturée en eau, la pression de fluide commence à augmenter jusqu'à l'instant où elle déclenche le séisme.

Etape V: des phénomènes de dilatance s'instaurent à nouveau.

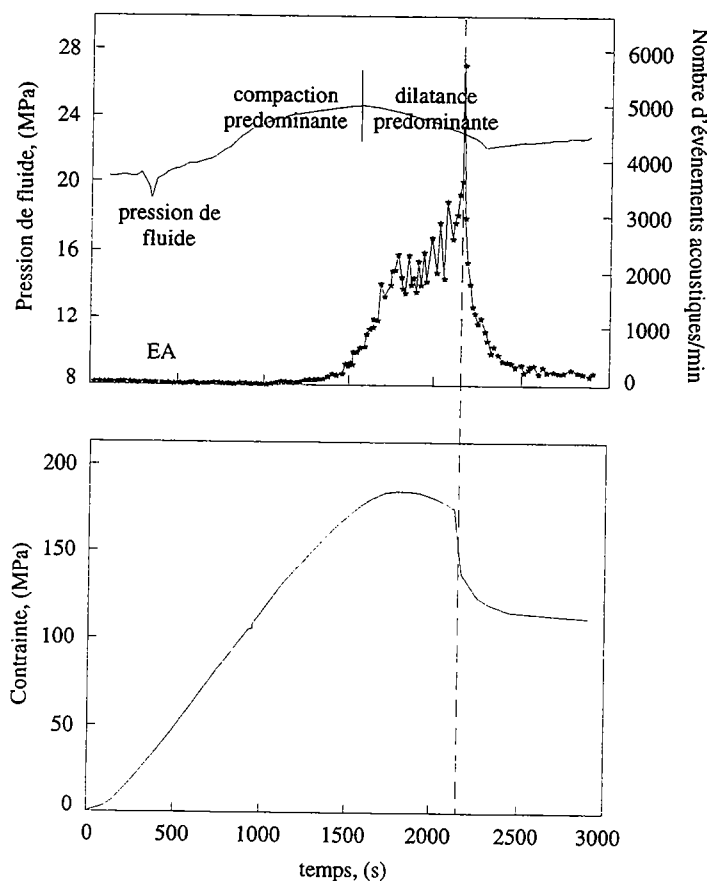


Figure IV.6: Fracturation d'un échantillon de grès Darley-dale en régime non drainé (d'après SAMMONDS et al., 1992) (EA: émissions acoustiques).

Des études expérimentales (émissions acoustiques et mesures simultanées des pression de fluide

et contrainte) ont été menées pour visualiser le comportement d'échantillons de roche soumis à une contrainte compressive (Figure IV.6). Elles s'accordent avec la description du modèle de dilatance-diffusion.

3. Modélisation des anomalies de vitesses

Les premières tentatives de modélisation de l'anomalie de vitesse en fonction du degré de saturation et de la densité de fissures sont dues à O'CONNELL et BUDIANSKY (1974). Ils ont représenté sur des graphes l'évolution théorique du rapport V_P/V_S en fonction de V_S pour différentes valeurs de la densité de fissures ϵ et de la saturation en eau S , dans le cas d'un milieu isotrope. Dans ce but, O'CONNELL et BUDIANSKY (1974) supposent que la porosité peut être approximée par une famille d'ellipsoïdes infiniment aplatis. Ce modèle a ensuite été repris par SCHOLZ (1990) qui a superposé une anomalie de vitesse sur ces courbes (Figure 2, ANNEXE 2). L'approche élaborée par ces auteurs pose néanmoins quelques problèmes fondamentaux. Dans l'article présenté en ANNEXE 2 (LE RAVALEC *et al.*, 1995c), nous soulignons ce en quoi le modèle de O'CONNELL et BUDIANSKY (1974) est inadapte pour décrire le comportement du rapport V_P/V_S , observé sur le terrain. Enfin, nous nous proposons de développer une approche plus cohérente (par rapport au but à atteindre) tout en nous appuyant sur les bases physiques présentées par SCHOLZ *et al.* (1973).

a. Un modèle haute fréquence: O'CONNELL et BUDIANSKY (1974)

Comme nous l'avons déjà noté, le modèle de O'CONNELL et BUDIANSKY (1974) a été construit dans le cadre de la théorie auto-cohérente. Ceci implique que les résultats prédits par ces auteurs ne concordent pas avec la théorie de Biot-Gassmann: les modules élastiques effectifs qu'ils calculent caractérisent une situation où les pressions de fluide ne sont pas à l'équilibre à l'intérieur de l'espace poreux. Il apparaît alors clairement que le modèle de O'CONNELL et BUDIANSKY (1974) ne peut permettre d'appréhender des vitesses mesurées sur le terrain à basse fréquence (< 100 Hz). L'utilisation de basses fréquences implique en effet que les gradients de pression de fluide générés par le passage d'une onde ont le temps de s'annuler.

Un second point mérite d'être considéré: le modèle auto-cohérent de O'CONNELL et BUDIANSKY (1974) a soulevé de multiples controverses comme nous l'avons rappelé auparavant (BRUNER, 1976; CLEARY, 1978; HENYEY et POMPHREY, 1982) en raison d'une surestimation de l'énergie d'interaction des fissures.

Par suite, nous redérivons les valeurs de V_P/V_S en fonction de V_S en appliquant l'approche différentielle auto-cohérente que nous avons développée précédemment (Figure 3, ANNEXE 2). On suppose que la porosité de la roche est formée d'un ensemble de fissures identiques, distribuées aléatoirement et représentées par des ellipsoïdes de révolution de facteur de forme α . L'amplitude de l'anomalie de vitesse prévue par ce modèle est plus faible que celle déduite du modèle de O'CONNELL et BUDIANSKY (1974) pour des conditions de fissuration et de saturation similaires. Force est de reconnaître cependant que les résultats déduits du modèle différentiel auto-cohérent sont valides pour des fréquences supérieures à la fréquence caractéristique de l'écoulement local. Les pressions de fluide dépendent des compressibilités des pores/fissures et ne sont pas à l'équilibre. Les courbes reportées sur la Figure 3 (ANNEXE 2) ne doivent donc pas être employées pour analyser des anomalies de vitesse mesurées à basse fréquence.

b. Modélisation basse fréquence et critique du modèle de O'CONNELL et BUDIANSKY (1977)

Pour pallier la difficulté apparue plus haut, on utilise la théorie de Biot-Gassmann-Domenico. Les équations de Gassmann [équations (I.6) et (I.7)] fournissent les modules élastiques effectifs pour la roche saturée à basse fréquence, à condition de connaître au préalable les modules élastiques effectifs

de la roche sèche. Deux remarques méritent d'être précisées:

- 1- Le modèle différentiel auto-cohérent présente l'avantage de permettre la détermination des propriétés élastiques effectives même pour une roche dont l'espace poreux est vide. On peut alors obtenir les modules effectifs secs ou drainés qui sont introduits à l'intérieur des équations (I.6) et (I.7).
- 2- Les équations de Gassmann ignorent la possibilité d'une saturation partielle. Or, la situation que nous cherchons à décrire correspond à une roche dont la saturation en eau vaut initialement 100 %, puis diminue tant que le processus de dilatance domine: les fissures créées par dilatance contiennent d'abord du gaz (vapeur d'eau). L'approche développée par DOMENICO (1976) permet de prendre en compte les phénomènes de saturation partielle. Cet auteur suggère de remplacer le module d'incompressibilité du fluide K_f qui intervient dans l'équation (I.6) par un module équivalent, témoin du système de fluide diphasique. Deux approches peuvent être envisagées classiquement: le module équivalent est évalué soit à partir de la moyenne de Voigt (hypothèse de déformation uniforme), soit à partir de la moyenne de Reuss (hypothèse de contrainte uniforme). La seconde proposition s'impose ici puisque l'objectif est de calculer les modules élastiques effectifs pour une roche partiellement saturée à basse fréquence: la pression de fluide est uniforme. Le module équivalent s'écrit donc:

$$\frac{1}{K_f} = \frac{1-S}{K_a} + \frac{S}{K_w}. \quad (\text{IV.4})$$

K_f est le module d'incompressibilité équivalent, S est la saturation en eau, K_w et K_a sont les modules d'incompressibilité respectifs de l'eau et de la vapeur d'eau. Cette équation affiche un comportement très contrasté car $K_a \ll K_w$. Lorsque $S=1$ (saturation en eau de 100 %), $K_f=K_w$. Au contraire, dès qu'une faible quantité de gaz est présente dans l'espace poreux, K_f tend vers K_a .

En suivant strictement ces 2 étapes, *i.e.*, en utilisant simultanément le modèle différentiel auto-cohérent et la théorie de Biot-Gassmann-Domenico, on estime l'évolution du rapport V_P/V_S en fonction de V_S à basse fréquence (Figure 5, ANNEXE 2). La superposition d'une anomalie de vitesse sur ces courbes fait apparaître un résultat intéressant. Pour une densité de fissures donnée, l'effet de la saturation est drastique. Une très faible diminution de S suffit à provoquer une forte réduction de V_P/V_S . Aussi, la présence d'une quantité même minime (≥ 1 %) de gaz implique-t-elle que la valeur de V_P/V_S est quasiment identique à celle calculée pour des fissures ne contenant que du gaz. Ce comportement est contrôlé par l'équation (IV.4). En conséquence, le mécanisme de dilatance serait susceptible d'entraîner une anomalie de vitesse importante, suivant les prévisions de notre modèle. Ce résultat n'est pas confirmé par les observations de terrain. En effet, s'il suffisait d'une faible quantité de gaz à l'intérieur des inclusions poreuses, les anomalies de vitesse devraient être facilement détectables. Or, les mesures mettant ces anomalies en évidence ne sont pas si fréquentes.

On rappellera que, dans un autre article, O'CONNELL et BUDIANSKY (1977) ignorent la théorie de Biot-Gassmann-Domenico, mais proposent un modèle auto-cohérent pour décrire les vitesses de propagation dans des roches fissurées et de saturation variable lorsque les pressions de fluide sont à l'équilibre. Ce modèle introduit des confusions de terminologie et de concepts. La situation, qualifiée de "saturée isobare" par ces auteurs, est équivalente à celle que nous venons d'examiner. O'CONNELL et BUDIANSKY (1977) construisent leur modèle "saturé isobare" en s'appuyant sur les résultats obtenus pour les cas "drainé" (inclusions poreuses vides) et "saturé isolé" (pressions de fluide non équilibrées). Pour chacune de ces 2 situations, ils ont explicité un système d'équations couplées (auto-cohérentes) définissant les modules effectifs d'incompressibilité K^* et de cisaillement μ^* (O'CONNELL et BUDIANSKY, 1974). Ils envisagent le cas "saturé isobare" comme un troisième cas, intermédiaire. Jugeant que μ^* est indépendant du fluide lorsque les pressions sont à l'équilibre, ces auteurs brisent le système couplé mis en évidence pour le cas "sec" et extraient l'expression de μ^* . Ils agissent de manière analogue pour calculer K^* à partir du cas "saturé isolé". Les 2 équations ainsi obtenues sont rassemblées pour former le système couplé définissant la situation "saturée isobare". Cette procédure, très artificielle, ne nous paraît pas justifiée physiquement, ni mathématiquement.

Les résultats illustrés par ces 2 auteurs diffèrent beaucoup des nôtres. En outre, leur modèle “saturé isobare” viole la théorie de Biot-Gassmann, établie pour une pression de fluide uniforme.

c. Hétérogénéités de saturation et problèmes d'échelles

Dans les sections précédentes, la distribution des fluides (eau et vapeur d'eau) était supposée uniforme. Or, il est plus vraisemblable d'envisager que la saturation est non uniforme dans les roches de la croûte. Cette hypothèse peut se justifier au regard de l'hétérogénéité spatiale du réseaux poreux. Une autre éventualité consiste à suggérer que la sous-saturation se produit dans des zones dilatantes et que ces zones sont localisées par rapport aux grandes longueurs d'ondes mises en jeu par des propagations à basse fréquence. Le milieu peut alors être assimilé à une “matrice globale”, saturée en eau et contenant des poches sous-saturées (Figure 6, ANNEXE 2). Les poches représentent les régions de la roche où les phases liquide et gazeuse coexistent.

La présence de poches, de saturation différente de celle du milieu ambiant, nous amène à considérer l'écoulement de poche. Nous avons déjà noté que plus le diamètre de la poche est important, plus la fréquence caractéristique f_{cG} associée à ce mécanisme est basse. Pour des rayons supérieurs au mètre, f_{cG} peut même devenir inférieur à des valeurs de l'ordre du hertz. Dès lors, étant données les fréquences des ondes faisant apparaître les anomalies de vitesse, on peut supposer que les vitesses mesurées correspondent à un état non relaxé du fluide à l'échelle des poches. En d'autres termes, le passage d'une onde dans ce type de milieu induit des gradients de pression du fait de la variation de saturation et donc de la variation de compressibilité des fluides. Si les poches sont suffisamment étendues, le fluide n'a pas le temps de s'écouler: les pressions ne sont pas équilibrées. Notre objectif est de décrire le comportement des vitesses en fonction de la saturation en eau S , de la densité de fissures ϵ et de la concentration volumique C des poches en tenant compte de la non relaxation du fluide à l'échelle des poches.

Cette étude présente certaines analogies avec le modèle que nous avons développé plus haut pour décrire les vitesses des ondes, mesurées en laboratoire sur des échantillons partiellement saturés. Dans cette première analyse, les fréquences d'investigation étaient supérieures aux fréquences caractéristiques de l'écoulement local f_{cL} et de l'écoulement de poche f_{cG} : le fluide n'était relaxé ni à l'échelle des poches, ni à l'échelle des pores/fissures. Dans la situation que nous cherchons à présent à examiner, le domaine de fréquence est limité de part et d'autre par f_{cG} et f_{cL} (Figure 4, ANNEXE 2): le fluide est relaxé à l'échelle des pores/fissures, mais pas à l'échelle des poches.

d. Principes de la modélisation

La démarche générale qui a été suivie est assez proche de celle que nous avons présentée dans la section précédente pour modéliser les vitesses de propagation, en laboratoire, dans un échantillon pendant un cycle d'imbibition/drainage. Le calcul de V_P/V_S , ou de manière équivalente des modules élastiques effectifs, s'effectue en 2 étapes. La première est dévolue uniquement à l'examen de l'échelle des pores/fissures, la seconde fait intervenir l'échelle beaucoup plus grande des poches.

On considère un milieu formé d'une “matrice globale” saturée en eau et de poches sous-saturées, de grande dimension (rayon > 1 mètre). Ces poches sont supposées isotropes d'où le choix d'une géométrie sphérique. A l'échelle microscopique, les poches et la “matrice globale” se caractérisent par une porosité ϕ de fissures simulées par des ellipsoïdes de révolution tous identiques et de facteur de forme α . Dans la “matrice globale”, ces fissures sont remplies d'eau, alors que dans les poches, elles contiennent soit de l'eau, soit du gaz (Figure 7, ANNEXE 2).

On note K_s et μ_s les modules d'incompressibilité et de cisaillement de la matrice solide, K_w et K_a les modules d'incompressibilité de l'eau et du gaz. S_1 et S_2 sont les saturations en eau respectivement de la “matrice globale” ($S_1=1$) et des poches. S est la saturation globale de la matrice et s'exprime

en fonction de C , la concentration volumique des poches:

$$S = (1 - C) + CS_2. \quad (\text{IV.5})$$

On résume la procédure développée de la manière suivante (Figure IV.7).

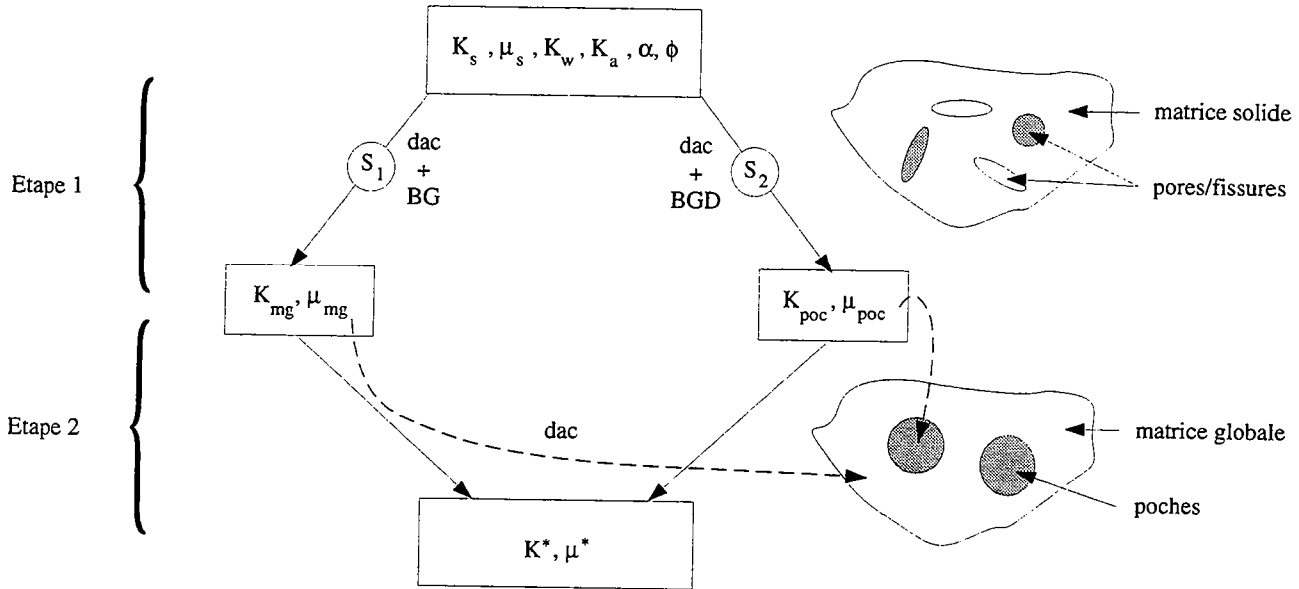


Figure IV.7: Schéma de modélisation. (dac: calcul différentiel auto-cohérent, BG: théorie de Biot-Gassmann, BGD: théorie de Biot-Gassmann-Domenico).

1- La première étape consiste à déterminer les propriétés élastiques d'une part pour la "matrice globale" et d'autre part pour les poches. L'une des différences essentielles par rapport au modèle des vitesses en laboratoire est que le fluide est à présent supposé relaxé à l'échelle des pores/fissures. Les résultats bruts du modèle différentiel auto-cohérent ne peuvent donc être appliqués directement. Il faut suivre ici une approche de type basse fréquence. En d'autres termes, le modèle différentiel auto-cohérent est employé pour évaluer les modules drainés (i.e., pour des inclusions vides): ces derniers sont alors intégrés aux équations de Gassmann [équations (I.6) et (I.7)] pour obtenir les modules saturés basse fréquence de la "matrice globale", K_{mg} et μ_{mg} . Pour définir ceux des poches, partiellement saturées (i.e., K_{poc} et μ_{poc}), il faut en outre tenir compte de l'approche de DOMENICO (1976) [équation (IV.4)]. On observera que pour le calcul des modules drainés, le milieu étant isotrope, on suppose la contrainte uniforme. L'hypothèse de déformation uniforme n'apporte aucune modification notable des résultats que nous allons avancer par la suite.

2- L'objet de la deuxième étape est de calculer les modules effectifs K^* et μ^* du milieu en examinant l'échelle des poches. Cette fois, les poches étant supposées de grande taille, on considère que le fluide est non relaxé à cette échelle: les pressions de fluide ne sont pas à l'équilibre entre les poches et la "matrice globale". Le modèle différentiel auto-cohérent est approprié pour décrire cette situation. Le milieu apparaît constitué de 2 composants, la "matrice globale" et les poches, dont les modules élastiques ont été déterminés lors de l'étape précédente. On utilise soit la méthodologie générale exposée dans le Chapitre II, soit les expressions de WALPOLE (1972) pour des inclusions sphériques de modules élastiques non nuls, combinées à un schéma itératif. On accède alors aux valeurs de K^* et μ^* pour différentes valeurs de C .

Cette approche permet d'appréhender les modules élastiques effectifs pour une fréquence située entre f_{cG} et f_{cL} .

Remarques: Les expressions des modules élastiques effectifs K et μ (WALPOLE, 1972) pour des inclusions sphériques de coefficient de cisaillement non nul (propriétés élastiques K_2 et μ_2) placées à l'intérieur d'une matrice solide de modules K_1 et μ_1 :

$$K = K_1 + (K_2 - K_1)dV \frac{3K_1 + 4\mu_1}{3K_2 + 4\mu_1} \quad (IV.6)$$

$$\mu = \mu_1 + (\mu_2 - \mu_1)dV \frac{5(3K_1 + 4\mu_1)}{9K_1 + 8\mu_1 + 6(K_1 + 2\mu_1)\frac{\mu_2}{\mu_1}}.$$

dV est la fraction volumique de l'incrément de porosité introduit dans la matrice solide.

e. Résultats

Les simulations réalisées à partir de ce modèle sont illustrées sur la Figure 8 (ANNEXE 2). Elles sont générées à partir des mêmes paramètres d'entrée que ceux utilisés pour la Figure 6 (ANNEXE 2), à l'exception près que maintenant la saturation du milieu n'est pas uniforme, ce qui se traduit par la présence d'une concentration volumique C de poches partiellement saturées. L'influence de C s'avère primordiale. Comme sur la Figure 6 (ANNEXE 2), une diminution, même faible, de la saturation (donc de S_2) implique une chute importante du rapport V_P/V_S . Avant que la dilatance ne domine, la saturation en eau du milieu vaut 1 ($S_2=1$ ou $C=0$). Puis, la nucléation et la propagation de fissures contribuent à la création d'un espace poreux ne contenant que du gaz: des poches de concentration volumique C et de saturation S_2 se forment. Il suffit d'une faible quantité de gaz à l'intérieur des poches pour que la diminution de V_P/V_S permettent d'atteindre les valeurs caractéristiques d'un milieu contenant des poches sèches. La remarque essentielle est que la décroissance de V_P/V_S est limitée par C . Si C est petit, les anomalies de vitesse prédites sont faibles, ce qui peut expliquer pourquoi elles ne sont pas systématiquement observées.

4. Conclusion

Au cours de cette étude, nous avons revu les processus physiques liés à la fissuration et la saturation, capables de gouverner les anomalies de vitesse observées avant certains séismes superficiels. Il est apparu que cette question avait été traitée de manière incorrecte dans des travaux précédents (O'CONNELL et BUDIANSKY, 1974, 1977; SCHOLZ, 1990). En effet, jusqu'à présent, les tentatives de modélisation des anomalies faisaient appel à des approches théoriques qui impliquent que le fluide n'est pas à l'équilibre à l'échelle des pores/fissures. Cette condition ne permet pas de décrire des vitesses mesurées sur le terrain, à basse fréquence.

Par conséquent, nous avons suivi une approche différente en combinant la théorie de Biot-Gassmann-Domenico avec la théorie différentielle auto-cohérente. Dès lors, il est possible de prendre en compte la relaxation du fluide à l'échelle des pores/fissures. Les résultats obtenus dans le cas d'une saturation uniforme montrent que dans ces conditions, l'anomalie de vitesse prédite est très élevée ce qui ne permet pas d'expliquer pourquoi des anomalies de vitesse ne sont pas systématiquement détectées avant un séisme.

Par contre, si la saturation n'est pas uniforme, (*i.e.*, le milieu peut être représenté par une "matrice globale", saturée en eau, et des poches, partiellement saturées et de concentration volumique C), les prédictions du modèle peuvent être très différentes. Lorsque les poches sont de grande taille (rayon > 1 mètre), il est raisonnable d'envisager que le fluide n'est pas relaxé à l'échelle des poches

pour des fréquences aussi basses que celles impliquées par une étude sur le terrain. Dans ce cas, si C est petit, l'anomalie prévue est faible ce qui peut justifier l'absence d'anomalie avant de nombreux événements sismiques.

Le caractère spéculatif de cette étude est évident: nous ignorons comment le fluide est distribué en profondeur. Cependant, il est probable que la saturation soit non uniforme plutôt qu'uniforme. En outre, même si nous ne disposons pas d'observation, l'étude, différente, mais analogue, réalisée dans la section précédente à propos des vitesses de propagation, mesurées en laboratoire, dans un échantillon partiellement saturé a fait apparaître une cohérence satisfaisante entre les données expérimentales et la modélisation.

Une limite de notre modèle se doit toutefois d'être précisée. Le milieu a été supposé isotrope. Or, des contraintes tectoniques vont vraisemblablement induire une orientation préférentielle des fissures. L'hypothèse d'un milieu anisotrope mériterait d'être plus particulièrement examinée. En effet, CRAMPIN (1978) montre que les anomalies de vitesse ne peuvent être observées que pour certaines configurations de fissures, associées à des mécanismes de faille particuliers. Les résultats de l'ANNEXE 2 du chapitre III montrent que l'anisotropie modifie fortement la dispersion.



ANNEXE 1:

**Elastic wave velocities in partially saturated rocks:
Saturation hysteresis**

Mickaële Le Ravalec⁽¹⁾, Yves Guéguen ⁽¹⁾ and Tamaz Chelidze ⁽¹⁾ and ⁽²⁾

⁽¹⁾ Géosciences Rennes, UPR 4661 CNRS, Université Rennes 1, Campus Beaulieu, Rennes, France.

⁽²⁾ Institute of Geophysics, 1, Rukhadze str., 380093, Tbilisi, Georgia.

Journal of Geophysical Research, à paraître.

Abstract

An effective medium approach (differential self-consistent scheme) has been used to calculate elastic wave velocities in rocks containing spherical pores and ellipsoidal cracks with two fluid phases. The results are applied to the case of imbibition/drainage processes performed in the laboratory (at high frequencies). For that purpose, two scales of heterogeneities are accounted for. The first one corresponds to the size of pores or cracks. It is the scale of a dispersion mechanism termed "local flow", because it depends on local variations in pore/crack compressibility. The second scale, much larger, is controlled by the size of the heterogeneities of the fluid phase distribution. These heterogeneities are assimilated to pockets whose saturation is different from that one of the surrounding medium. The pocket scale involves a second dispersion mechanism, often called "global flow" or "pocket flow", which depends on fluid pressure equilibration among the regions which have distinct saturation levels. Our calculations include both mechanisms, each of them having its own characteristic scale. Imbibition is described through simple relations involving two parameters. The same is true for drainage. The predicted behavior for P -wave velocities against saturation appears to be in a good agreement with experimental data reported in the literature, for both drainage and imbibition.

Introduction

This paper is concerned with the modeling of ultrasonic wave velocities in partially saturated rocks. Some laboratory experiments [*Knight and Nolen-Hoeksema*, 1990] have pointed out a clear induced saturation hysteresis by performing velocity measurements during imbibition/drainage processes on rock samples. This hysteresis depends on the fluid phase distribution within the pore space. The fluid phases can be segregated into distinct domains within the samples. This leads one to recognize a "pocket scale" associated with the scale of such domains and the corresponding "patchy" microstructure. The wetting fluid tends to fill the large pores first, because of capillary effects [*Dullien*, 1979; *Guéguen and Palciauskas*, 1994]. In a water/gas system, imbibition (displacement of air by water) leads to the presence of water-filled round pores. On the other hand, drainage (displacement of water by air) implies the presence of water-filled cracks. Saturation inhomogeneity can be enhanced by "ink bottle" effects [*Gregg and Sing*, 1982] in which porous inclusions are both in parallel and in series, and some fluid can be trapped due to narrow connections. A theoretical analysis of immiscible displacements in porous media was given by *Lenormand* [1987] considering the balance of viscous and capillary forces. In addition, *Bourbié et al.* [1986] and *Cadoret et al.* [1995] showed that the spatial fluid distribution is controlled by the saturation technical process. Using epoxy as the liquid phase, they obtained micrographs of fluid distribution in thin sections of rocks. It turns out that some techniques can induce regions containing essentially gas (pockets). In the specific case of air-water systems, drainage is often performed by drying a water saturated rock sample. This process favors the formation of saturation heterogeneities. It generates a drying front which propagates from the surface towards the inner core. As a result, drying can produce pockets in which the liquid saturation is different from that of the surrounding medium. Similar heterogeneities of saturation could result from other processes (such as extraction of oil from a given reservoir). At a large scale, a rock is likely to be inhomogeneous, and the same is true for fluid distribution.

Saturation inhomogeneity induces velocity dispersion from a mechanism termed "global flow" or "pocket flow", in which velocities are higher at high frequencies than at low frequencies. Another mechanism, "local flow", reinforces this behavior [*Biot*, 1962; *O'Connell and Budiansky*, 1977; *Mavko and Nur*, 1979; *Murphy*, 1982; *Winkler*, 1985]. The first mechanism refers to fluid flow at the pocket scale, whereas the second one refers to fluid flow at the pore scale. Let us consider a water-gas saturated rock, at the pocket scale: when the rock is submitted to a passing wave, the fluid pressures increase more in a water-filled domain than in a gas-filled domain, because fluid compressibilities are quite different. This will produce a "global flow" from one domain to another [*White*, 1975]. At the pore scale, a similar effect occurs, because thin cracks are more compliant than round pores.

Fluid flow can occur, however, only if the frequency is low enough. For that reason, the rock will be stiffer at high frequencies.

Modeling of velocities in rocks with inhomogeneous partial saturation (i.e., concept of pockets or “patchy” saturation) was first attempted by *White* [1975] who considered concentric pockets with idealized spherical geometries. The inner one was saturated by gas and the outer one by liquid. Such a model can only account for the global flow. The model was extended by *Gist* [1994] to allow for the local flow as well. For that purpose, *Gist* [1994] assumed the S - wave velocity to be known. He considered also that relative differences between the frame moduli and the dry moduli are the same for both bulk and shear moduli. *Mavko and Nolen-Hoeksema* [1994] built another model from the work of *Mavko and Jizba* [1994] considering both global and local flow mechanisms, without any assumptions for the shapes of pockets and porous inclusions, but using high pressure compressibility and crack porosity as input data. Another model was developed by *Akbar et al.* [1994] who expressed effective elastic moduli from macroscopic parameters such as permeability.

Our purpose is here to propose a different and complementary model derived from effective medium theory. We use the differential self-consistent scheme to construct a general model which takes global flow as well as local flow mechanisms into account. We assume (1) a simplified pore/crack geometry and (2) a simplified pocket formation process. Porous inclusions are represented by spheres for round pores and oblate spheroids for cracks. This is the first assumption. We limit ourselves to isotropic pockets, i.e., spherical pockets, but in general anisotropic pockets could be also considered. Pocket formation is described through a simple relation involving two additional parameters. This is the second assumption. In the last section, we compare our predicted results to experimental data.

Theoretical background for effective medium calculations

Let us investigate elastic wave velocities or equivalently effective elastic moduli in partially saturated rocks. Rocks are assumed to consist of a solid matrix with K_s and μ_s respectively as solid bulk and shear moduli, and of a pore space filled in with both gas (bulk modulus K_g) and liquid (bulk modulus K_w).

Local flow depends on variations in pore compliance. It corresponds to a “microscopic scale”. Pocket flow gives evidence of an inhomogeneous saturation and characterizes a “pocket scale”. Pockets are equivalent to “clusters” in the framework of percolation theory. The pocket length scale can thus be identified with the cluster radius of gyration for definite saturations. Each of these physical processes induces a maximal attenuation at a characteristic frequency. It can be shown that (we consider liquid saturated pockets embedded in a gas saturated matrix) the characteristic frequency f_{cG} for the global flow mechanism is roughly (cf. appendix):

$$f_{cG} \approx \frac{3K_p k S^{1/3}}{R^2 \phi \eta} \quad (1)$$

where K_p is the bulk modulus of pore space, k is the permeability, S the liquid saturation, ϕ the porosity, η the liquid viscosity and R the pocket radius. Similar expressions were pointed out by *White* [1975] and *Dutta and Seriff* [1979]. An essential point is that f_{cG} can be very low if pockets are sufficiently large and permeability is sufficiently low, so that global flow effects can be expected even at seismic frequencies. In addition, by considering flow out of a single crack with α as an aspect ratio, we show that the characteristic frequency for the local flow, noted f_{cL} , is approximated by (cf. appendix):

$$f_{cL} \approx \frac{\alpha^3 E_s}{24\eta} \quad (2)$$

where E_s is Young's modulus of the solid matrix, and η the liquid viscosity. Similar expressions were obtained by *O'Connell and Budiansky* [1977] and *Cleary* [1978]. f_{cL} , generally quite high, can be lower or higher than 1 MHz, depending on the crack aspect ratio. Assuming that cracks (modeled by parallel planes) are very well connected, we can show that $k = \alpha^2 a^2 \phi$ where a is the crack size. This result leads to:

$$\frac{f_{cL}}{f_{cG}} \approx \left(\frac{R}{a}\right)^2 \frac{\alpha}{S^{1/3}}. \quad (3)$$

Thus, if R is sufficiently higher than a , $f_{cL} \geq f_{cG}$. Therefore, when $f \leq f_{cG}$, i.e., at low frequencies, fluid pressures within pores/cracks are equilibrated and the Biot-Gassmann-Domenico theory applies. On the other hand, when $f \geq f_{cL}$, i.e., at frequencies high enough to be related to unrelaxed moduli and low enough in order not to consider reflections from heterogeneities, both local and global flow mechanisms have to be accounted for and the rock is stiffer. Note that depending on the pocket size, the case where $f_{cG} < f < f_{cL}$ could be also considered.

We assume that the rock can be approximated by a solid matrix containing an isotropic distribution of round pores and spheroidal cracks. For convenience, we consider only two sets of inclusions: spherical inclusions and oblate spheroids, all with the same aspect ratio α .

(1) *At low frequencies*, pore fluid has enough time to flow so that fluid pressures can equilibrate. We derive the effective elastic saturated bulk and shear moduli, noted K and μ , from the Biot-Gassmann-Domenico theory. According to *Gassmann* [1951] and *Biot* [1956], K and μ can be obtained from:

$$K = K_d + \frac{\beta^2 K_f}{\phi + (\beta - \phi) \frac{K_f}{K_s}} \quad (4)$$

$$\mu = \mu_d$$

where K_d and μ_d are the drained effective bulk and shear moduli, K_f is the fluid bulk modulus, ϕ the porosity and β a dimensionless coefficient of effective pressure equal to $1 - K_d/K_s$. K_d and μ_d are computed from the differential self-consistent model [*Le Ravalec and Guéguen*, 1995] for the same rock, but with empty porous inclusions. This last approach, unlike the Gassmann's equations, requires idealized geometries (spheres for round pores and oblate spheroids for cracks), but effective moduli can be calculated even for a high concentration of porous inclusions and/or for a mixture of round pores and cracks, which is what we want. When rocks are partially saturated, an equivalent modulus is used for K_f [*Domenico*, 1976]. At low frequencies, for a gas-liquid mixture, the fluid pressure is uniform, and the *Reuss* [1929] average applies:

$$\frac{1}{K_f} = \frac{S}{K_w} + \frac{1-S}{K_g} \quad (5)$$

where K_w and K_g are the bulk modulus for the liquid and gas. In addition, the pore fluid increases the effective density ρ of the rock:

$$\rho = (1 - \phi)\rho_s + \phi\rho_w S + \phi\rho_g(1 - S) \quad (6)$$

where ρ_s , ρ_w and ρ_g are the densities of the solid matrix, the liquid and the gas phases. Given that the compressional and shear wave velocities, V_P and V_S , are

$$V_P = \sqrt{\frac{K + \frac{4}{3}\mu}{\rho}} \quad V_S = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}. \quad (7)$$

It can be shown that at low frequencies V_P first decreases gradually with increasing saturation (Figure 1), because of the effective density increase. However, when the full saturation is nearly reached, V_P increases drastically, because the pore fluid compressibility effect outweighs the density effect. For V_S , only the density effect has to be accounted for.

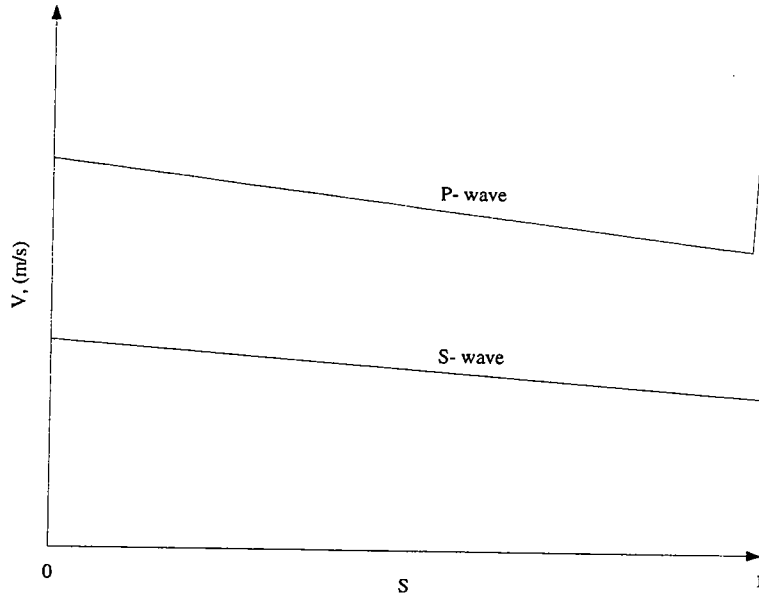


Figure 1: Schematic predictions for V_P and V_S against liquid saturation at low frequencies (Biot-Gassmann-Domenico theory).

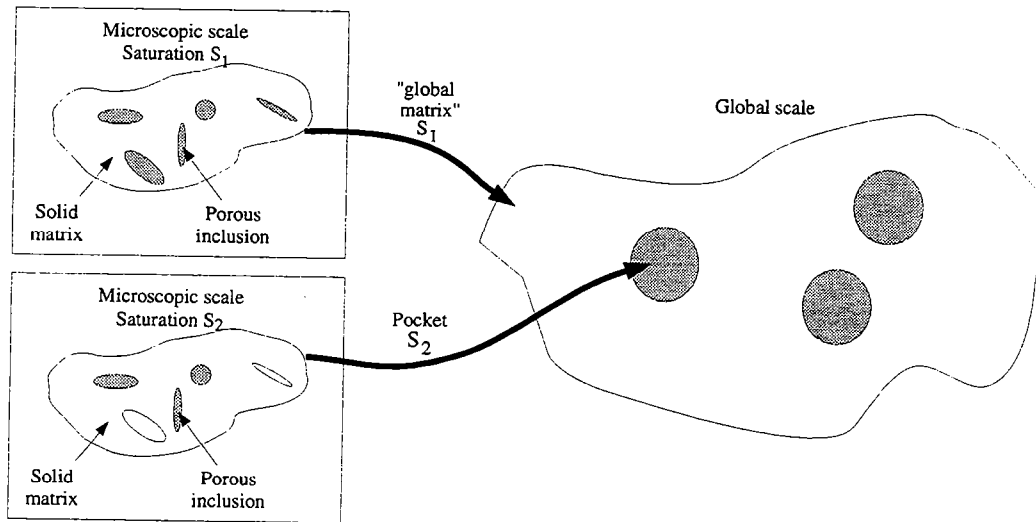


Figure 2: Representation of a partially saturated rock containing pockets. The global matrix is made of an equivalent effective medium with a saturation S_1 . The pockets are made of an equivalent effective medium with a saturation S_2 .

(2) At high frequencies, the link among seismic wave velocities and saturation is more intricate,

and rocks seem to be stiffer than at low frequencies. This behavior is due essentially to the local and global flow mechanisms. To describe both of these phenomena, we extend a previously developed differential self-consistent model [Le Ravalec and Guéguen, 1995].

Let us investigate first the “microscopic scale”. In order to calculate the elastic moduli, porous inclusions (spheres for round pores and oblate spheroids for cracks), containing either liquid or gas, are gradually introduced within the solid matrix. A step by step procedure is used. At each step, we consider a single fluid porous inclusion embedded in a large matrix. Then, the resultant effective moduli can be quite easily calculated. They are used to define the elastic properties of the host material at the following step. Porous inclusions are successively added until the required value of porosity is reached. Using this method, we can compute the effective moduli for a porous/cracked rock with a fixed uniform saturation. As this scheme implies that fluid pressures are not the same from one pore/crack to another one, it is appropriate to describe a high frequency behavior for a uniform saturation.

Second, we take into account the “global or pocket scale”, because saturation is indeed not uniform. The medium is described by a “global matrix” containing spherical inclusions or “pockets” (Figure 2). These pockets correspond to the same solid matrix and porosity, but to different saturation levels. The pockets are inclusions, just as pores or cracks before. The effective elastic moduli of both the “global matrix” and the pockets are thus derived using the same method as above. Let us note S_1 and S_2 as the liquid saturations respectively of the “global matrix” and the pockets. The effective elastic moduli of the “global matrix” are K_1 and μ_1 , those of the pockets are K_2 and μ_2 . Once again, the differential self-consistent method can be used to derive the effective moduli K and μ of the medium. However, as μ_2 is different from 0 (the pocket is not a fluid inclusion), we must use the first-order perturbation theory expressions [Walpole, 1972] obtained for spherical inclusions with non zero shear moduli, and implement these expressions in the iterative process of the differential self-consistent model that has been presented elsewhere [Le Ravalec and Guéguen, 1995]. We assume that C is the volume fraction of pockets. Pockets are introduced into the medium until the last required value of C is reached (C plays the same role as ϕ). The effective liquid saturation is:

$$S = (1 - C)S_1 + CS_2 \quad (8)$$

and velocities are calculated from equations ((6)) and ((7)). Fluid pressures are considered as unequilibrated between pockets. Thus, our model is appropriate to account for the global flow mechanism in addition to the local flow mechanism.

We recall that a primary hypothesis in this model is that $a \ll R \ll \lambda$ where a is the size of the porous inclusions (pore/crack), R is the radius of the spherical pockets and λ is the wavelength.

Modeling saturation hysteresis

In this section, our purpose is to describe elastic wave velocities for fixed levels of total water saturation. We consider a system where the porous space of the rock is filled with air and water. We do not try to model the complete evolution of the rock sample, but characterize successive states of evolution.

Drainage and imbibition processes are depicted by distinct, but parallel models. As for drainage, the starting state corresponds to a water saturated rock ($S=1$). While drying, the rock sample is segregated into a water saturated “global matrix” ($S_1=1$) and partially saturated pockets (S_2). The overall water saturation S decreases. In the case of imbibition, the initial state is provided by the dry rock ($S=0$). During saturation, the rock is separated into a dry “global matrix” ($S_1=0$) and partially saturated pockets (S_2). We assume that the volume fraction of pockets, denoted C , increases with drying for drainage and with water saturation for imbibition. The elastic properties of the sample are calculated for successive values of C .

Let us examine a given state, characterized by a pocket volume fraction C and a water saturation S . The main problem consists in describing pocket saturation, and we have to face two questions. The first one is how are S_2 and C related? The second one is concerned with water distribution within pockets: what is the water-gas ratio in pores or cracks in a pocket? This description depends on whether drainage or imbibition processes are involved.

We assume that S_2 is a simple linear function of C . In the case of drainage, pocket saturation S_2 is assumed to be:

$$S_2 = a_{\text{drain}}(1 - C) \quad (9)$$

where a_{drain} is a coefficient belonging to the interval $[0 ; 1]$. As for imbibition, S_2 is:

$$S_2 = a_{\text{imbib}}C \quad (10)$$

where a_{imbib} is a coefficient ranging from 0 to 1. In other words, a drying rock (drainage) is approximated by a medium where the volume fraction of pockets expands and where pockets are increasingly dry. The drying coefficient a_{drain} indicates how easily a pocket can drain. It can be related to rock microstructure, but also to chemistry of solid and fluid due to adsorption phenomena. In the same way, a saturating rock (imbibition) is depicted as a medium where the volume fraction of pockets increases and where each pocket contains an increasing amount of water. The wetting coefficient a_{imbib} indicates how easily a pocket can saturate.

Relations ((9)) and ((10)) have been assumed, because they seem physically reasonable, and because they are the simplest $S_2(C)$ relations. Although more complex relationships could be preferred, it does not appear justified to do so without a better knowledge of the details of the saturation processes.

In order to deal with the second question about water distribution in the pore space, we recall that when the rock sample drains, water tends to leave first the large pores. On the contrary, during imbibition, water fills in the large pores more rapidly than the thin ones. As a result, and in first approximation, drainage implies preferentially the presence of water-filled cracks, whereas imbibition implies preferentially the presence of water-filled round pores. We introduce two additional parameters f_{drain} and f_{imbib} in order to describe the geometry of the liquid phase during drainage and imbibition. f_{drain} characterizes the water ratio within cracks:

$$f_{\text{drain}} = \frac{\text{water volume fraction in cracks}}{\phi S_2} \quad (11)$$

while f_{imbib} characterizes the water fraction within round pores:

$$f_{\text{imbib}} = \frac{\text{water volume fraction in round pores}}{\phi S_2} \quad (12)$$

Table 1. Parameters for the gas and liquid phases

Parameter	Value
K_w , GPa	2.2
K_g , Mpa	0.13
ρ_w , kg.m ⁻³	1000
ρ_g , kg.m ⁻³	1.2

The total porosity ϕ is defined as:

$$\phi = \phi_p + \phi_c \quad (13)$$

where ϕ_p and ϕ_c are respectively the round pore and crack porosities. They are equal to the ratios of the respective void volumes to the total volume of the rock sample. We assume that the pore space can be approximated by a round pore set (fraction ϕ_p/ϕ) and a crack set (fraction ϕ_c/ϕ) identified by a single aspect ratio α . A more suitable description could be realized quite easily by accounting for a more elaborate crack aspect ratio distribution. Each crack is filled either with water or gas. As far as drainage is concerned, the probability that water is within cracks is f_{drain} . If the water volume fraction available for cracks ($\phi S_2 f_{drain}$) is larger than the crack porosity (ϕ_c), the remaining water goes into round pores. The coefficient f_{drain} introduced above is indeed identical to the “wetting fraction” used by *Mavko and Nolen-Hoeksema* [1994] and defined as the fraction of fluid that goes first to the soft porosity (Figure 5 in *Mavko and Nolen-Hoeksema* [1994]). As far as imbibition is concerned, f_{imbib} describes the probability that water is within pores.

Table 2. Parameters to model imbibition/drainage experiments for Sierra White Granite and Spirit River Sandstone

Parameter	Value for Sierra White Granite	Value for Spirit River Sandstone
K_s , GPa	56 ^a	38 ^b
μ_s , GPa	33 ^a	44.3 ^c
ρ_s , kg.m ⁻³	2661 ^a	2630 ^b
ϕ , %	0.8 ^a	5.2 ^b
ϕ_p/ϕ , %	75 ^d	92.5 ^b
α ($\times 10^{-3}$)	1.6 ^d	1.25 ^d
a_{drain}	0.3*	0.1*
a_{imbib}	-	0.6*
f_{drain} , %	100*	70*
f_{imbib} , %	-	100*

^a: data from *Murphy* [1985].

^b: data from *Knight and Nolen-Hoeksema* [1990] and *Akbar et al.* [1994].

^c: data from *Carmichael* [1982].

^d: assumed for our calculation.

*: derived from the best fit to the data.

On Figures 3 and 4, we plotted P -wave velocities (V_P) against water saturation analyzing respectively the influence of the drying coefficient a_{drain} and of the geometrical coefficient f_{drain} . The effect of a_{drain} is the prominent one. It controls the shape of the curves. V_P decreases sharply with decreasing saturation when a_{drain} is close to 0. On the contrary, when a_{drain} tends towards 1, V_P first remains constant and then decreases drastically. Let us recall that a high value of a_{drain} is equivalent to a high water saturation within pockets. Moreover, it appears on Figure 4 that a high value of f_{drain}

corresponds to a high velocity. This behavior depends on cracks which have a more pronounced effect on moduli than round pores.

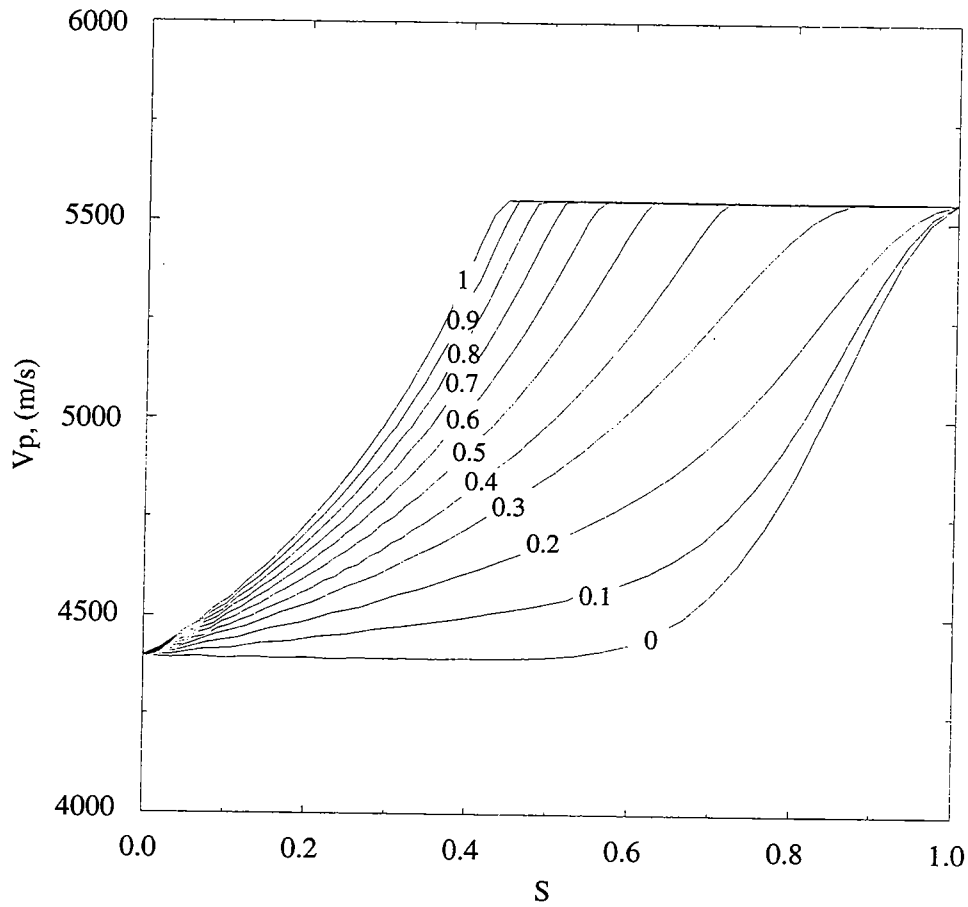


Figure 3: Influence of the drying coefficient a_{drain} (which varies from 0 to 1) on V_p at high frequencies. Input data: Table 1 and Table 2 (Sierra White Granite).

In summary, we have investigated imbibition and drainage processes. We have introduced two parameters, a and f , to define respectively the saturation level and the spatial fluid distribution within pockets. Thus, our model requires three types of input parameters: (1) solid and fluid constants (K_s , μ_s , ρ_s , K_w , ρ_w , K_g , ρ_g), (2) microstructural parameters (α , ϕ_p , ϕ_c) (3) imbibition/drainage parameters (a , f). It appears that the first two sets of parameters are generally well identified for a given rock and that the third one is indeed quite constrained by the experimental data.

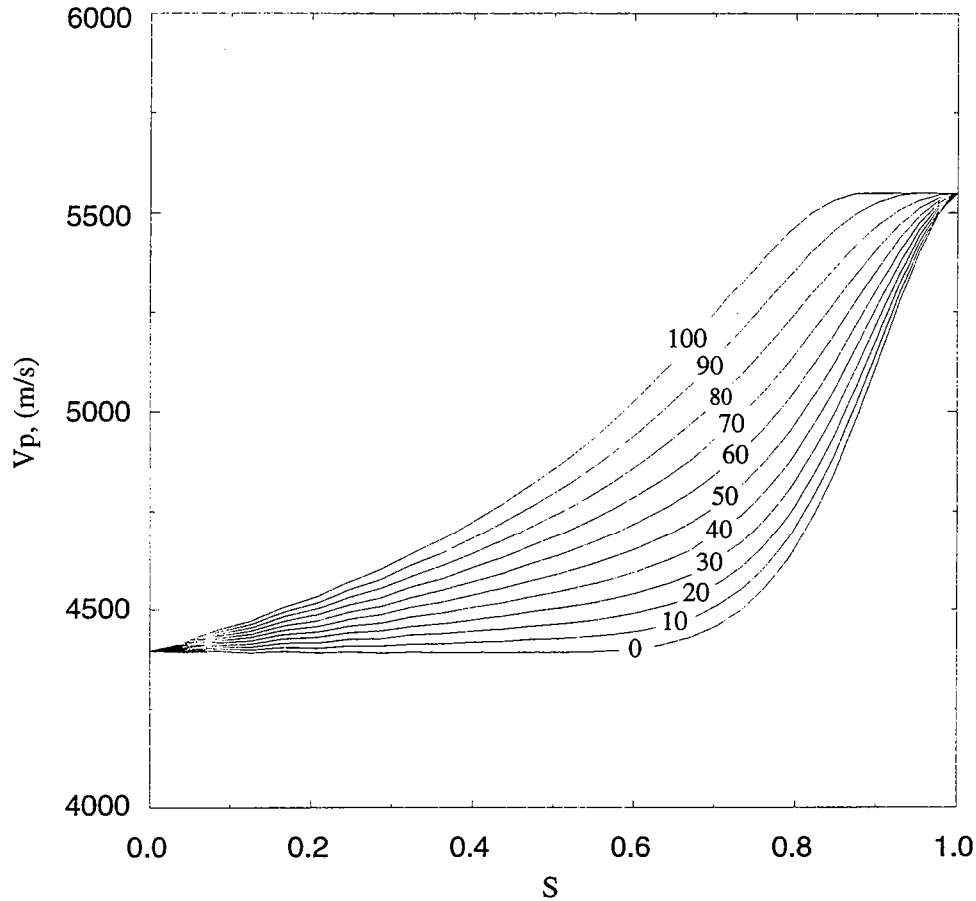


Figure 4: Influence of water distribution in pockets on V_p – Variation of f_{drain} from 0 to 100%– at high frequencies. Input data: Table 1 and Table 2 (Sierra White Granite).

Comparison to experimental data

The behavior of ultrasonic wave velocities against wetting fluid saturation has been pointed out by a few experiments. *Murphy* [1985] and *Knight and Nolen-Hoeksema* [1990] measured P -wave velocities during imbibition/drainage processes on rocks with pore space filled in with air/water. Drainage was obtained by drying a water saturated rock sample, a process that favors the formation of heterogeneities. As these authors performed their measurements at sufficiently high frequencies to characterize unrelaxed moduli, both local and global flow mechanisms have to be accounted for. In this section, we aim to compare the experimental data reported by *Murphy* [1985] and *Knight and Nolen-Hoeksema* [1990] to the results derived from our imbibition/drainage models.

As for the ultrasonic measurements carried out by *Murphy* [1985] for the Sierra White granite during drainage, we plotted the P -wave velocity behavior predicted by the drainage model as well as the experimental points against water saturation (Figure 5). Input data used to calculate velocities are reported in Tables 1 and 2. Let us note that the input data α (and sometimes ϕ_p/ϕ) is chosen so that the calculated velocity for the dry rock agrees with the experimental measurement. The other input data (material constants: K_s , μ_s , ρ_s , K_w , ρ_w , K_g , ρ_g and sometimes the microstructural parameter ϕ_p/ϕ) are reported in the literature. The lowest curve corresponds to the low frequency predictions derived from the Biot-Gassmann-Domenico theory. As expected, this curve does not fit the measured velocities. The uppermost curve is obtained from the drainage model assuming that the drying coefficient a_{drain} is 0.3 and that the geometrical one f_{drain} is 100%. Then, 100% of the available water is in cracks (and also in the round pores when the water volume exceeds the crack volume). Our results turn out

to be in good agreement with the experimental measurements. Two parameters, a_{drain} and f_{drain} , can be modified to allow the P -wave velocities computed from the drainage model to fit the measured data. However, as the general shape of the curve is strongly affected by a_{drain} , we cannot choose just any values for a_{drain} and f_{drain} . These parameters are thus well constrained. On Figure 5, the shape of the V_P curve predicted by our model fits very well with the experimental data. By using the same input data, but other values for the drying and geometrical coefficients (Figures 3 and 4), we would obtain quite different curves.

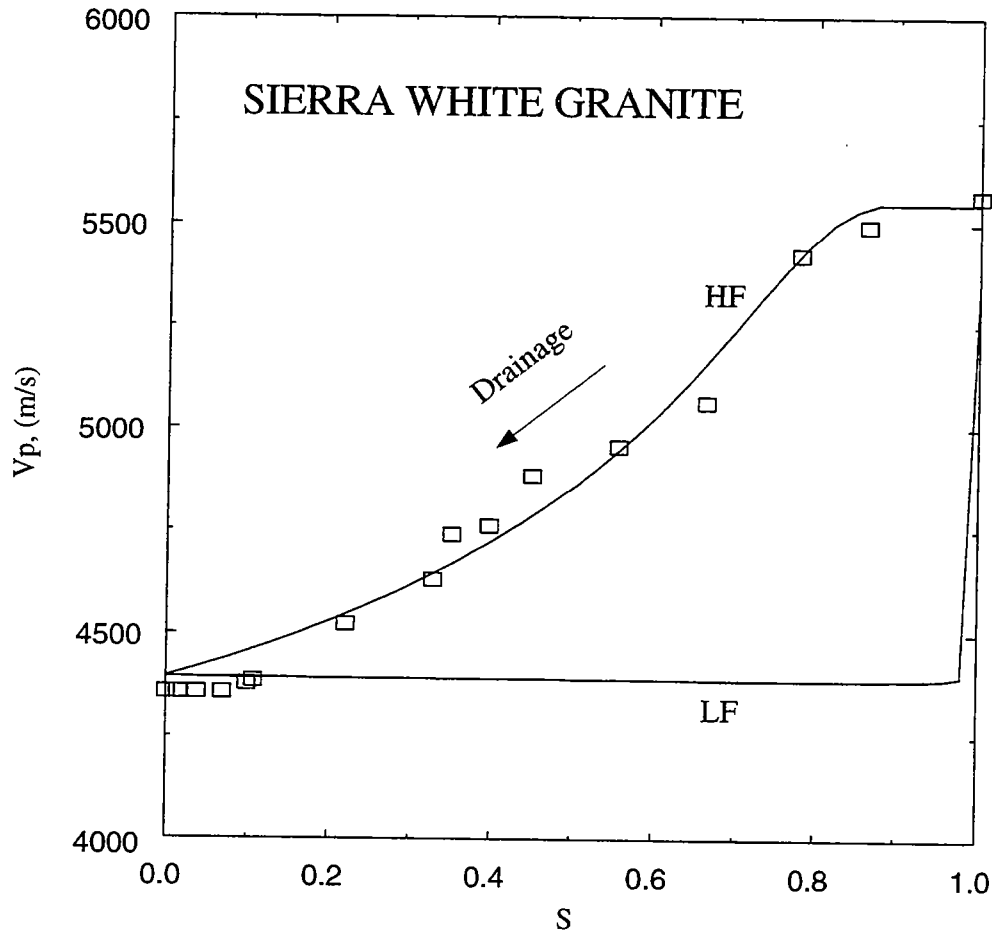


Figure 5: Calculated V_P against water saturation for Sierra White Granite compared to measurements by Murphy (1985) at high frequencies and during drainage. HF: high frequency predictions derived from our drainage model. LF: low frequency predictions (Biot-Gassmann-Domenico theory). Input data: Table 1 and Table 2.

A second example is obtained with Knight and Nolen-Hoeksema [1990] ultrasonic velocity measurements on Spirit River sandstone samples (Figure 6). These authors measured P -wave velocities against water saturation during both drainage and imbibition. Their experimental data showed a clear saturation induced hysteresis which depends on the liquid phase distribution. We compare the experimental points reported by Knight and Nolen-Hoeksema [1990] (open squares) to the results predicted by the drainage model. Input data are gathered in Tables 1 and 2. a_{drain} and f_{drain} are assumed to be respectively 0.1 and 70% [curve (1)]. Once again, our model realistically predicts the observed velocities. During the imbibition process, the water distribution is not the same as during drainage. Knight and Nolen-Hoeksema [1990] acquired ultrasonic P -wave velocities with increasing water saturation (closed diamonds). To model these data, we performed distinct

numerical simulations. Curve (2) is derived from the imbibition model supposing that $a_{imbib}=0.6$ and $f_{imbib}=100\%$. Curve (3) was computed from a similar model with $f_{imbib}=100\%$, but assuming that saturation is homogeneous (i.e., that there is no pocket). Curve (4) exhibits the low frequency predictions of the Biot-Gassmann-Domenico theory. It appears that curve (2) is the closest to the data points whereas curve (4) is logically the farthest one. However, it must be noted that curve (2) does not fit velocity measurements very well when water saturation is higher than 80%. Wong [1994] observed that the invasion percolation model can provide a good description of drainage, but not of imbibition. This model implies the existence of clusters during drainage. These clusters are what we called pockets. It seems that a different saturation distribution is involved for imbibition. A cluster model may not be appropriate in that case.

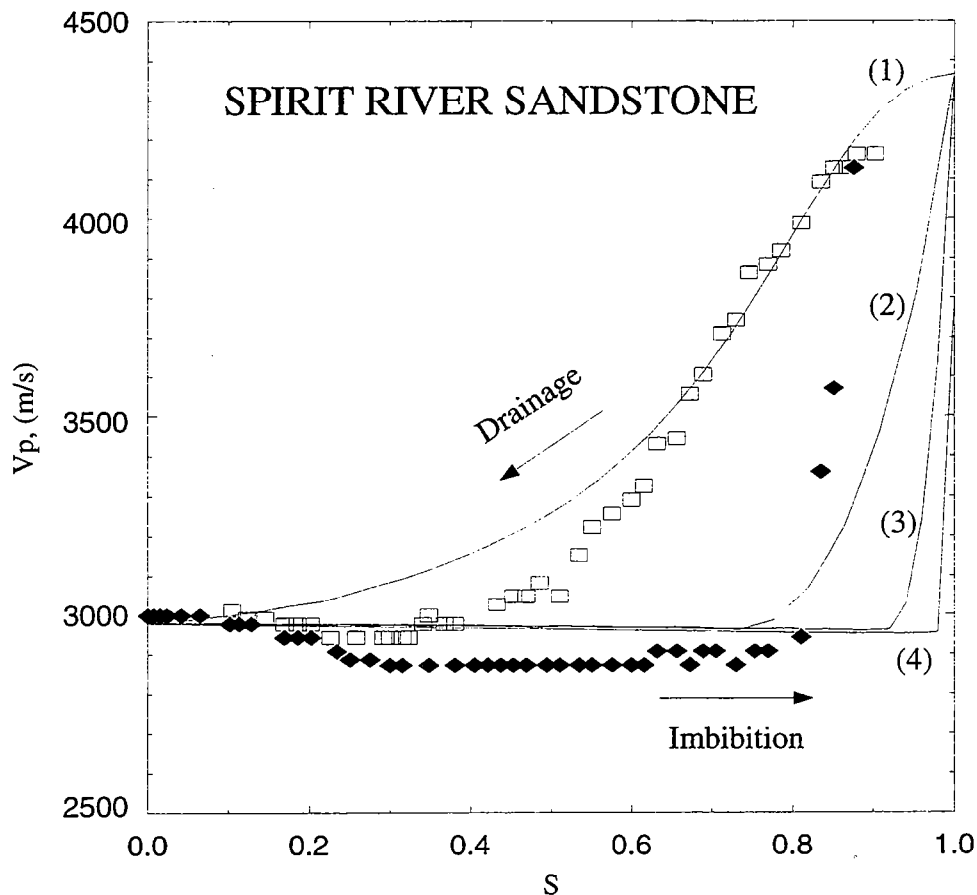


Figure 6: Calculated V_p against water saturation for Spirit River Sandstone compared to measurements by Knight and Nolen-Hoeksema (1990). Closed diamonds: ultrasonic measurements during imbibition. Open squares: ultrasonic measurements during drainage. (1): high frequency V_p derived from our drainage model. (2): high frequency V_p for imbibition calculated by assuming that the medium contains pockets ($a_{imbib}=0.6$, $f_{imbib}=100\%$). (3): high frequency V_p for imbibition calculated by assuming that there is no pocket ($f_{imbib}=100\%$). (4): low frequency V_p derived from Biot-Gassmann-Domenico theory. Input data: Table 1 and Table 2.

The coefficient a_{drain} (a_{imbib}) specifies how easily a pocket can dry (saturate). Therefore, it depends on rock microstructure and solid and liquid chemistry. We note that a_{drain} is lower for Spirit River sandstone than for Sierra White granite. In other words, pockets in Spirit River sandstone drain more easily, which can be correlated to the higher porosity and proportion of equant pores in this rock.

Endres and Knight [1991] have presented a model which has some common points with ours and fits also reasonably well with experimental data. It is interesting to note that this model fits best the

imbibition curves. The fit with the drainage curves is less satisfactory and in particular they fail to predict the shape of the drainage curves (Figure 7 in *Endres and Knight* [1991]). This is the opposite of what has been obtained in our case. A simple explanation of these results is as follows. *Endres and Knight* [1991] have calculated the high frequency effective moduli from *Kuster and Toksöz* [1974] model. Such a calculation is very similar to ours except that it does not allow to consider such high pore/crack densities [*Le Ravalec and Guéguen*, 1995]. It does not consider neither two scales of heterogeneities but only one, the pore/crack scale. *Endres and Knight* [1991] have assumed that the observed hysteresis results from a different local filling within the pores/cracks. They ignore the possible existence of pockets and, because of that, fail to explain the shape of the drainage curves. But their assumption is probably much more appropriate for imbibition where clusters may be absent as discussed above. In that case, they assumed that each pore is simultaneously occupied by air and water and can be described as a layered spheroid consisting of a water outer shell and an inner air spheroid (up to a critical saturation). The good fit that they obtained with the data support their conclusion. The overall behavior would thus be that during drainage the existence of pockets controls the behavior whereas during imbibition pore/crack filling is the crucial process.

Conclusion

We have presented a model to compute effective elastic moduli in isotropic partially saturated rocks. Two scales of heterogeneities are accounted for. At a microscopic scale, the local variations of pore space compressibility induce local flow effects. At a much larger scale, if fluid distribution is inhomogeneous, the presence of pockets with saturations different from that of the surrounding medium can also involve velocity dispersion due to global flow. Our model takes both dispersion mechanisms into account. Thus, we have derived high frequency velocities against saturation. As our approach is based upon the differential self-consistent theory, we can examine the case of a high concentration of porous inclusions as well as a high concentration of pockets. Note, however, that such a model is an approximate way to take into account all the crack/pore interactions at high concentration.

We have shown that during drainage, the rock sample can be approximated by a medium in which the volume fraction of pockets (containing a decreasing amount of water) increases. In the same way, during imbibition, the rock sample is represented by a medium in which the volume fraction of pockets (containing an increasing amount of water) expands. In addition, distinct fluid distributions are envisioned to model imbibition and drainage: the large pores are filled during the first process, while they are first emptied during the second one. The parameter a which characterizes how easily a pocket can drain or saturate is strongly affected by rock microstructure. An extension of the above model would be to relate parameters a and f to the microstructural characteristics and chemistry.

We have shown that our theoretical results agree very well with laboratory data, in particular in the case of drainage. The imbibition behavior seems to be mainly controlled by the local (pore/crack) scale. This agreement outlines the interest of considering two scales of heterogeneities. In addition, the influence of microstructure on a is also suggested by the comparison of results for Sierra White granite and Spirit River sandstone samples. It seems thus possible to predict from simple parameters the behavior of heterogeneous media even in the case where several scales of heterogeneities are present.

Acknowledgements

This work has been funded through the CNRS contract GdR Géomécanique. We thank also the University of Rennes for the visiting professorship granted to T. Chelidze.

References

- Akbar, N., Mavko, G., Nur, A., and Dvorkin, J., Seismic signatures of reservoir transport properties and pore fluid distribution, *Geophysics*, 59, 1222–1236, 1994.

- Biot, M.A., Theory of propagation of elastic waves in a fluid saturated porous solid. II. Higher-frequency range, *J. Acoust. Soc. Am.*, 28, 168–178, 1956.
- Biot, M.A., Generalized theory of acoustic propagation in porous dissipative media, *J. Acoust. Soc. Am.*, 34, 1254–1264, 1962.
- Bourbié, T., Coussy, O., and Zinszner, B., *Acoustique des milieux poreux*, Ed. Technip, Paris, 1986.
- Cadoret, T., Marion, D., and Zinszner, B., Influence of frequency and fluid distribution on elastic wave velocities in partially saturated limestones, *J. Geophys. Res.*, 100, 9789–9803, 1995.
- Carmichael, R.S., *Handbook of physical properties of rocks, II*, CRC Press, Inc., Boca Raton, Florida, 1982.
- Cleary, M.P., Elastic and dynamic response regimes of fluid-impregnated solids with diverse microstructures, *Int. J. Solids Structures*, 14, 795–819, 1978.
- Domenico, S.N., Effect of brine-gas mixture on velocity in an unconsolidated sand reservoir, *Geophysics*, 41, 882–894, 1976.
- Doyen, P.M., Crack geometry in igneous rocks: A maximum entropy inversion of elastic and transport properties, *J. Geophys. Res.*, 91, 12,743–12,764, 1987.
- Dullien, F.A.L., *Porous media, fluid transport and pore structure*, Acad. Press, 1979.
- Dutta, N.C., and Seriff, A.J., On White's model of attenuation in rocks with partial gas saturation, *Geophysics*, 44, 1806–1812, 1979.
- Endres, A.L., and Knight, R., The effects of pore-scale fluid distribution on the physical properties of partially saturated tight sandstones, *J. Appl. Phys.*, 69, 1091–1098, 1991.
- Gassmann, F., Über die Elastizität poröser Medien, *Vier. der Natur Gesellschaft*, 96, 1–23, 1951.
- Gist, G.A., Interpreting laboratory velocity measurements in partially gas-saturated rocks, *Geophysics*, 59, 1100–1109, 1994.
- Gregg, S.J., and Sing, K.S.W., *Adsorption, surface area and porosity*, 2nd Ed., Academic Press, London, 1982.
- Guéguen, Y., and Palciauskas, V., *Introduction to the physics of rocks*, Princeton University Press, Princeton, N.J., 1994.
- Knight, R., and Nolen-Hoeksema, R., A laboratory study of the dependence of elastic wave velocities on pore scale fluid distribution, *Geophys. Res. Lett.*, 17, 1529–1532, 1990.
- Kuster, G.T., and Toksöz, M.N., Velocity and attenuation of seismic waves in two-phase media: Part 1. Theoretical formulations, *Geophysics*, 39, 587–608, 1974.
- Lenormand, R., Statistical physics and immiscible displacements through porous media, AIP Conf. Proceedings 154, Banavar, J., Koplik, J., and Winkler, K. Edit., 98–115, 1987.
- Le Ravalec, M., and Guéguen, Y., High and Low frequency elastic moduli for a saturated porous/cracked rock (Differential self consistent and poroelastic theories), *Geophysics*, to be published, 1995.
- Mavko, G., and Jizba, D., Estimating grain-scale fluid effects on velocity dispersion in rocks, *Geophysics*, 56, 1940–1949, 1991.
- Mavko, G., and Nolen-Hoeksema, R., Estimating seismic velocities at ultrasonic frequencies in partially saturated rocks, *Geophysics*, 59, 252–258, 1994.
- Mavko, G., and Nur, A., Wave attenuation in partially saturated rocks, *Geophysics*, 44, 161–178, 1979.
- Murphy, W.F., Effects of microstructure and pore fluids on the acoustic properties of granular sedimentary materials, Ph. D. dissertation, Stanford University, 1982.
- Murphy, W.F., Sonic and ultrasonic velocities: theory versus experiment, *Geophys. Res. Lett.*, 12, 85–88, 1985.
- O'Connell, R.J., and Budiansky, B., Viscoelastic properties of fluid-saturated cracked solids, *J. Geophys. Res.*, 82, 5719–5736, 1977.
- Reuss, A., Berechnung der Fließgrenze von Mischkristallen auf Grund der Plastizitätsbedingungen für Einkristalle, *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 9, 49–58, 1929.
- Walpole, L.J., The elastic behavior of a suspension of spherical particles, *Quart. J. Mech. Appl. Math.*, 25, 153–160, 1972.

- White, J.E., Computed seismic speeds and attenuation in rocks with partial gas saturation, *Geophysics*, 40, 224–232, 1975.
- Winkler, K.W., Dispersion analysis of velocity and attenuation in Berea sandstone, *J. Geophys. Res.*, 90, 6793–6800, 1985.
- Wong, P., Flow in porous media: permeability and displacement patterns, *MRS Bull.*, 4, 32–38, 1994.
- Zimmerman, R.W., *Compressibility of sandstones*, Ed. Elsevier, Amsterdam, 1991.

Appendix

Pocket flow: flow between pockets

The rock is segregated into domains: (1) pockets saturated by liquid and (2) the remaining of the rock saturated by gas. Let be R the pocket radius and l the distance between pockets. The porosity ϕ is assumed to be uniform. When the rock is submitted to a passing wave, fluid pressure gradients are induced and liquid tends to flow from the most pressurized regions (pockets) to the least ones (gas saturated domain). ΔV is the liquid volume which flows out of a pocket. It can be expressed as:

$$\Delta V \approx V \frac{\Delta p}{K_p} \approx \frac{4}{3} \pi R^3 \phi \frac{\Delta p}{K_p} \quad (\text{A-1})$$

where p is the fluid pressure and K_p the bulk modulus of the pore space. K_p is related to the bulk modulus of the solid matrix K_s and the effective bulk modulus K :

$$\frac{\phi}{K_p} = \frac{1}{K} - \frac{(1 + \phi)}{K_s} \quad (\text{A-2})$$

(Zimmerman, 1991). ΔV can be also derived from the rate of flow, deduced from Darcy's law, multiplied by time. If we consider flow during the period T of the propagation wave, we can estimate the characteristic frequency:

$$\Delta V \approx \frac{k}{\eta} \frac{\Delta p}{\Delta x} 4\pi R^2 T \quad (\text{A-3})$$

where η is the liquid viscosity and k the permeability. We assume that Δx is close to l and define the liquid saturation as $S = (R/l)^3$. As a result, we show that the characteristic frequency for pocket flow effect is:

$$f_{c\phi} = \frac{1}{T} \approx \frac{3K_p k S^{1/3}}{R^2 \phi \eta} \quad (\text{A-4})$$

Local flow: flow between cracks

We consider a liquid-filled crack modeled by 2 parallel plates of width $2a$ and separated by a distance $2c$. When a wave propagates through the rock, fluid pressure gradients are generated within the porous inclusions: fluid tends to flow from the most pressurized inclusions (thinnest cracks) to the least ones. We note ΔV the liquid volume which flows out of a crack:

$$\Delta V = \Delta(8a^2 c). \quad (\text{A-5})$$

Following Doyen (1987) who considered tubes with elliptic cross sections, we can express the variations of a and c . This author showed that a is nearly unchanged and that:

$$\Delta c \approx 2c \frac{\Delta p}{\alpha E_s} \quad (\text{A-6})$$

where p is the fluid pressure, E_s the Young modulus of the solid matrix and α ($=c/a$) the crack aspect ratio.

On the other hand, ΔV is also obtained from the rate of flow multiplied by the period T , as explained above. Let us note that the rate of flow is derived from Poiseuille's law. Then, we obtain:

$$\Delta V \approx \frac{c^2}{3\eta} \frac{\Delta p}{\Delta x} 4acT. \quad (\text{A-7})$$

As a result, the characteristic frequency for the local flow is (we assume that $\Delta x \approx 2a$):

$$f_{c_L} \approx \frac{\alpha^3 E_s}{24\eta}. \quad (\text{A-8})$$

Assuming that α is 10^{-2} , E_s 100 GPa and η 10^{-3} Pa.s, we show that f_{c_L} is roughly 1 MHz. In addition, if $k=10^{-15}$ m² (1 mDarcy), $\nu_s=0.16$ (Poisson's coefficient of the solid matrix), $K=30$ GPa, $S=0.8$, $R=5 \cdot 10^{-3}$ m, and $\phi=0.01$, f_{c_G} is close to 8800 Hz.

ANNEXE 2:

The magnitude of velocity anomalies prior to earthquakes

Mickaële Le Ravalec⁽¹⁾, Yves Guéguen ⁽¹⁾ and Tamaz Chelidze ^{(1) and (2)}

⁽¹⁾ Institut Géosciences, Université Rennes I, UPR 4661 CNRS, Rennes, France.

⁽²⁾ Institute of Geophysics, 1, Rukhadze str., 380093, Tbilisi, Georgia.

Soumis à *Journal of Geophysical Research*.

Abstract

A model is presented which allows us to reexamine the interpretation of velocity anomalies observed before some earthquakes occur. This model extends the well known dilatancy models by accounting for two scales of heterogeneities: the variations in pore/crack compressibility at a microscopic scale and the variations in the spatial fluid distribution for partially saturated rocks at a much larger scale. This model is relevant for cracked rocks which are partially saturated. Such a situation is likely to develop in impending earthquake source areas. Although previous models have considered cracked rocks and partially saturated rocks, none of the above heterogeneity-induced effects has been considered previously so that the previous predictions are in fact shown to be inappropriate. At seismic or exploration frequencies (1–100 Hz), saturation inhomogeneity can indeed play a prominent role and this results in velocity dispersion so that high frequency predictions may not be valid, and low frequency velocities should be calculated. In order to do that, we assume that crustal rocks are described by a saturated matrix in which spherical undersaturated pockets are embedded. The matrix is itself made of a rock containing an isotropic distribution of cracks. Then, low and high frequencies velocities are calculated coupling the Biot-Gassmann-Domenico theory with the effective medium approach (differential self-consistent method). If the diffusion-dilatancy model (Scholz *et al.*, 1973, Scholz, 1990) is superimposed on our theoretical velocity curves, it appears that the low frequency predicted velocity anomaly is quite high when saturation heterogeneities are ignored. It is however quite small if this effect is taken into account. This result can explain the lack of seismic precursory observations before many events.

Introduction

In some regions of moderate earthquakes, unusual variations of the V_P/V_S ratio (P -wave velocity/ S -wave velocity) have been reported. V_P/V_S first decreases to anomalously low values and then increases roughly up to its initial level before the earthquake occurs. These V_P/V_S drops were estimated as 6, 10 and up to 13 percent for the earthquakes observed respectively in the Garm region of Tadzhik (Semenov, 1969), in San Fernando (Whitcomb *et al.*, 1973) and in the New York Adirondacks (Aggarwal *et al.*, 1973). This velocity anomaly, when discovered, generated a great interest within the scientific community, because it appeared as a potential tool to predict at least some earthquakes. It has been interpreted in terms of rock dilatancy and water diffusion (Nur, 1972; Scholz *et al.*, 1973). In seismology, dilatancy is ascribed to crack nucleation under large regional stresses. Therefore, dilatancy can induce a decrease of the V_P/V_S ratio. On the other hand, Nur (1972) evidenced the strong effect of water in dilatant rocks. Generally, velocities are higher in water-saturated media than in dry ones: diffusion can generate an increase of the V_P/V_S ratio. Then, Scholz *et al.* (1973) developed a dilatancy-diffusion model providing a physical basis for explaining the velocity anomalies. In addition, O'Connell and Budiansky (1974) developed a self-consistent model and investigated the effects of crack parameters by calculating the V_P/V_S ratio as a function of V_S . These authors and Scholz (1990) combined the resultant theoretical curves with the dilatancy pattern describing how the V_P/V_S ratio evolves. They demonstrated that a precursory velocity anomaly should be observed before shallow earthquakes. However, questions have been raised, mainly because velocity anomalies were scarcely observed in-situ. The lack of precursor observations before many events motivated the work of Crampin (1978). As cracks are expected to exhibit preferential orientations in the case of stress-induced dilatancy, this author considered systems of aligned cracks instead of randomly oriented cracks and pointed out that the anomalous behavior of the V_P/V_S ratio could be also reproduced. In addition, it was suggested that the small number of velocity precursors could be explained due to the need of particular types of crack geometries.

However, we feel that in addition to crack induced anisotropy (which certainly exists), it is crucial to analyze some physical processes which have been ignored. In particular, we emphasize the importance of the frequency effect which can result from the heterogeneity of the medium at various

scales. In order to recalculate the velocities at high and low frequencies, we first use an approach (Le Ravalec and Guéguen, 1995) based upon the effective medium theory (differential self-consistent scheme) to recalculate the V_P/V_S ratio as a function of V_S . This allows us to account for the previous overestimates pointed out by Bruner (1976). The second step consists in investigating the influence of frequency due to local fluid flow, because velocity anomalies have been measured in-situ at low frequencies. Such a local flow is expected due to the different values of crack/pores compliances. Lastly, we show that the global or pocket flow mechanism due to an inhomogeneous saturation results also in a frequency effect which has to be considered before interpreting velocity anomalies. We do not consider fluid viscosity effects (O'Connell and Budiansky, 1977) which, in the case of low viscosity fluids, become important only at very high frequencies.

High frequency velocities calculated from the differential self-consistent scheme

The aim of dilatancy-diffusion models is to explain some premonitory phenomena using wave propagation through rock permeated by water- and air-filled cracks. Scholz (1990) distinguished 5 stages in these models (Figure 1). During stage I, the effective stress increases due to the accumulation of tectonic strain. The second stage (II) begins when the stress reaches a critical level. At this point, crack nucleation produced by dilatancy outweighs fluid flow. Pore water diffusion does not succeed in maintaining fluid pressure and the rock becomes undersaturated. As fluid pressure decreases, the effective stress increases resulting in a strengthening of the rock. This phenomenon tends to inhibit gradually further dilatancy. The next stage (III) leads to a re-establishment of fluid pressure by diffusion. When full saturation is reached, fluid pressure begins to increase and effective stress to decrease. Then, an earthquake occurs (stage IV). Afterwards, dilatancy recovers (stage V).

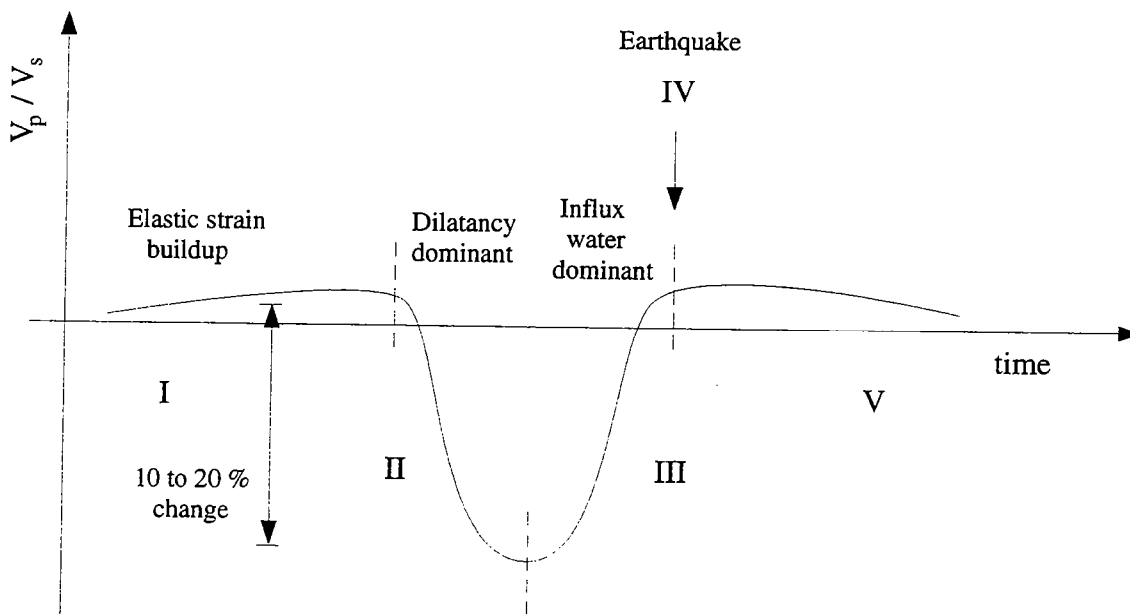


Figure 1: Velocity anomaly and dilatancy-diffusion model (from Scholz et al., 1973).

O'Connell and Budiansky (1974) developed a self-consistent model to compute the effective elastic moduli for cracked rocks. They considered a mixture of dry and water-saturated cracks, with all the same aspect ratio and embedded in a large solid matrix. Then, they derived V_P/V_S as a function

of V_S in terms of crack density and water saturation. Let us recall that the V_P/V_S ratio is defined as:

$$\frac{V_P}{V_S} = \sqrt{\frac{K + (4/3)\mu}{\mu}} \quad (1)$$

where K and μ are respectively the rock bulk and shear moduli. *O'Connell and Budiansky* (1974) defined the crack density, noted ϵ , as $3\phi/(4\pi\alpha)$ where ϕ is the porosity and α the crack aspect ratio. The dilatancy path, describing the velocity anomaly, can be superimposed on the theoretical curves obtained by *O'Connell and Budiansky* (1974) (Figure 2). The predicted velocity variations are systematically quite high, and are not consistent with in-situ behaviors.

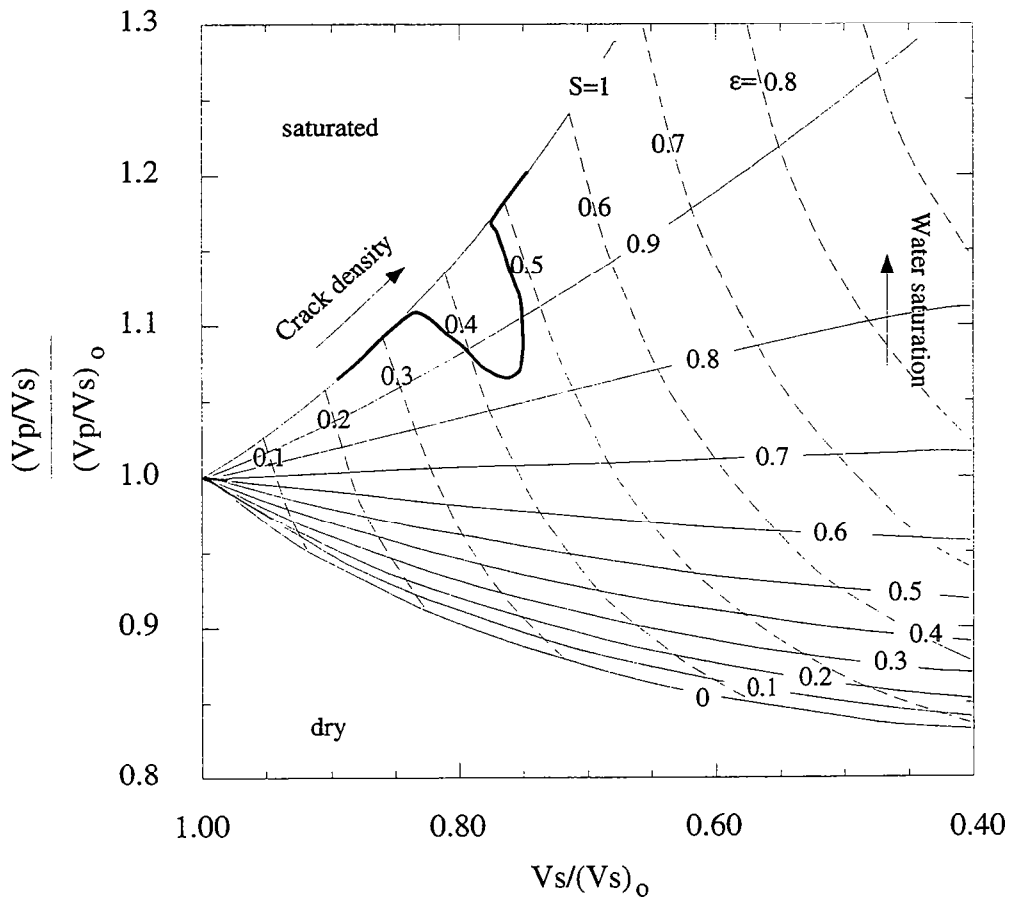


Figure 2: High frequency velocities in cracked rocks, normalized to their intrinsic values in terms of crack density ϵ and water saturation S . Heavy curve: dilatancy path (from Scholz, 1990).

Bruner (1976), *Cleary* (1978) and *Henyei and Pomphrey* (1982) argued that the *O'Connell and Budiansky's* model (1974) overestimated the effect of cracks on effective moduli. To avoid this controversial point, we re-derive V_P/V_S against V_S by using a differential self-consistent model (*Le Ravalec and Guéguen*, 1995). The differential self-consistent approach (*McLaughlin*, 1977; *Henyei and Pomphrey*, 1982) is based upon a step by step computational procedure. Inclusions with idealized geometries (spheres and oblate spheroids) are introduced step by step in a large solid matrix until the required value of the porosity is reached. The advantage of such a model is that crack interaction

is quite well approximated so that effective moduli can be calculated even for a high crack density ϵ (up to 1). In addition, it allows us to mix round pores and cracks together. Although this model ignores the issue of crack connectivity, it can be shown that the crack density ϵ is also the percolation parameter appropriate to discuss crack connection (Guéguen and Palciauskas, 1994).

Table 1: Input data.

Parameters	Values
K_s , GPa	38.
μ_s , GPa	22.8
ρ_s , kg.m ⁻³	2200.
K_w , GPa	2.2
ρ_w , kg.m ⁻³	1000.
K_a , GPa	0.13
ρ_a , kg.m ⁻³	1.2
α	10^{-2}

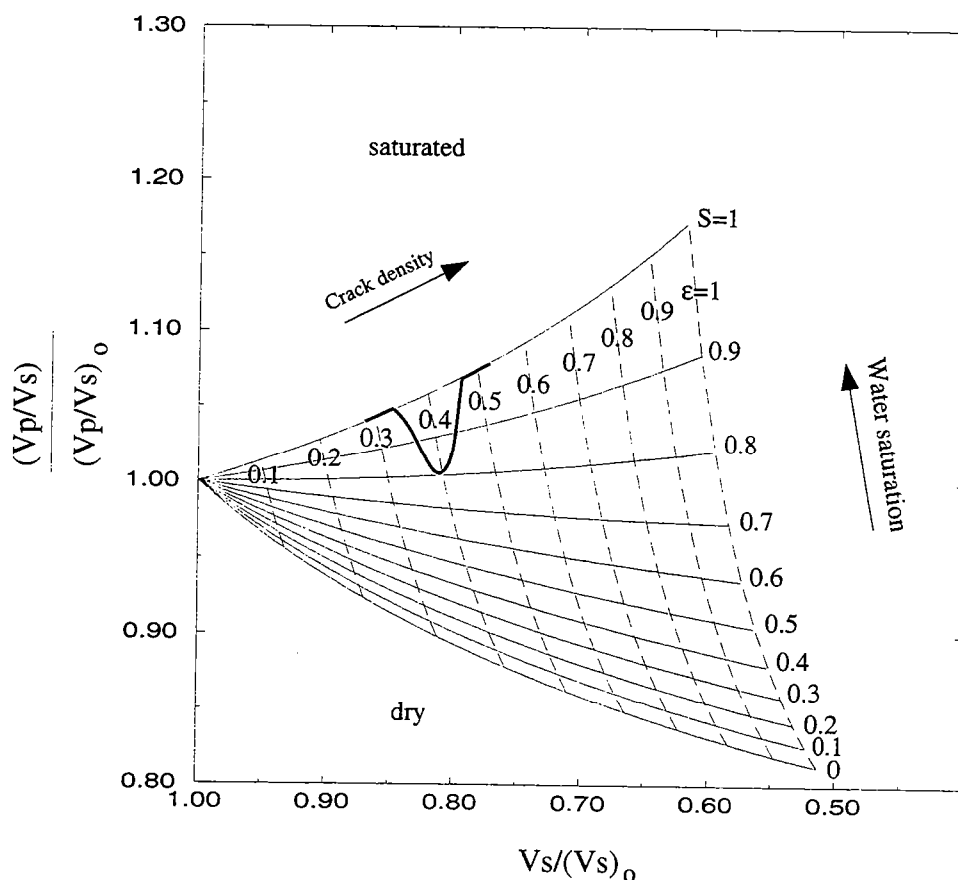


Figure 3: High frequency velocities in cracked rocks, derived from the differential self-consistent model and normalized to their intrinsic values in terms of crack density ϵ and water saturation S . Heavy curve: dilatancy path. (Input data: Table 1).

Numerical simulations are plotted on Figure 3 that can be compared to Figure 2. Cracks are assumed to have the same aspect ratios and the solid elastic moduli are chosen so that the solid Poisson ratio is 0.25. Input data are reported in Table 1. Let us notice that the effective density of the matrix is calculated from ρ_s , ρ_a and ρ_w (solid, air and water densities), S (water saturation) and ϕ (porosity). We reported the dilatancy path on the theoretical V_P/V_S curves. It appears that the predicted velocity anomaly is smaller (as expected) than that one derived from the self-consistent model of *O'Connell and Budiansky* (1974).

Low frequency velocities and local flow

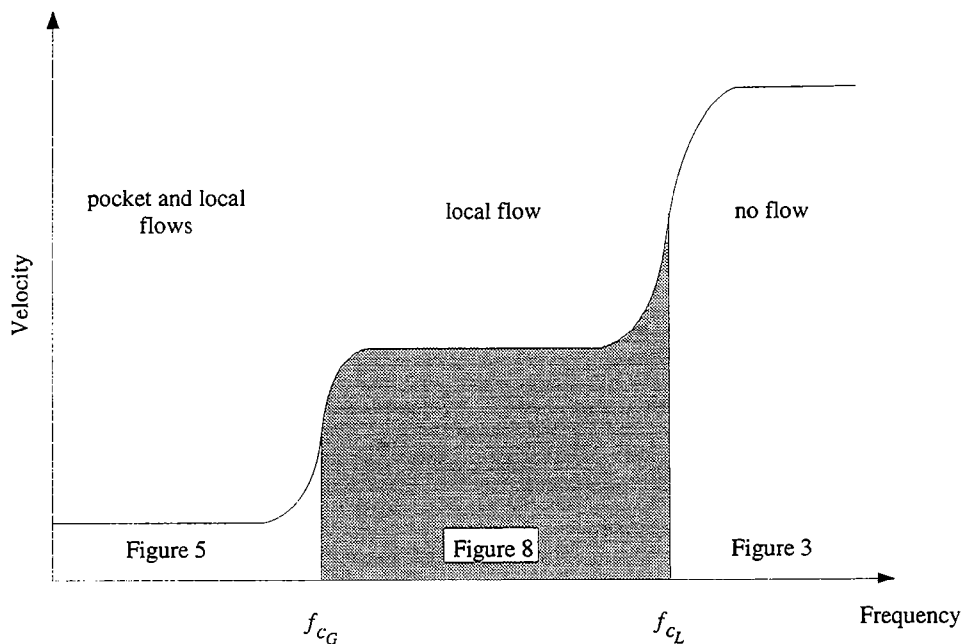


Figure 4: Sketch of investigated frequency domains. Previous model predictions are valid at $f > f_{c_L}$. Our model predicts velocities at either $f < f_{c_G}$ (strong anomalies) or at $f_{c_G} < f < f_{c_L}$ (small anomalies).

The above results are however irrelevant as noted previously by *Mukerji and Mavko* (1994), although similar results have been frequently used. The reason is that the differential self-consistent computations, just as the self-consistent ones, imply that fluid pressures in the porous inclusions are unequilibrated. Such models predict high frequency velocities. The difference between high and low frequency velocities results from the local flow mechanism (*O'Connell and Budiansky*, 1977; *Mavko and Jizba*, 1991; *Mukerji and Mavko*, 1994; *Le Ravalec and Guéguen*, 1995). This mechanism depends on local variations in the compressibility of the pore space. When a saturated rock is submitted to a passing wave, fluid pressure gradients are generated in compliant pores. Then, fluid tends to flow to allow pressure equilibration. This dynamic process ("local flow") involves a characteristic frequency f_{c_L} (Figure 4). At frequencies lower than f_{c_L} , fluid has enough time to flow between pores and cracks, and pressures are equilibrated at the local scale. In this case, the equations of *Gassmann* (1951) or the low frequency limit of *Biot* theory (1956) can be used to calculate the effective saturated bulk and shear moduli. It can be noted that *O'Connell and Budiansky* (1977) and *Budiansky and O'Connell* (1980) developed an approach which ignores poroelasticity, i.e., the previous theory of *Biot-Gassmann*. At frequencies higher than f_{c_L} , fluid pressures have not enough time to equilibrate. The frequency characteristic of the local flow mechanism can be estimated from simple models

(O'Connell and Budiansky, 1977): it can be higher or lower than 1MHz depending on the crack aspect ratio. In any case, this frequency is much higher than seismic and exploration frequencies (1–100 Hz) at which the velocity anomalies were observed. Therefore, to model these anomalies, we have to consider that the fluid pressure gradients induced at the microscopic scale (i.e., at the scale of pores and cracks) vanish and that the fluid pressure is equilibrated within pores and cracks.

To obtain the low frequency velocities, we combine the differential self-consistent approach with the Biot-Gassmann-Domenico theory. We consider an isotropic cracked rock described by an isotropic homogeneous solid matrix containing cracks. The elastic bulk and shear moduli of the solid matrix are noted respectively K_s and μ_s . Cracks are modeled by randomly oriented oblate spheroids with aspect ratio α . They are filled in either with air or water. In order to get the appropriate elastic moduli at low frequencies, we proceed as follows: (1) we calculate the effective moduli with empty cracks, by using the differential self-consistent scheme. We obtain the so called “drained” bulk and shear moduli, denoted respectively K_d and μ_d . (2) we compute the effective moduli for the same rock at low frequencies when cracks are filled in with air or water. As at low frequencies, fluid pressures are equilibrated, the effective low frequency bulk and shear moduli, K_{lf} and μ_{lf} , are derived from the theory of Biot-Gassmann-Domenico. In the case of saturated cracks, Gassmann (1951) and Biot (1956) pointed out that K_{lf} and μ_{lf} can be expressed as:

$$\begin{aligned} K_{lf} &= K_d + \frac{\beta^2 K_f}{\phi + (\beta - \phi) \frac{K_f}{K_s}} \\ \mu_{lf} &= \mu_d \end{aligned} \quad (2)$$

where K_f is the fluid bulk modulus, ϕ the porosity and β a dimensionless coefficient of effective pressure equal to $(1 - K_d/K_s)$. When rocks are partially saturated, an equivalent bulk modulus is used in place of K_f (Domenico, 1976). At low frequencies, fluid pressure is uniform. Therefore, the average of Reuss (1929) applies:

$$\frac{1}{K_f} = \frac{S}{K_w} + \frac{1 - S}{K_a} \quad (3)$$

where K_w and K_a are the bulk moduli of water and air. S is the water saturation.

As the drained moduli are derived from stage (1), we can estimate from equations (1) and (2) the V_P/V_S ratio against V_S at low frequencies for a air-water saturated rock (Figure 5). Input data are reported in Table 1. We use the same crack density as above. An obvious feature is that the presence of a very small amount of air (or gas) within the pore space is sufficient to induce a drastic decrease of V_P/V_S : this ratio tends sharply towards the dry rock value ($S=0$). This surprising behavior is due to fluid pressure equilibration [equation (3)]. When water saturation is 1, the fluid bulk modulus is that of water. On the other side, when water saturation decreases, K_f decreases down to K_a which is much smaller than K_w : $K_f \simeq K_a$ as soon as $(1 - S) \simeq 10^{-2}$. The dilatant process, which generates dry cracks, involve a very strong decrease of the V_P/V_S ratio: the predicted velocity anomaly is then much larger than that one predicted at high frequencies, a result which is not in agreement with in-situ observations. This conclusion holds unless crack density is very small ($\varepsilon < 0.1$). Experiments suggest however that relatively high ε values should be expected (Peach, 1991; Zhang *et al.*, 1994). According to the data obtained for Carrara marble under high pressure, Zhang *et al.* (1994) showed that crack densities as high as 3–4 can be observed without involving rock destruction. So our (provisional) conclusion at this step is that strong anomalies are expected at low frequencies.

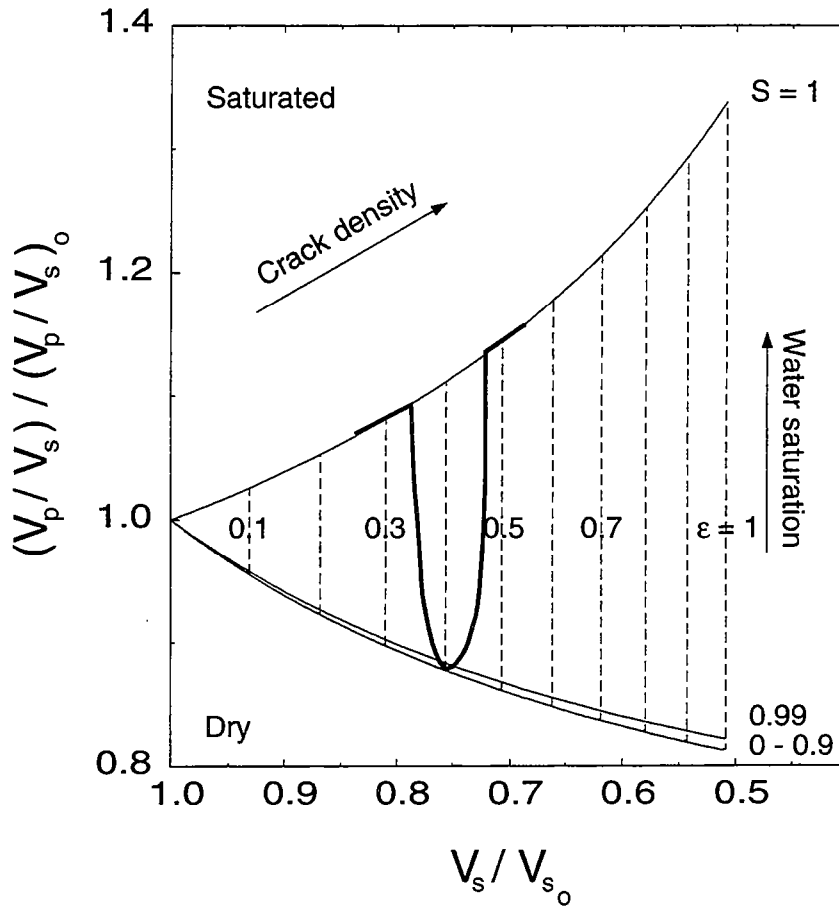


Figure 5: Low frequency velocities in cracked rocks, derived from the differential self-consistent model coupled with the Biot-Gassmann-Domenico theory and normalized to their intrinsic values in terms of crack density ϵ and water saturation S . No pocket flow is considered. Heavy curve: dilatancy path. (Input data: Table 1).

Saturation heterogeneities: pocket flow and scale effect

In the previous section, we examined the local flow mechanism induced by variations in compressibility at the pore scale. However, another mechanism has to be accounted for: the pocket flow. For rocks whose pore spaces contain both gas and liquid, the spatial fluid distribution can be inhomogeneous. Some regions of the rock, currently assimilated to pockets, can exhibit saturation levels different from that of the surrounding medium. Models have been built to describe the effects on velocities due to the pocket flow (White, 1975; Mavko and Nolen-Hoeksema, 1994; Akbar et al., 1994; Le Ravalec et al., 1995). The pocket flow mechanism, just as the local one, is controlled by fluid flow at the scale of pockets. When a wave crosses the rock, different pressure gradients are generated between pockets and the remaining of the rock due to the different compressibilities of gas and liquid. Le Ravalec et al. (1995) gave the following approximate expression for the frequency characteristic of global flow (Figure 4):

$$f_{cG} \approx \frac{kK_p S^{1/3}}{\eta \phi R^2} \quad (4)$$

where k is the permeability, ϕ the porosity, K_p the bulk modulus of the pore space, η the liquid viscosity, S the liquid saturation and R the radius of the spherical pocket. K_p is related to the bulk

modulus of the solid matrix K_s and the effective bulk modulus K :

$$\frac{\phi}{K_p} = \frac{1}{K} - \frac{(1+\phi)}{K_s} \quad (5)$$

(Zimmerman, 1991). Therefore, if pockets are sufficiently large and if fluid diffusion is low, f_{cG} can be very low. We have presented in a previous paper a similar model accounting for both global and local flows, which was successfully compared to laboratory data on partially saturated rocks (Le Ravalec *et al.*, 1995). The question is to know if the global flow can be viewed as a possible mechanism at exploration frequencies. We assume that $k=10^{-15}$ m² (1 mdarcy), $\phi=0.01$, $K_s=40$ GPa, $K=30$ GPa, $\eta=1$ mPa.s (water viscosity) and $S=0.8$. Then, f_{cG} is smaller than 1 Hz if the pocket radius is higher than about 1 m. In-situ measurements frequencies can thus be higher than f_{cG} , but lower than f_{cL} . Consequently, fluid pressures can be equilibrated at the scale of pores/cracks, but not at the scale of pockets. This means that the appropriate velocities are low frequency ones relative to the local flow, but high frequency ones relative to the pocket flow.

Several processes can be suggested as being capable to involve an inhomogeneous saturation in crustal rocks. At a large scale, the rock and the spatial distribution of porous inclusions are likely to be inhomogeneous. Moreover, the presence of undersaturated pockets in a saturated medium can result from the stress pattern around a fault (Figure 6): extension zones may be undersaturated.

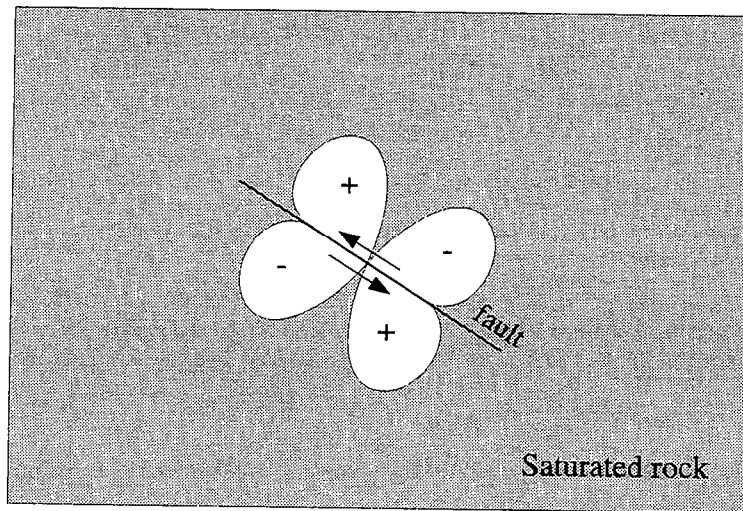


Figure 6: Stress pattern around a fault. (+: compression zone, -: extension zone).

Therefore, in order to model the velocity anomalies observed in-situ, we consider an isotropic cracked rock segregated into two components: a water-saturated matrix ($S_1=1$) and pockets with a lower saturation (S_2) (Figure 7). These pockets are assumed to be sufficiently large, so that the global flow has to be accounted for. We assume that $\lambda \gg R \gg a$ where λ is the wavelength, R the pocket radius and a the crack size. This relation is valid at low frequencies.

To compute effective elastic moduli, and hence seismic wave velocities, at frequencies between f_{cG} and f_{cL} , we proceed in the following way: (1) we compute the elastic moduli of the saturated matrix (K_1 and μ_1) and independently those of pockets (K_2 and μ_2) as described in the previous section. The parameters characterizing these two distinct bodies - pockets and matrix - (i.e., porosity

or crack density, crack aspect ratio, solid bulk and shear moduli, air and water bulk moduli, and solid, air and water densities) are the same, but their saturation levels are different. For convenience, the pore space is approximated by a set of identical oblate spheroids (cracks). The calculated moduli are low frequency ones, with respect to the local flow. (2) We integrate the previous results within the "global" frame. The rock is depicted as a matrix with elastic moduli K_1 and μ_1 in which spherical inclusions (pockets) specified by K_2 and μ_2 are embedded. Therefore, the resultant effective moduli are obtained from the differential self-consistent procedure so that fluid pressures can be considered as unequilibrated at the scale of pockets. We use the expressions derived by Walpole (1972) for a single sphere with a non zero shear modulus in a large surrounding matrix, because pockets are not fluid inclusions. These relations are extended to the differential self-consistent approach being implemented in the iterative process (Le Ravalec et al., 1995). Let be C the volume fraction of pockets. Pockets are gradually introduced in the medium until the last value of C is reached. Such a method applies because $\lambda \gg R \gg a$, as outlined before.

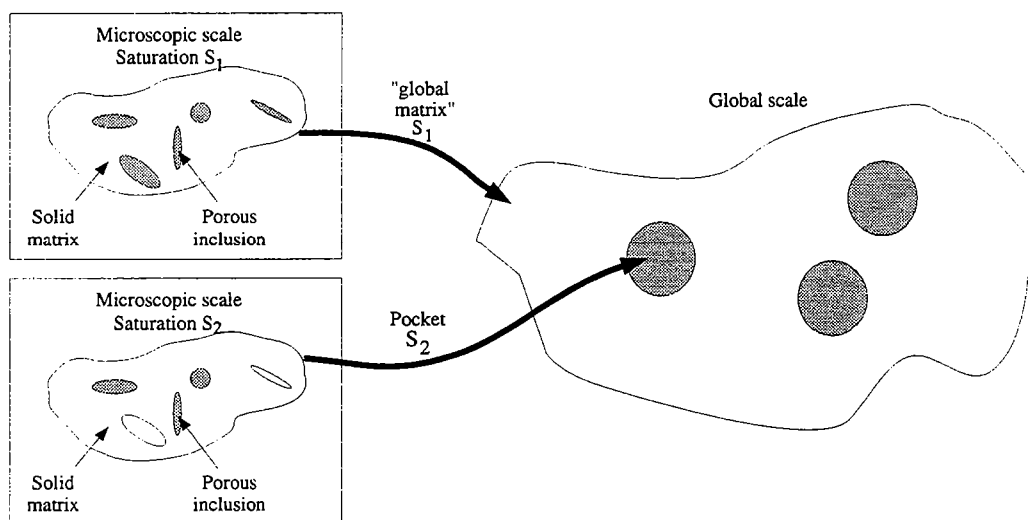


Figure 7: Representation of a partially saturated rock containing pockets. The global matrix is made of an equivalent effective medium with a saturation S_1 . The pockets are made of an equivalent effective medium with a saturation S_2 .

Then, we calculated the V_P/V_S ratio against V_S in terms of crack density ε and pocket saturation S_2 (Figure 8). The results are reported for several values of C . When the medium is fully saturated ($S_2=1$), there is no pocket ($C=0$) and the predicted values for V_P/V_S are the same as those derived at low frequencies (Figure 5) without accounting for the pocket flow effects. Let us now examine the dilatancy-diffusion path superimposed on such curves. First, the rock is considered to be fully saturated. The beginning of the diffusion-dilatancy path coincides with the theoretical curve characterized by $S_2=1$ and $C=0$. Then, dilatancy occurs and generates dry cracks. We have previously pointed out that the presence of a very small amount of gas involves a drastic decrease of the V_P/V_S ratio due to fluid pressure equilibration at the scale of pores and cracks. However, as we assume that undersaturation occurs only in some regions of the rock what is modeled by accounting for pockets of saturation S_2 , the V_P/V_S ratio decrease depends now essentially on the volume fraction C of pockets. If C is small, undersaturation induces a moderate decrease of the V_P/V_S ratio. On the contrary, if dilatancy creates a large volume fraction of undersaturated pockets, the V_P/V_S ratio drop is more pronounced. For C equal to 1, i.e., the whole rock is undersaturated, we recover the result presented on Figure 5. For convenience, we reported, on Figure 8, 3 distinct velocity anomalies, depending on the volume fraction C of undersaturated pockets due to the dilatancy process: we considered $C=0.1$,

$C=0.2$ and $C=0.3$. The role played by C (i.e., heterogeneities) appears to be prominent. We can note that when C is small (≤ 0.1), a small velocity anomaly is expected ($\leq 5\%$). This behavior can contribute to explain why no velocity anomaly is observed in-situ before many events.

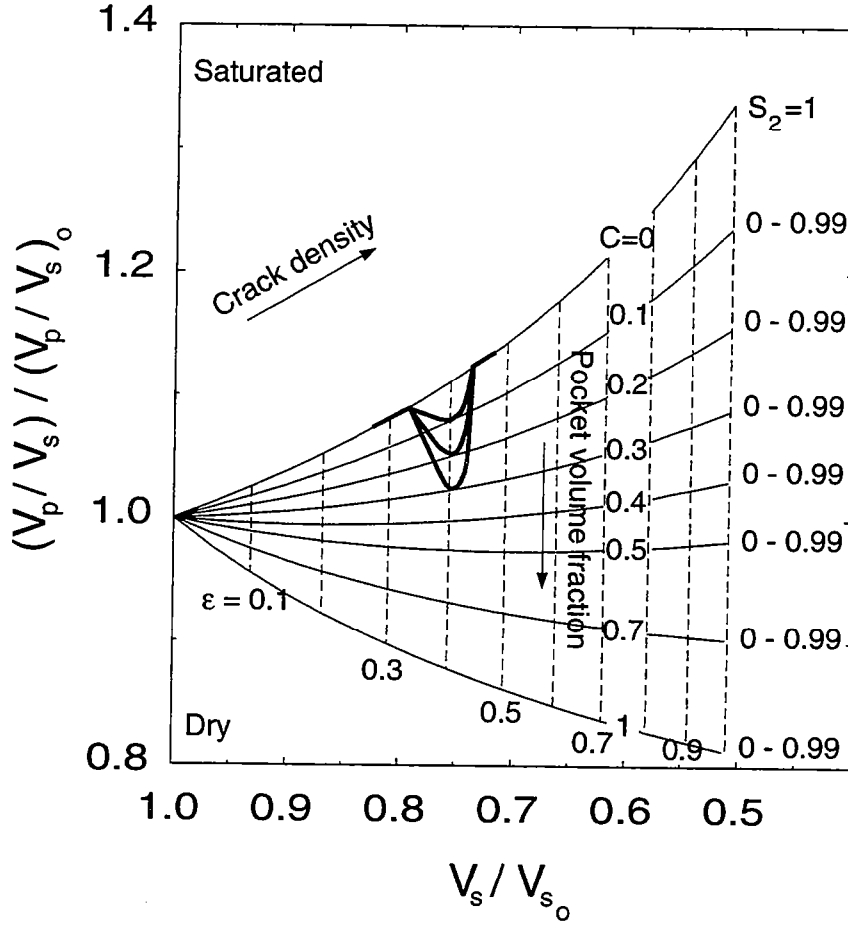


Figure 8: Low frequency velocities, accounting for the pocket flow mechanism, in cracked rock and normalized to their intrinsic values in terms of crack density ϵ and water saturation S . Heavy curve: dilatancy path. (Input data: Table 1).

Conclusion

In this paper, we have examined some physical processes which can produce velocity anomalies prior to certain earthquakes.

First, we re-derived the V_P/V_S ratio against V_S by using a differential self-consistent method. The diffusion-dilatancy pattern, when superimposed on the resulting curves, predicts a smaller velocity variation than that one predicted by Scholz (1990). Our predictions in that case are high frequency ones (unequilibrated/unrelaxed fluid pressures), as previous predictions of other authors.

Because in-situ measurements at exploration frequencies are not high frequency measurements, we have developed a model combining the differential self-consistent method with the Biot-Gassmann-Domenico theory in order to take into account local flow effects. The predicted velocity anomaly is very high in that case, unless the crack density is very small ($\epsilon < 0.1$). The presence of a small amount of gas is sufficient to induce a sharp decrease of V_P/V_S . This result is inconsistent with the lack of seismic precursory observations.

We have introduced an intermediate scale of heterogeneity, because saturation is very likely to be inhomogeneous in an earthquake source area. Then, the theoretical predictions show that the dilatancy

path is strongly affected by the volume fraction C of undersaturated pockets, which is expected to be small. When C is small (≤ 0.1), velocity changes are lower than 5 %. This result can explain why velocity precursor anomalies are not often observed.

Acknowledgments

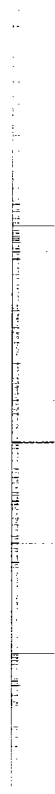
This work has been supported by CNRS-INSU (DBT project "Fluid and Faults"). We acknowledge also for the invited position granted to one of us (T. Chelidze) by the French Ministry.

References

- Aggarwal, Y.P., Sykes, L.R., Armbruster, J., and Sbar, M.L., Premonitory changes in seismic velocities and prediction of earthquake, *Nature*, **241**, 101–104, 1973.
- Akbar, N., Mavko, G., Nur, A., and Dvorkin, J., Seismic signatures of reservoir transport properties and pore fluid distribution, *Geophysics*, **59**, 1222–1236, 1994.
- Biot, M.A., Theory of propagation of elastic waves in a fluid saturated porous solid. II. Higher-frequency range, *J. Acoust. Soc. Am.*, **28**, 168–178, 1956.
- Bruner, W.M., "Comment on seismic velocities in dry and saturated cracked solids": by R.J. O'Connell and B. Budiansky, *J. Geophys. Res.*, **81**, 2573–2576, 1976.
- Budiansky, B., and O'Connell, R.J., Bulk dissipation in heterogeneous media, in *Solid Earth Geophysics and Geotechnology AMD- Vol. 42*, Ed. by S. Nemat-Nasser, *Am. Soc. Mech. Eng.*, New York, 1–10, 1980.
- Cleary, M.P., Elastic and dynamic response regimes of fluid-impregnated solids with diverse microstructures, *Int. J. Solids Structures*, **14**, 795–819, 1978.
- Crampin, S., Seismic-wave propagation through a cracked solid: polarization as a possible dilatancy diagnostic, *Geophys. J. R. astr. Soc.*, **53**, 467–496, 1978.
- Domenico, S.N., Effect of brine-gas mixture on velocity in an unconsolidated sand reservoir, *Geophysics*, **41**, 882–894, 1976.
- Gassmann, F., Über die Elastizität poröser Medien, *Vier. der Natur Gesellschaft*, **96**, 1–23, 1951.
- Guéguen, Y., and Palciauskas, V., *Introduction to the Physics of Rocks*, Princeton University Press, Princeton, N.J., 1994.
- Henye, F.S., and Pomphrey, N., Self-consistent elastic moduli of a cracked solid, *Geophys. Res. Lett.*, **9**, 903–906, 1982.
- Le Ravalec, M., and Guéguen, Y., High and Low frequency elastic moduli for a saturated porous/cracked rock (Differential self consistent and poroelastic theories), *Geophysics*, to be published, 1995.
- Le Ravalec, M., Guéguen, Y., and Chelidze, T., Elastic wave velocities in partially saturated rocks: Saturation hysteresis, *J. Geophys. Res.*, to be published, 1995.
- McLaughlin, R., A study of the differential scheme for composite materials, *Int. J. Eng. Sci.*, **15**, 237, 1977.
- Mavko, G., and Jizba, D., Estimating grain-scale fluid effects on velocity dispersion in rocks, *Geophysics*, **56**, 1940–1949, 1991.
- Mavko, G., and Nolen-Hoeksema, R., Estimating seismic velocities at ultrasonic frequencies in partially saturated rocks, *Geophysics*, **59**, 252–258, 1994.
- Mukerji, T., and Mavko, G., Pore fluid effects on seismic velocity in anisotropic rocks, *Geophysics*, **59**, 233–244, 1994.
- Nur, A., Dilatancy, pore fluids and premonitory variations of t_s/t_p travel times, *Bull. Seismol. Soc. Amer.*, **62**, 1217–1222, 1972.
- O'Connell, R.J., and Budiansky, B., Seismic velocities in dry and saturated cracked solids, *J. Geophys. Res.*, **79**, 5412–5426, 1974.

- O'Connell, R., and Budiansky, B., Viscoelastic properties of fluid-saturated cracked solids, *J. Geophys. Res.*, **82**, 5719–5736, 1977.
- Peach, C. J., Influence of deformation on the fluid transport properties of salt rocks, *Geologica Ultraiectina*, No.77, Intituut voor Aadwetenschappen der Rijksuniversiteit Utrecht, 238pp., 1991.
- Reuss, A., Berechnung der Fliessgrense von Mischkristallen auf Grund der Plastizitatsbedingungen für Einkristalle, *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, **9**, 49–58, 1929.
- Scholz, C.H., The mechanics of earthquakes and faulting, Cambridge University Press, 1990.
- Scholz, C.H., Sykes, L.R., and Aggarwal, Y.P., Earthquake prediction: a physical basis, *Science*, **181**, 803–810, 1973.
- Semenov, A.N., Variations in the travel time of transverse and longitudinal waves before violent earthquakes, *Bull. Acad. Sci. USSR, Phys. Solid Earth*, **3**, 245–248, 1969.
- Walpole, L.J., The elastic behavior of a suspension of spherical particles, *Quart. J. Mech. Appl. Math.*, **25**, 153–160, 1972.
- Whitcomb, J.H., Garmany, D., and Anderson, D.L., Earthquake prediction: Variation of seismic velocities before the San Francisco earthquake, *Science*, **180**, 632–635, 1973.
- White, J.E., Computed seismic speeds and attenuation in rocks with partial gas saturation, *Geophysics*, **40**, 224–232, 1975.
- Zhang, S., Cox, S.F., and Paterson, M.S., The influence of room temperature deformation on porosity and permeability in calcite aggregates, *J. Geophys. Res.*, **99**, 15,761–15,775, 1994.
- Zimmerman, R.W., *Compressibility of sandstones*, Ed. Elsevier, Amsterdam, 1991.

PROPRIETES DE TRANSPORT



CHAPITRE V

PERMEABILITE ET DEFORMATION THERMIQUE DES ROCHES FISSUREES

I. INTRODUCTION

L'étude de la déformation des milieux poreux a été motivée par de nombreuses applications géophysiques telles que l'exploitation des réservoirs en hydrocarbure, des aquifères, l'analyse des mécanismes de fracturation... La description de l'état de déformation d'une roche saturée, macroscopiquement homogène et isotrope, repose sur la poroélasticité ou théorie de Boit-Gassmann (GASSMANN, 1951; BIOT, 1941, 1956a) tant que les déformations sont quasi-statiques, infinitésimales, isothermes et réversibles. La compressibilité de l'espace poreux et la présence de fluide sont des paramètres essentiels qui contrôlent la déformation de la roche.

Ce chapitre est consacré à la déformation résultant d'une élévation de température auquel est soumise une roche fissurée. De telles déformations se manifestent pour des situations mettant en jeu le stockage des déchets nucléaires, l'exploitation de l'énergie géothermique ou encore le métamorphisme. Nous nous attacherons ici à l'étude des déformations thermiques induites par le stockage de déchets nucléaires et des conséquences sur les propriétés de transport (perméabilité). Parmi les roches susceptibles de servir d'encaissant dans ce type de problème, on distingue les granites. Leur faible perméabilité permet de les considérer comme une barrière géologique naturelle s'opposant à l'écoulement du fluide éventuellement contaminé. Les mesures effectuées par BRACE *et al.* (1968) en laboratoire indiquent que la perméabilité du granite de Westerly vaut environ 150 ndarcy pour une pression effective de 9 GPa. Les fissures se déformant facilement sous l'effet de la pression, une augmentation de la pression effective conduit à une décroissance rapide de la perméabilité. Il faut cependant rappeler que la perméabilité des roches cristallines, *in situ*, est supérieure de 2 à 3 ordres de grandeur (BRACE, 1984) à celle observée en laboratoire (Figure 4, ANNEXE 1).

La profondeur des sites de stockage est estimée à environ 500–1000 mètres. L'augmentation de température attendue s'élève à 200–300°C au maximum. Notre objectif est d'évaluer dans quelle mesure la déformation et la perméabilité peuvent évoluer dans ces conditions. Une forte augmentation de la température entraîne une modification significative des propriétés physiques de la roche au travers de processus de nucléation et propagation de fissures. Le développement d'une fissuration complémentaire contribue alors à l'amélioration de la connectivité entre fissures, ce qui favorise l'écoulement du fluide. Deux mécanismes de fissuration thermique sont pris en compte (GUEGUEN *et al.*, 1995, ANNEXE 1). Le premier résulte de la dilatation thermique des minéraux

constitutifs. L'augmentation de température engendre une augmentation du volume des minéraux. Les différences de dilatation thermique entre minéraux ainsi que l'anisotropie de dilatation provoquent une concentration des contraintes internes. Lorsque ces dernières atteignent un seuil critique, des phénomènes de fissuration ont lieu. Ce mécanisme concerne aussi bien la roche sèche que saturée. Le second mécanisme de fissuration dépend de la saturation en fluide. L'élévation de température génère une augmentation de la pression de fluide. Tant que la déformation résultante est réversible, le comportement de la roche est appréhendé à partir de la théorie de la poroélasticité modifiée pour prendre en compte l'effet de la température. Cette approche fournit les bases de la thermoporoélasticité (PALCIAUSKAS et DOMENICO, 1982; McTIGUE, 1986). Lorsque la pression de fluide atteint un seuil critique, elle est capable d'induire des phénomènes de fissuration. On cherchera à décrire l'évolution de la perméabilité matricielle pour une roche dont la porosité est assurée par des fissures.

II. FISSURATION A SEC

Cette section traite des effets thermiques dans les roches sèches. Une augmentation de température conduit à la dilatation des minéraux constitutifs de la roche. Ce processus est susceptible d'engendrer des phénomènes de fissuration et donc de modifier les propriétés de transport. La dilatation des minéraux est considérée ici comme le moteur de la fissuration.

1. Déformation des pores/fissures

Les effets de la dilatation sur les pores/fissures sont doubles:

- la dilatation des minéraux vers l'intérieur de l'espace poreux participe à la réduction de cet espace.
- la dilatation induit une concentration des contraintes thermiques qui, si elles atteignent un seuil critique, peuvent générer des déformations irréversibles (coalescence, nucléation de fissures). Cette concentration des contraintes dépend de la dilatation différentielle des minéraux et de leur anisotropie de dilatation respective (FREDRICH et WONG, 1986). Les déformations résultantes contribuent à l'augmentation du volume poreux.

Dans les granites, la dilatation dépend essentiellement du quartz. Selon SIMMONS et COOPER (1978), la dilatation volumique du quartz est de 4.6% entre 20 et 600°C, tandis qu'elle est comprise entre 1 et 2% pour les autres minéraux. Par ailleurs, l'essentiel de la dilatation du quartz se produit pour une température caractéristique (573°C à pression atmosphérique) correspondant à un changement de phase, la transition α/β . Cette transition se traduit par le passage réversible d'une structure hexagonale tétraédrique (α) à une structure hexagonale hémiedrique (β). HEUZE (1983) schématise l'évolution de la dilatation thermique d'un granite à pression atmosphérique. Lorsque la température croît, le granite se dilate rapidement. Puis, lorsque la température caractéristique du changement de phase est atteinte, la dilatation chute brutalement avant de reprendre ensuite sa progression pour des températures plus élevées. BALDRIDGE *et al.* (1972) et TODD *et al.* (1973) ont exploré expérimentalement la dilatation de roches fissurées et chauffées jusque des températures peu élevées ($< 250^\circ\text{C}$) suivant un gradient dT/dt assez faible (où T est la température et t le temps), afin d'éviter la propagation et nucléation de fissures. Ils constatent que le coefficient de dilatation mesuré pour la roche est inférieur à celui déduit d'une moyenne des coefficients de dilatation des minéraux. Suivant ces auteurs, ce résultat provient de ce qu'une partie de la dilatation des minéraux s'est produite vers l'intérieur des fissures pré-existantes. En réalité, même pour de faibles températures, des fissures peuvent se propager ou se former. Néanmoins, la réduction de porosité par dilatation des minéraux vers l'intérieur des pores/fissures l'emporte. Distinguer quantitativement l'influence de ces 2 types de déformation (réversible et irréversible) reste difficile.

La fissuration thermique a été mise en évidence, entre autres, par COOPER et SIMMONS (1977). Ces auteurs ont mesuré la longueur, à température ambiante, d'un échantillon avant et après traitement thermique: le chauffage entraîne une augmentation de la longueur de l'échantillon. L'observation au MEB de lames minces a permis à FREDRICH et WONG (1986) de distinguer deux familles de fissures: les fissures intergranulaires qui se développent aux joints de grains et les fissures intragranulaires qui apparaissent à l'intérieur des grains. En examinant des lames provenant d'échantillons, soumis initialement à des traitements thermiques jusqu'à différentes températures paliers, ces auteurs mettent en avant les caractéristiques suivantes pour le granite de Westerly. La fissuration intergranulaire se manifeste principalement entre 100 et 165°C, tandis que la fissuration intragranulaire devient conséquente pour des températures supérieures à 250°C. On notera que ces différents auteurs ont pris soin d'augmenter la température suivant un gradient temporel très faible de sorte que la température soit spatialement homogène. La fissuration qu'introduirait un gradient dT/dx non linéaire peut alors être évitée. Par ailleurs, l'évolution de la fissuration dans un échantillon soumis à un chauffage peut être illustrée à partir de mesures d'émissions acoustiques en fonction de la température. Le comportement observé généralement met en évidence un premier pic d'émissions acoustiques pour des températures assez faibles. Puis apparaît, pour des températures plus élevées, un

second pic, beaucoup plus important et associé à un endommagement intense de l'échantillon. Les résultats de YONG et WANG (1980) indiquent que la fissuration débute pour le granite de Westerly vers 60–70°C. BAUD (1995) et GLOVER *et al.* (1995) montrent que pour la mylonite de la Bresse, les premières émissions acoustiques se manifestent vers 140°C. Le taux d'émissions acoustiques atteint ensuite un maximum entre 550 et 600°C, ce qui tient à la forte teneur en quartz de cette roche. On rappelle que le quartz passe par la transition α/β à 573°C. Nous avons procédé à une série de mesures de porosimétrie-mercure sur des échantillons de cette même roche afin d'examiner l'impact du traitement thermique, effectué au préalable, sur la microstructure (LE RAVALEC *et al.*, 1995a, ANNEXE 2). Les températures paliers choisies sont de 20, 315, 450, 610 et 700°C. Sur la Figure 5 (ANNEXE 2), on présente les distributions obtenues pour les rayons d'étranglement des pores. On constate que les spectres s'élargissent et se déplacent vers des rayons d'étranglement supérieurs lorsque la température croît. Notons toutefois que les températures paliers choisies ne laissent pas place à un rôle dominant de la dilatation des minéraux vers l'intérieur des pores/fissures.

2. Evolution de la porosité et des propriétés de transport

Les observations précédentes suggèrent que pour de faibles températures, la dilatation des minéraux constitutifs vers l'intérieur des pores/fissures est le mécanisme dominant et qu'à partir d'une température seuil, la fissuration l'emporte. Dans ce cas, la porosité aurait d'abord tendance à diminuer, puis augmenterait à partir d'une certaine température. Ce comportement a été confirmé expérimentalement par GERAUD *et al.* (1992) pour des granites. Des caractéristiques analogues ont été identifiées pour les propriétés de transport, à savoir la perméabilité (DAROT *et al.*, 1992) et la conductivité électrique (RUFFET, 1993). Ces auteurs ont réalisé leurs mesures à température ambiante sur des échantillons portés auparavant jusqu'à une température palier. DAROT *et al.* (1992) montrent que pour le granite de La Peyratte, à pression de confinement constante (Figure 2, ANNEXE 1), la perméabilité k diminue depuis sa valeur initiale jusqu'à un minimum atteint pour une température de traitement de 120°C environ. Pour des températures supérieures, k s'accroît: vers 300°C, elle recouvre son niveau initial et vers 600°C, elle a augmenté de 2 à 3 ordres de grandeur. Les variations de perméabilité ainsi que la température seuil sont contrôlées par la pression effective et la nature de la roche. Dans le cas de la mylonite de la Bresse, on détermine un minimum pour la conductivité électrique vers 300°C (Figure 3, ANNEXE 2). Ce résultat n'a pu être confirmé par les mesures de perméabilité (au gaz). En effet, étant donné les limites de résolution de la méthodologie appliquée, nous n'avons pu mesurer la perméabilité pour des températures de traitement inférieures à 300°C (Figure 2, ANNEXE 2).

DAROT *et al.* (1992) se sont attachés à interpréter les variations de perméabilité qu'ils observaient en fonction des paramètres microstructuraux. Ils supposent alors que la porosité est constituée uniquement de fissures. A l'aide du modèle de GUEGUEN et DIENES (1989) (*cf.* ANNEXE 1), ces auteurs associent la décroissance de la perméabilité à la fermeture des fissures. Au contraire, ils montrent que l'augmentation de perméabilité, pour des températures supérieures à la température seuil, est significative d'une ouverture des fissures. Par ailleurs, leurs données de surface spécifique indiquent que l'élévation de température provoque une nucléation de fissures. Nous avons de même tenté, à partir d'une combinaison des données de perméabilité et de porosimétrie-mercure acquises sur la mylonite de la Bresse, d'analyser la déformation thermique en termes de microstructure (ANNEXE 2). Nos résultats soulignent un allongement (propagation) et une ouverture des fissures (Tableau 2, ANNEXE 2) pour des températures de traitement supérieures à 300°C.

3. Modèle de Fredrich et Wong (1986)

A notre connaissance, il n'existe pas de modèle traduisant l'influence mécanique de la dilatation thermique sur les propriétés de transport dans les roches. On citera cependant l'approche développée par FREDRICH et WONG (1986). Ces auteurs examinent l'impact d'une élévation de température homogène sur les contraintes s'exerçant sur une inclusion carrée (Figure V.1). Cette inclusion

est supposée placée à l'intérieur d'une matrice effective, dont les propriétés élastiques reflètent la composition minéralogique de la matrice solide. Le choix de cette géométrie se justifie à partir d'observations microscopiques: FREDRICH et WONG (1986) constatent que la propagation des fissures intergranulaires est contrôlée en partie par des jointures géométriques de grains. Ces auteurs considèrent des contraintes de 2 types, *i.e.*, des contraintes associées soit (1) à la dilatation différentielle des minéraux, soit (2) à l'anisotropie de dilatation des minéraux. Leur étude révèle les caractéristiques suivantes:

- pour des contraintes de type (1), la fissuration intergranulaire est instable (la propagation a lieu jusqu'à ce que la fissure s'arrête sur un joint de grains) et la fissuration intragranulaire est stable (la fissure se propage sur une courte distance et s'arrête).
- pour des contraintes de type (2), les deux formes de fissuration sont stables.

En combinant ces 2 types de contraintes, FREDRICH et WONG (1986) calculent les températures critiques pour lesquelles des phénomènes de rupture intergranulaire et intragranulaire se manifestent. Leurs résultats sont reportés sur la Figure V.1 pour le granite de Westerly. Ils indiquent que les fissures intergranulaires se propagent pour des températures plus faibles que les fissures intragranulaires et que l'essentiel de la fissuration se produit vers 200°C.

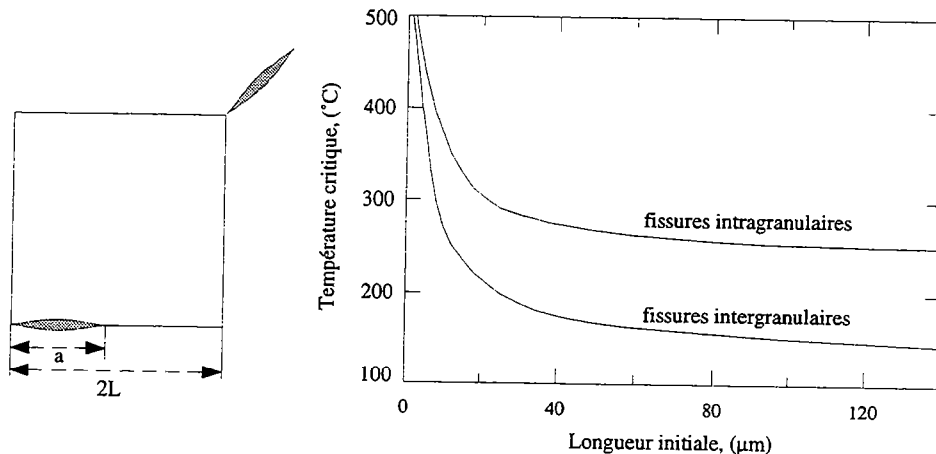


Figure V.1: Schéma de l'inclusion et calcul des températures critiques pour lesquelles apparaissent les fissures intergranulaires et intragranulaires en fonction de la longueur initiale des fissures (d'après FREDRICH et WONG, 1986). Les contraintes sont liées à la dilatation différentielle et anisotrope des minéraux.

III. INFLUENCE DU FLUIDE

On examine dans cette section un second processus physique, susceptible de modifier la perméabilité d'une roche fissurée, saturée et soumise à une élévation de température. En effet, le réchauffement induit une augmentation de la pression de fluide qui devient éventuellement l'un des moteurs de la fissuration. Certains travaux (PALCIAUSKAS et DOMENICO, 1982; McTIGUE, 1986) ont contribué à l'extension de la théorie linéaire de la poroélasticité à la thermoporoélasticité en y intégrant les déformations réversibles liées à la variation de température. Cette étape requiert l'introduction de nouveaux paramètres (dilatation thermique du solide, du fluide, de l'espace poreux et température).

Suivant le problème abordé, on peut envisager un régime drainé ou non-drainé (PALCIAUSKAS et DOMENICO, 1982). Si la diffusivité thermique est très inférieure à la diffusivité hydraulique (cas des roches à forte perméabilité), l'écoulement de fluide permet d'accommoder les variations de volume poreux corrélées à la dilatation thermique de la matrice solide: le comportement de la roche se décrit en régime drainé et la pression de fluide ne varie pas. Au contraire, si la diffusivité thermique est très supérieure à la diffusivité hydraulique (cas des roches à faible perméabilité), on considère que la masse de fluide est constante et que la pression de fluide croît en même temps que la température: le régime est non-drainé. Les développements que nous présentons ici s'inscrivent dans le cadre de cette dernière hypothèse.

1. Domaine des déformations réversibles: thermoporoélasticité

a. Relations constitutives et conditions aux limites

Les fondements de la thermoporoélasticité s'appuient sur la théorie de BIOT (1941). On adopte les conventions proposées par RICE et CLEARY (1976). On suppose la porosité connectée et totalement saturée. Dans des conditions isothermes, la trace du tenseur de déformation ε_{kk} d'un corps poroélastique s'exprime à partir de la loi de Hooke:

$$\varepsilon_{kk} = \frac{1}{3K} \sigma_{kk} + \frac{\zeta}{K} p \quad (\text{V.1})$$

où K est le module effectif d'incompressibilité de la roche sèche, σ_{kk} est la trace du tenseur des contraintes, ζ est un coefficient sans dimension de pression effective ($\zeta = 1 - K/K_s$) et p est la pression de fluide. Comme P , la pression de confinement, vaut $(-\sigma_{kk}/3)$, on obtient:

$$\varepsilon_{kk} = -\frac{1}{K} P + \frac{\zeta}{K} p. \quad (\text{V.2})$$

Le passage à la thermoporoélasticité implique la prise en compte de déformations supplémentaires dépendant de la température T . ε_{kk} s'écrit alors:

$$\varepsilon_{kk} = -\frac{1}{K} P + \frac{\zeta}{K} p + \alpha_b (T - T_o). \quad (\text{V.3})$$

α_b est le coefficient de dilatation thermique effectif et T_o est la température initiale (les conditions initiales sont marquées par l'index o). En outre, en régime non isotherme, l'équation de conservation de la masse devient:

$$\frac{m - m_o}{\rho_o} = -\frac{\zeta}{K} P + \frac{\zeta}{KB} p + \phi_o \alpha_m (T - T_o) \quad (\text{V.4})$$

(PALCIAUSKAS et DOMENICO, 1982). m est la masse de fluide occupant l'espace poreux, ρ la masse volumique du fluide et ϕ la porosité. Le coefficient B , introduit par SKEMPTON (1954), traduit la variation de pression de fluide par unité de variation de pression de confinement en régime non drainé et dans des conditions isothermes:

$$B = \left(\frac{\partial p}{\partial P} \right)_{m,T} \quad (V.5)$$

α_m est un coefficient de dilatation thermique, contrôlé par la dilatation du fluide et des pores. L'équation (V.4) conduit à:

$$\alpha_m = \frac{1}{m} \left(\frac{\partial m}{\partial T} \right)_{P,p} \quad (V.6)$$

Soit α_i le coefficient de dilatation thermique d'un composant i de volume V_i : $\alpha_i = (1/V_i)(\partial V_i / \partial T)_{P,p}$. Comme $m = \rho\phi$ et que la porosité est égale au rapport du volume de pore sur le volume total, PALCIAUSKAS et DOMENICO (1982) montrent:

$$\alpha_m = \alpha_p - \alpha_f \quad (V.7)$$

où α_p et α_f sont respectivement les coefficients de dilatation des pores et du fluide.

La valeur de α_b peut être déterminée à partir de modèles (entre autres, TURNER, 1946; KERNER, 1956, RABKIN et KOZLOVA, 1968). On utilise ici l'approche de TURNER (1946). La roche est supposée constituée d'une matrice solide et de fluide. α_b se déduit alors de l'expression suivante:

$$\alpha_b = \frac{\sum_i \alpha_i E_i V_i}{\sum_i E_i V_i} \quad (V.8)$$

E_i est le module d'Young du composant i . Pour un milieu poreux idéal, une dilatation thermique isotrope produit une variation égale et homogène dans toutes les directions, ce qui implique $\alpha_b = \alpha_p$ (McTIGUE, 1986). Une seconde difficulté concerne l'évaluation de α_p . PALCIAUSKAS et DOMENICO (1982) introduisent une hypothèse supplémentaire, indépendante de la poroélasticité, qui consiste à ramener le rôle des pores à celui d'un composant. α_b s'exprime alors à l'aide de la moyenne arithmétique suivante:

$$\alpha_b = (1 - \phi)\alpha_s + \phi\alpha_p \quad (V.9)$$

où α_s est le coefficient de dilatation thermique de la matrice solide. Ce dernier paramètre étant connu, on peut en déduire la valeur de α_p . L'équation (V.7) conduit ensuite à la détermination de α_m . On illustre ce propos par l'application numérique suivante. Soit un granite saturé de porosité égale à 0.18% (porosité du granite de Westerly reportée par JOHNSON et MANNING, 1986). On suppose que le module d'incompressibilité et le coefficient de dilatation thermique de la matrice solide sont proches de ceux du quartz (*i.e.*, $K_s = 39.1$ GPa, $\alpha_s = 3.34 \cdot 10^{-5} \text{C}^{-1}$). On attache la valeur de 0.23 au coefficient de Poisson ν_s de la matrice solide (PALCIAUSKAS et DOMENICO, 1982). Puisque l'espace poreux est saturé en eau, le module d'incompressibilité K_f du fluide vaut 2 GPa et son coefficient de dilatation α_f , $5 \cdot 10^{-4} \text{C}^{-1}$ (valeur moyenne à pression atmosphérique dans l'intervalle

de température 10–80°C. En utilisant la démarche exposée plus haut, on obtient $\alpha_b = 5.35 \cdot 10^{-5} \text{°C}^{-1}$, $\alpha_p = 7.06 \cdot 10^{-5} \text{°C}^{-1}$ et $\alpha_m = -4.62 \cdot 10^{-4} \text{°C}^{-1}$. On observe que $\alpha_m \simeq -\alpha_f$.

Les différents coefficients de dilatation ayant été spécifiés, on suit la méthodologie mise en place par PALCIAUSKAS et DOMENICO (1982) pour estimer la variation de pression de fluide en fonction de la température. Trois conditions aux limites distinctes peuvent être envisagées pour résoudre ce problème:

- 1) la masse de fluide et la pression de confinement sont constantes.
- 2) la masse de fluide et le volume total sont constants.
- 3) il n'existe pas de déformation, ni de variation de température à l'infini.

1^{er} cas: la masse de fluide et la pression de confinement sont constantes.

L'équation (V.4) fournit:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_{m,P} = - \frac{\alpha_m \phi_o K B}{\zeta}. \quad (\text{V.10})$$

Comme α_m est négatif, cette expression est positive: la pression de fluide augmente avec la température. L'hypothèse d'une pression de confinement constante semble raisonnable dans la mesure où l'on considère des sites de stockage à des profondeurs de l'ordre de 500–1000m. La pression de confinement est supposée lithostatique.

Avant d'examiner les deux derniers types de conditions aux limites, on rappelle que le coefficient de Skempton B peut s'exprimer en fonction des modules effectifs d'incompressibilité drainé K et non drainé K_u :

$$B = \frac{K_u - K}{\zeta K_u}. \quad (\text{V.11})$$

En poroélasticité, il s'avère que $K_u \geq K$ et $0 \leq B \leq 1$ (GUEGUEN et PALCIAUSKAS, 1994).

2^{ème} cas: la masse de fluide et le volume total sont constants.

En éliminant la pression de confinement P entre les équation (V.3) et (V.4), on montre que:

$$\varepsilon_{kk} = - \frac{1}{BK_u} p + \frac{\zeta \alpha_b - \alpha_m \phi_o}{\zeta} (T - T_o). \quad (\text{V.12})$$

Cette relation conduit à:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_{m,\varepsilon_{kk}} = \frac{\zeta \alpha_b - \alpha_m \phi_o}{\zeta} K_u B. \quad (\text{V.13})$$

Cette dernière expression est positive: la pression de fluide augmente en même temps que la température. De plus, comme $K_u \geq K$, on remarque que:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_{m,\varepsilon_{kk}} \geq \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_{m,P}. \quad (\text{V.14})$$

On peut de même caractériser, tant que les déformations demeurent réversibles, l'évolution de la pression de confinement en fonction de la température. L'équation (V.3) permet d'écrire que:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_{m, \varepsilon_{kk}} = (\alpha_b - \alpha_m \phi_o B) K_u. \quad (V.15)$$

Il est donc possible d'établir, dans ce cas, une relation entre les dérivées de la pression de fluide et de la pression de confinement:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{m, \varepsilon_{kk}} = \frac{1}{\zeta} \left[\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_{m, \varepsilon_{kk}} - \alpha_b K \right]. \quad (V.16)$$

3^{ème} cas: il n'existe pas de déformation, ni de variation de température à l'infini.

PALCIAUSKAS et DOMENICO (1982) ont étudié une situation plus générale, caractérisée par une absence de déformation et de variation de température à l'infini. On note \mathbf{u} le déplacement, T la température, p la pression de fluide et λ et μ les coefficients de Lamé de la roche [$\lambda = K - (2/3)\mu$]. L'équation d'équilibre des contraintes nous amène à:

$$(\lambda + \mu) \text{grad}(\text{div} \mathbf{u}) + \mu \text{lap}(\mathbf{u}) = \text{grad}(\zeta p + K \alpha_b (T - T_o)). \quad (V.17)$$

Pour une déformation irrotationnelle, il apparaît que:

$$\varepsilon_{kk} = \frac{1}{K + \frac{4}{3}\mu} [\zeta p + K \alpha_b (T - T_o)]. \quad (V.18)$$

Cette dernière relation et l'équation (V.12) contribuent à l'établissement d'un lien entre la pression de fluide et la température. On obtient finalement:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{1}{K_u + \frac{4}{3}\mu} \left[\frac{4}{3}\mu \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{m, \varepsilon_{kk}} + K_u \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{m, P} \right]. \quad (V.19)$$

dp/dT est donc défini à partir d'une moyenne pondérée des équations (V.10) et (V.13). Enfin, la variation de pression de confinement avec la température se déduit des relations (V.4) et (V.19) pour $m=m_o$:

$$\frac{dP}{dT} = \frac{1}{B} \frac{\frac{4}{3}\mu}{K_u + \frac{4}{3}\mu} \left[\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{m, \varepsilon_{kk}} - \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{m, P} \right]. \quad (V.20)$$

Les remarques énoncées plus haut permettent d'affirmer que le terme entre crochet est positif.

Sur la Figure 1 (ANNEXE 3), on a représenté l'évolution de $d(P-p)/dT$ en fonction de la porosité ϕ pour les trois types de conditions aux limites envisagés dans le cadre de cette étude. Les données d'entrée sont reportées dans le tableau 1 (ANNEXE 3). On a montré que les courbes mises en évidence pour les conditions 1) et 2) correspondent à des comportements extrêmes: elles fournissent des bornes inférieure et supérieure encadrant le domaine de variation de $d(P-p)/dT$. Lorsque $d(P-p)/dT$ est négatif, la pression de fluide augmente plus vite que la pression de confinement (conditions aux limites 1) et 3)). Lorsque la température atteint un seuil critique, on peut concevoir que la surpression de fluide initie la fissuration. Au contraire, cette éventualité semble exclue pour les conditions aux limites 2).

b. Variation de la porosité

On cherche à présent à quantifier l'évolution de la porosité ϕ en fonction de la température, tant que les déformations sont petites et réversibles. On rappelle que la porosité est égale au rapport du volume de pore V_p sur le volume total V . Par définition, on a :

$$\frac{d\phi}{\phi} = \frac{dV_p}{V_p} - \frac{dV}{V}. \quad (\text{V.21})$$

dV_p et dV sont des différentielles totales: elles dépendent de la pression de confinement P , de la pression de fluide p et de la température T .

$$\begin{aligned} dV_p &= \frac{\partial V_p}{\partial P} dP + \frac{\partial V_p}{\partial p} dp + \frac{\partial V_p}{\partial T} dT \\ dV &= \frac{\partial V}{\partial P} dP + \frac{\partial V}{\partial p} dp + \frac{\partial V}{\partial T} dT. \end{aligned} \quad (\text{V.22})$$

On exprime dV_p et dV en utilisant les paramètres de compressibilité introduits par GEERSTMA (1957) et ZIMMERMAN *et al.* (1986) [cf. équations (II.48)]. Par ailleurs, ZIMMERMAN *et al.* (1986) montrent que :

$$\begin{aligned} \frac{1}{K_{bc}} &= \frac{1}{K} & \frac{1}{K_{bp}} &= \frac{1}{K} - \frac{1}{K_s} \\ \frac{1}{K_{pc}} &= \frac{1}{\phi_o} \left(\frac{1}{K} - \frac{1}{K_s} \right) & \frac{1}{K_{pp}} &= \frac{1}{\phi_o} \left(\frac{1}{K} - \frac{1 + \phi_o}{K_s} \right). \end{aligned} \quad (\text{V.23})$$

On rappelle que ϕ_o est la porosité initiale. L'introduction simultanée de ces relations et des coefficients de dilatation thermique dans les équations (V.22) conduit à :

$$\frac{d\phi}{dT} = \frac{1}{K}(\phi_o - \zeta) \left[\frac{dP}{dT} - \frac{dp}{dT} \right] + \phi_o(\alpha_p - \alpha_b). \quad (\text{V.24})$$

Une autre formulation peut être établie en utilisant l'équation (V.9):

$$\frac{d\phi}{dT} = \frac{1}{K}(\phi_o - \zeta) \left[\frac{dP}{dT} - \frac{dp}{dT} \right] + (1 - \phi_o)(\alpha_b - \alpha_s). \quad (\text{V.25})$$

c. Déformation des fissures

Notre propos concerne plus précisément l'évolution de la perméabilité en fonction de la température. Dans un premier temps, on restreint notre étude au domaine de température impliquant des déformations petites et réversibles.

On considère, dans ses conditions, la déformation des fissures pré-existant dans la roche. Ces fissures sont assimilées à des ellipsoïdes de révolution de $1/2$ grand axe c , de $1/2$ petit axe b et de facteur de forme $A=b/c$. Les fissures se caractérisent par leur très grande sensibilité à la pression. Si la pression augmente ou diminue, elles s'ouvrent ou se ferment (dans la mesure où les déformations

sont petites et réversibles). Une élévation de température T génère des variations des pressions de fluide p et de confinement P , ce qui implique une modification de la forme des fissures.

En s'appuyant sur les travaux de DOYEN (1987), on examine la déformation sous l'effet de la pression de confinement de tubes à section elliptique (Figure V.2). Pour cette configuration particulière, cet auteur montre que le $1/2$ grand axe est quasiment invariant alors que l'ouverture est fortement affectée par la pression:

$$c(\beta) \simeq c_o \quad (V.26)$$

$$A(\beta) \simeq A_o - \beta$$

où l'index o identifie les conditions correspondant à des contraintes nulles et β vaut $2(1-\nu^2)P/E$. E et ν sont respectivement le module d'Young et le coefficient de Poisson de la matrice solide. Cette approximation est valable si $A_o\beta \ll 1$.

Pour transposer ces résultats au cas que nous analysons, on suppose tout d'abord que la longueur l des tubes considérés par DOYEN (1987) est égale à $2c$, de sorte que l'on puisse appliquer les expressions établies par DOYEN (1987) à des ellipsoïdes de révolution. En second lieu, il convient de prendre en compte la pression de confinement tout comme la pression de fluide. Ces 2 pressions tiennent des rôles antagonistes: l'augmentation de la pression de confinement joue en faveur de la fermeture des fissures, contrairement à la pression de fluide. On remplace donc P par $P-p$ dans le coefficient β intervenant dans les expressions (V.26).

En outre, on peut prédire les variations des pressions de fluide et de confinement avec la température pour des conditions aux limites données. Il devient donc possible à l'aide de ces différents résultats de déterminer le comportement des fissures en fonction de la température, pour des déformations petites et réversibles (LE RAVALEC et GUEGUEN, 1994, ANNEXE 3).

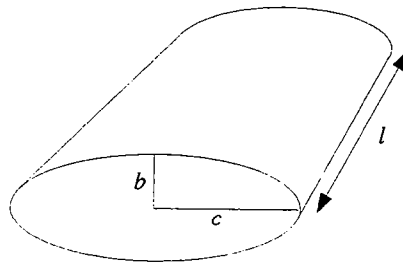


Figure V.2: Géométrie envisagée par DOYEN (1987). c est le $1/2$ grand axe, b le $1/2$ petit axe et l la longueur du tube.

d. Paramètres microstructuraux

Cette étude a été motivée par les diverses recherches entreprises à propos du stockage des déchets nucléaires. La profondeur des réservoirs potentiels est estimée être de l'ordre de 500 à 1000 mètres. Aussi semble-t-il raisonnable de se placer dans le cadre de la condition aux limites 1, à savoir d'opter pour une hypothèse de pression de confinement constante, en régime non drainé. On supposera la pression de confinement lithostatique.

Dans ces conditions, la pression de fluide augmente avec la température. Afin de compléter l'analyse de PALCIAUSKAS et DOMENICO (1982), on cherche à exprimer dp/dT (équation V.10)

en fonction des paramètres microstructuraux (facteur de forme initial des fissures, A_o) et des propriétés élastiques des différents composants (modules d'incompressibilité du solide, K_s , et du fluide, K_f).

Notre démarche s'inscrit dans la ligne avancée par WALSH (1965). Cet auteur propose, tant que les déformations sont réversibles, d'écrire le module effectif d'incompressibilité K en fonction de K_s et de la variation de porosité par rapport à la pression de confinement ($d\phi/dP$). Cependant, on considère ici l'effet de la pression de fluide p qui s'oppose à la pression de confinement: on remplace P par $P-p$. Si les fissures sont représentées par des ellipsoïdes de révolution, on obtient:

$$\frac{d\phi}{dp} = \frac{\phi}{A} \frac{dA}{dp} \quad (\text{V.27})$$

où A est le facteur de forme des fissures. En combinant les résultats de WALSH (1965) et ceux de DOYEN (1987), on montre que:

$$K \simeq K_s \left[1 - \frac{2(1-\nu^2)}{3(1-2\nu)} \frac{\phi_o}{A_o} \right]. \quad (\text{V.28})$$

L'index o définit l'état où les contraintes sont nulles. L'introduction de cette expression à l'intérieur de l'équation (V.10) nous conduit à une nouvelle forme de dp/dT (équations 11 et 12, ANNEXE 3).

2. Déformation irréversible: propagation de fissures

a. Température critique

Les travaux de PALCIAUSKAS et DOMENICO (1982) et McTIGUE (1986) s'appliquent au domaine des déformations réversibles. On prolonge cette étude en y intégrant des mécanismes de rupture. Lorsque la température s'élève, la pression de fluide croît. Quand elle atteint un seuil critique, elle est susceptible d'induire des phénomènes de coalescence et de nucléation de fissures. Le problème essentiel réside dans le choix d'un critère de rupture microscopique pour fixer ce seuil critique.

La saturation en fluide et son rôle moteur vis à vis de la fissuration nous amène à considérer des fissures de volume non nul. On choisit donc le critère suivant:

$$\sigma_{\theta\theta} = -\tau \quad (\text{V.29})$$

où τ est la résistance en traction de la roche et $\sigma_{\theta\theta}$ la contrainte tangentielle à l'extrémité de la fissure. Cette dernière (équation 13, ANNEXE 3) s'exprime en fonction de P , p et des paramètres définissant la forme de la fissure (REUSCHLE, 1989).

A partir de ce critère de rupture et de l'équation (12) (ANNEXE 3), on caractérise la pression de fluide critique p_c , ou de manière équivalente la température critique T_c , pour lesquelles débutent les processus de fissuration. Il s'avère que T_c est contrôlé essentiellement par le facteur de forme initial A_o des fissures et, dans une moindre mesure, par le module d'incompressibilité de la matrice solide. Pour illustrer ce propos, on reporte sur le Figure 4 (ANNEXE 3) la température critique en fonction de A_o (les données d'entrée sont précisées dans les Tableaux 1 et 3, ANNEXE 3). Notons que T_c est calculée pour une fissure de géométrie donnée. Pour un A_o entre 10^{-1} et 10^{-2} , T_c appartient à l'intervalle $[80^\circ\text{C}, 170^\circ\text{C}]$. Plus les fissures sont ouvertes, plus le T_c correspondant est faible. Ce comportement tient à la compressibilité des fissures: plus A_o est petit, plus la fissure est capable d'accommoder l'augmentation de pression de fluide p en se déformant. Il est donc nécessaire d'avoir une augmentation de p plus élevée pour arriver au seuil de rupture.

b. Perméabilité

Le but ultime est d'évaluer la variation de perméabilité causée par un chauffage de 200 à 300°C. On utilise le modèle de percolation développé par GUEGUEN et DIENES (1989) pour calculer la perméabilité [équation (18), ANNEXE 3]. Il importe donc de connaître au préalable la géométrie des fissures au cours de la déformation, *i.e.*, pendant l'augmentation de la température T .

Lorsque la température est peu élevée (inférieure à T_c), la fissure s'ouvre élastiquement du fait de l'augmentation de T : l'analyse de DOYEN (1987) permet de prévoir la géométrie de la fissure. Quand la température est égale à la température critique, des mécanismes de fissuration ont lieu. L'approche que nous développons s'appuie sur des hypothèses restrictives: on suppose que la fissuration se traduit uniquement par la propagation des fissures, et qu'il n'y a pas de nucléation. En outre, on suppose que l'allongement de la fissure est égal à $2dc$ (dc est un paramètre fixé arbitrairement) et que la masse de fluide à l'intérieur de chaque fissure est conservée. Ainsi, dc étant fixé, l'équation (22) de l'ANNEXE 3 donne accès aux paramètres géométriques de la fissure. Dans ces conditions, on montre que, pendant la fissuration, la fissure s'allonge et s'aplatit. L'état final de la fissuration correspond à un nouvel état stable de la fissure. Par la suite, il semble naturel d'envisager qu'une nouvelle augmentation de la température peut provoquer d'autres phénomènes de fissuration. En fait, il apparaît que la perméabilité et la porosité varient pas à pas. Ajoutons encore qu'entre 2 événements critiques, la déformation de la roche est décrite à partir de la thermoporoélasticité.

Les simulations numériques que nous avons réalisées soulignent un résultat important: la perméabilité croît d'abord en fonction de T , puis diminue (Figure 6, ANNEXE 3). Cette évolution traduit le bilan de 2 effets, à savoir l'allongement et l'aplatissement des fissures. Le premier effet conduit à une amélioration de la connectivité et donc à une augmentation de la perméabilité, le second diminue la section d'écoulement et donc la perméabilité. Cependant, lorsque le milieu est suffisamment bien connecté, seul se ressent l'influence de l'aplatissement des fissures: la perméabilité commence alors à décroître. Les simulations effectuées pour différentes valeurs de dc confirment ce résultat.

L'augmentation de perméabilité alors prédite couvre 1 à 2 ordres de grandeur.

IV. CONCLUSION

Le stockage des déchets nucléaires dans une roche hôte est susceptible d'engendrer une élévation de température de 200 à 300°C, ce qui peut provoquer une modification des propriétés de cette roche vis à vis de la circulation du fluide. Plusieurs études ont été entreprises afin d'examiner comment certaines roches (granite, argile) peuvent faire acte de barrière géologique et prévenir l'écoulement de fluide. Parmi ces roches, nous avons choisi de nous intéresser plus particulièrement aux granites. L'objectif poursuivi dans ce chapitre est de contraindre l'influence de la température, pour une roche fissurée et saturée, sur la perméabilité.

Nous avons vu que plusieurs mécanismes peuvent conduire à la coalescence ou la nucléation de fissures. Le réseaux poreux est alors modifié, ce qui induit une variation de la perméabilité de la roche. Parmi ces processus de rupture, il convient de se référer d'abord aux propriétés de dilatation des minéraux constitutifs. Le chauffage d'un granite peut produire une fissuration du fait des différences de dilatation thermique des divers minéraux ou encore de leur anisotropie de dilatation. Les expériences réalisées sur des échantillons secs ayant subi au préalable un traitement thermique indiquent qu'en dessous une température seuil (environ 120°C d'après DAROT *et al.*, 1992), on observe une diminution des propriétés de transport associée à une réduction de l'espace poreux: les minéraux se dilatent vers l'intérieur des pores/fissures. Au dessus de ce seuil, la propagation et nucléation de fissures l'emportent sur la dilatation de la matrice solide vers l'intérieur de l'espace poreux, ce qui entraîne une augmentation de la perméabilité. DAROT *et al.* (1992) rapportent que pour des échantillons chauffés jusque 300°C, la perméabilité retrouve son niveau initial. Une seconde étape de cette étude consiste à analyser la réponse d'une roche fissurée et saturée en fluide à une augmentation de la température. Dans cette perspective, nous nous sommes attachés à modéliser la perméabilité en fonction de la température en considérant la pression de fluide comme le moteur de la fissuration. A chaque fissure, on fait correspondre une température critique T_c pour laquelle elle se propage. T_c dépend essentiellement du facteur de forme A_0 initial de la fissure et, dans une moindre mesure, du module d'incompressibilité de la matrice solide. En supposant la pression de confinement constante et en considérant une profondeur de 1000 m, on montre que T_c appartient à l'intervalle [80–170°C] pour un A_0 allant de 10^{-1} à 10^{-2} : les inclusions poreuses les plus arrondies se propagent pour les températures critiques les plus basses. En outre, il s'avère que la perméabilité est contrôlée par 2 effets antagonistes: l'allongement et l'aplatissement des fissures. Dès les premiers épisodes de propagation, le modèle prédit une augmentation de la perméabilité d'un à deux ordres de grandeur. Puis, l'aplatissement des fissures devenant dominant, la perméabilité décroît.

Force est pourtant de souligner qu'au cours de cette étude, seuls des processus mécaniques ont été examinés. Une analyse plus complète obligerait à s'intéresser en outre aux effets physico-chimiques associés à la saturation en fluide de la roche fissurée. Des expériences ont été menées en laboratoire sur des échantillons de granite soumis à des gradients de température. Ainsi, MOORE *et al.* (1983) ont mesuré la perméabilité d'un échantillon de granite de Westerly, soumis à un gradient de température constant et radial (300°C-92°C). Ils ont mis en évidence une chute de la perméabilité d'un facteur 25 en l'espace de 2 semaines. Cette réduction a été attribuée à la dissolution et reprécipitation de minéraux dans les fissures, c'est à dire à un transfert de matière à l'échelle globale depuis les zones les plus chaudes vers celles qui le sont moins. Un autre processus de dissolution-recristallisation contribue à la cicatrization des fissures et donc à la décroissance de la perméabilité: il dépend cette fois d'un transfert de matière à l'échelle locale (SMITH et EVANS, 1984). La diminution de perméabilité est contrôlée par le colmatage des fissures qui réduit la connectivité. VAUGHAN *et al.* (1986), pour expliquer la forte diminution de perméabilité qu'ils ont observée sur leurs échantillons, suggèrent que la précipitation des minéraux n'est pas uniforme: la connectivité jouerait un rôle essentiel.

Ces différents arguments et données montrent que le fluide peut contribuer à l'augmentation comme à la baisse de la perméabilité, suivant les processus impliqués. En règle générale, par souci de simplification, les modèles construits ignorent le couplage mécanique/physico-chimique: chacun des

processus est abordé de manière indépendante. Par ailleurs, il existe peu de résultats expérimentaux illustrant l'évolution de la perméabilité d'une roche saturée et soumise à une élévation de température ou permettant de quantifier l'effet sur la perméabilité de chacun des mécanismes pré-cités. A titre indicatif, nous citerons les travaux de ZARISKY *et al.* (1989) et SHMONOV et VITOVTOVA (1992). Ces auteurs ont réalisé une série de mesures sur des échantillons saturés et placés dans une cellule. Ils ont dans un premier temps porté les échantillons à différents paliers de températures. Ensuite, ils les ont ramenés à température ambiante et ont effectué des mesures de perméabilité. Leurs résultats illustrent une augmentation de la perméabilité sur 1 à 2 ordres de grandeur environ pour les échantillons chauffés jusque 300°C. Cette expérience reste cependant difficile à interpréter: les processus mécaniques et physico-chimiques interagissent, ce qui constitue un avantage indéniable, mais ne permet pas d'évaluer leur effet respectif. Les confrontations entre modèles et expériences s'avèrent donc extrêmement délicates.

Enfin, on ne peut extrapoler directement les données de laboratoire, ou même les résultats du modèle que nous avons développé, à l'échelle d'un réservoir. En effet, les mesures sur des échantillons ou les prédictions de notre modèle font intervenir une perméabilité de type matriciel. Ce n'est qu'un aspect du problème car, pour un site de stockage, les échelles des hétérogénéités recouvrent une gamme beaucoup plus large. Les chemins d'écoulement du fluide sont formés de fissures, ainsi que de fractures de taille bien plus grande. La perméabilité peut s'en trouver alors fortement affectée. De plus, les expériences en laboratoire mettent en jeu des temps très inférieurs à ceux qu'il faut considérer pour juger de l'étanchéité d'une barrière géologique. La réponse de la perméabilité aux phénomènes de dissolution-recristallisation et des mécanismes de rupture diffère donc vraisemblablement.

ANNEXE 1:

Characteristic scales for rock permeability

Y. Guéguen, P. Gavrilenko and M. Le Ravalec
Université Rennes I, Géosciences Rennes, Bâtiment 15, Campus
Beaulieu, Avenue Général Leclerc, 35042 Rennes Cedex, France

Surveys in Geophysics, à paraître.

Abstract

Permeability is a transport property which is currently measured in Darcy units. Although this unit is very convenient for most purposes, its use prevents from recognizing that permeability has units of length squared. Physically, the square root of permeability can thus be seen as a characteristic length or a characteristic pore size.

At the laboratory scale, the identification of this characteristic length is a good example of how experimental measurements and theoretical modelling can be integrated. Three distinct identifications are of current use, relying on three different techniques: image analysis of thin sections, mercury porosimetry and nitrogen adsorption. In each case, one or several theoretical models allow us to derive permeability from the experimental data (equivalent channel models, statistical models, effective media models, percolation and network models).

Permeability varies with pressure and temperature and this is a decisive point for any extrapolation to crustal conditions. As far as pressure is concerned, most of the effect is due to cracks and a model which does not incorporate this fact will miss its goal. Temperature induced modifications can be the result of several processes: thermal cracking (due to thermal expansion mismatch and anisotropy, or to fluid pressure build up), and pressure solution are the two main ones. Experimental data on pressure and temperature effects are difficult to obtain but they are urgently needed.

Finally, an important issue is: up to which point are these small scale data and models relevant when considering formations at the oil reservoir scale, or at the crust scale? At larger scales the identification of the characteristic scale is also a major goal which is examined.

Key words: rocks-crust-permeability-scale

1. Introduction

Permeability is a measure of how easily fluid flows through a rock. It is certainly one of the most important physical parameters as far as the upper crust is concerned. However, rocks can be viewed as homogeneous or heterogeneous depending on the scale at which they are considered. The concept of scale is thus of fundamental importance because in situ permeability values can be significantly higher than the laboratory values due to the effect of large scale fractures. Understanding fluid flow and permeability in the crust has attracted considerable attention recently because many important problems are directly related to permeability. Mention by example, subsurface disposals of hazardous waste, basin modelling, ore deposits, and the mechanisms of faulting.

The use of permeability implies that there exists a representative element volume over which properties are averaged out. In this case, Darcy's law states that the fluid flux through a given rock surface is proportional to the pressure gradient. This linear law belongs to a large family of linear laws in physics, which relate fluxes to generalized forces (in the sense of irreversible thermodynamics). It is valid within a large but bounded domain. The bounds are well defined: if the fluid motion is too rapid, then the flow is no longer laminar and Darcy's law does not apply. This may occur for the flow of gases which have very low viscosities (for instance fluid motion at 1 m/s or more with Nitrogen). On the other hand, Darcy's law also does not apply if the gas pressure is very low because the mean free path of molecules may exceed the pore size (a situation which is commonly observed in rocks when the fluid is a gas).

Rocks permeability values cover a broad range, from 1 darcy down to 1 nanodarcy or even less. According to Darcy's law, the volumic fluid flux q is :

$$q = -\frac{k}{\eta} \frac{dp}{dx} \quad (1)$$

where dp/dx is the macroscopic pressure gradient, η the fluid dynamic viscosity and k the rock permeability. This law separates nicely the role of fluid (described through η) from that of the solid

(described through k). Using equation (1), we can identify the "natural" unit of k :

$$[k] = [q][\eta][x][p]^{-1} = [\text{m.s}^{-1}][\text{Pa.s}][\text{m}][\text{Pa}^{-1}] = \text{m}^2. \quad (\text{V.31})$$

It results that k is measured in squared meters. It is straightforward to calculate that 1 darcy = $0.987 \times 10^{-12} \text{ m}^2$, since $k = 1\text{D}$ when $q = 1 \text{ cm.s}^{-1}$, $dp/dx = 1 \text{ atm.cm}^{-1}$ and $\eta = 10^{-2}$ poise. The above dimensional analysis suggests that permeability is the cross-sectional area of some effective pipe size. Therefore the question is to identify the appropriate pipe size, as discussed previously, among others, by Thompson (1991).

2. Laboratory scale

Let us first examine this question at the laboratory scale. The identification of a characteristic length at this scale has received considerable attention over many years. Starting from the **experimental point of view**, we concentrate on the three main methods which are of current use:

- *Image analysis from thin sections*. Usually it is necessary to impregnate the pores with some material (e.g., epoxy, Wood's metal) in order to enhance the contrast between minerals and pores. This approach has been much developed and sophisticated pore-analysis algorithms exist (Erhlich *et al.*, 1991 a). Quantification of the images provides us with a variety of parameters such as porosity, pore radii, etc.

- *Mercury porosimetry* is frequently used to derive the distribution function of pore radii. It has become a standard method of characterizing the pore structure of rocks. Mercury is a non-wetting fluid so that it enters the rock when the pressure is slowly increased. The capillary pressure, P_c , is related to the smallest pore aperture R through which the mercury has to penetrate, $P_c = 2\gamma \cos(\theta)/R$, where θ is the solid/liquid angle and γ is the interfacial energy. De Gennes and Guyon (1978) have interpreted the mercury porosimetry curves in terms of percolation and suggested that one could extract from such curves a characteristic radius. Following the same idea, Katz and Thomson (1986) have shown how to derive permeability from this characteristic radius.

- *Nitrogen adsorption* is the third experimental method of current use. Assuming that adsorption proceeds through one monolayer of gas molecules, it is possible to infer the internal pore surface from the measurement of the adsorbed gas volume. Pape *et al.* (1987) have pointed out that, in this case, one is using a molecular-scale yardstick, which may be inappropriate for the fluid flow. On the other hand, this may be useful if one wants to look at the fractality of the pore surfaces (Thompson, 1991).

The above experimental methods have been used either separately or in combination to provide input data to various models. How has this been done? We classify below the models in four groups and examine, from a **modelling point of view**, the current results.

2.1 - Equivalent Channel Model (E.C.M.)

A characteristic radius is given by the surface to volume ratio of pores, $m = V_p/S_p$. This quantity is called the "hydraulic radius" (so that this model is sometimes called the hydraulic radius model) and can be considered as the simplest characteristic length. Its knowledge requires simply the determination of V_p (or equivalently porosity Φ) and S_p . Both are bulk properties which can be measured using various methods. The classical Kozeny-Carman relation states that permeability k is:

$$k = bm^2\Phi \quad (2)$$

where b is a constant (adimensional and of the order of unity) and Φ is the porosity. The above equation can be readily understood as resulting from the Dupuit-Forcheimer law

$$q = v\Phi \quad (3)$$

and a description of the porous network in terms of a bundle of pipes of radius m with a local fluid flow velocity given by Poiseuille's law

$$v = -\frac{m^2}{8\eta} \frac{dp}{dx}. \quad (4)$$

Comparing equations (2) and (3) with (1), equation (4) results (Guéguen and Palciauskas, 1994). The Kozeny-Carman equation may work relatively well for simple micro-structures, if the pore surface roughness is small. Berryman and Blair (1987) have used this relation with image analysis as input data and obtained satisfactory results. In other cases, where the pore surface S_p is determined through gas adsorption measurements, which constitute the input data, there are difficulties. Pape *et al.* (1987) have emphasized that the particular value of S_p derived in this case is not the appropriate input data for equation (2) because the fluid flow does not "see" all the details of pores surfaces which are "seen" by the adsorbed gas molecules. In other words, and as also noticed by Garboczi (1990), there is a scale effect. That scale effect can be accounted for by a fractal model (Pape *et al.*, 1987).

2.2 - Mean Radius Models - Statistical Models (M.R.M.)

The equivalent radius discussed above is a kind of average radius. From statistics, it is possible to derive a mean radius if the shapes and distributions of pores are known (Dullien, 1979). It can be shown that for tubes or cracks, the permeability can be obtained in terms of the mean tube radius r or mean crack semi-aperture w :

$$\text{for tubes : } k = \frac{\pi r^4 d}{8 l^3} \quad (5)$$

$$\text{for cracks : } k = \frac{2\pi w^3 c^2}{3 l^3} \quad (6)$$

where d is the tube length, c the crack radius, and l is the mean pore/crack spacing (Guéguen and Palciauskas, 1994). These results have been used with either image analysis or mercury porosimetry data as input data (David *et al.*, 1991; Darot *et al.*, 1992). They give satisfactory results when the distributions are rather narrow. Connectivity effects can be accounted for using percolation theory. The fraction of connected pores/cracks can be derived from microstructural parameters (Guéguen and Dienes, 1989).

2.3 - Effective Radius - Effective Media Model (E.R.M.)

The effective medium theory (Kirkpatrick, 1973) allows us to infer an average conductance for an heterogeneous disordered medium from the statistics of local conducting elements. Given that the hydraulic conductance for a pipe of radius r and length l is $g=(1/8\eta)(\pi r^4/l)$, (see, by example, David *et al.*, 1990), the calculation of the average conductance gives the value of the "effective hydraulic radius". The value of the effective conductance g_{eff} is obtained by averaging out the first order perturbation δV (Kirkpatrick, 1973):

$$\langle \delta V \rangle = \sum_i \frac{g_{eff} - g_i}{g_i + \left(\frac{z}{2} - 1\right) g_{eff}} = 0 \quad (7)$$

where z is the coordinance of the network and the g_i are the conductances of the network. This method has been used by several authors (Koplik, 1981; Doyen, 1988) with some success. The input data

used by Doyen (1988) were the distributions of pores and throats derived from image analysis. David *et al.* (1990) have shown however that, if the ERM works well for quasi-uniform distributions of conducting elements, large discrepancies appear for highly contrasted distributions such as decreasing exponential functions. This last type of distributions appears to occur frequently in rocks.

2.4 - Networks Models and Critical Radius Model (C.R.M.)

The calculation of conducting properties for regular networks is a well known problem (*e.g.*, Rink and Schopper, 1968; Seeburger and Nur, 1984). Using networks models, David *et al.* (1990) have concluded that in the cases of broad decreasing distributions of conductances (the most frequent situation), the ERM does not work because there are some particular paths connecting the few highly conductive elements which exist in the network. In that case, the flow is taking place preferentially along those paths which form a sub-network. Transport in such a network is dominated by conductances with magnitudes larger than a characteristic value g^c . The value of g^c is such that the set of conductances which are greater than g^c forms a connected cluster through the whole rock. This implies that the bond g^c is in series with the equivalent conductances g_o of the other bonds in this cluster. The effective conductance g_{eff} of that cluster is then:

$$\frac{1}{g_{eff}} = \frac{1}{g^c} + \frac{1}{g_o}. \quad (8)$$

Given that g_o is composed of many bonds, all conductances being greater than g^c , it can be concluded that $g_{eff} \approx g^c$. The remaining network is composed of bonds of conductances smaller than g^c that are essentially in parallel. Its contribution is negligible.

Therefore the hydraulic radius corresponding to g^c is the critical radius which is looked for. This model was applied to fracture networks by Charlaix *et al.* (1987) and to pores by Katz and Thompson (1987). These last authors used mercury porosimetry data as input data. They extracted the "critical radius" from the mercury injection capillary pressure curve by interpreting these curves along the same lines as de Gennes and Guyon (1978): at some critical point, filling one additional pore with mercury creates a connected path across the sample. The path that is created when the first connected cluster is formed is called a percolation cluster so that this model is a percolation model. Bernabé (1995) indicated that the critical path analysis is inadequate for the permeability of a simulated crack-pore network. This is expected since in such a case the distribution of conductances is not a broad decreasing distribution.

There exist other theoretical approaches which calculate the permeability of a given rock, so that the above review is not exhaustive. These other approaches however do not derive any characteristic length. Let us mention the work of Rothman (1988) which is of particular interest for two-phase flow, a problem not considered here but of great importance for oil reservoirs. Rothman uses a lattice gas model of fluid dynamics together with a cellular automaton and describes very nicely the relative permeabilities of oil and gas or oil and brine. Anguy *et al.* (this volume) apply volume averaging techniques in order to model the medium at various scales and calculate its permeability tensor. They use as input data image analysis data and solve the flow equations for the appropriate geometry of the structure. Homogenization theory has been used by many authors (Bensoussan *et al.*, 1978). There are also several other methods such as the local volume averaging technique (Whitaker, 1986) and the variational approach (Rubinstein, 1989) but again these methods are more mathematical tools than physical models attempting to specify the characteristic scale.

3. Variations of Permeability with Pressure

A major issue is that, at depths, rocks are exposed to high confining pressure. Increasing the lithostatic pressure reduces the permeability by progressively closing the pores, although this can be

mitigated to some extent by the presence of a pore fluid pressure. Because cracks are "compliant" and close relatively easily compared to rounded pores, lithostatic pressure effects are expected to be strong where permeability is primarily due to cracks. The pressure dependence of permeability has been investigated experimentally by a few authors (Brace *et al.*, 1965; Bernabé, 1986,1987; David *et al.*, 1994). Gavrilenko and Guéguen (1989), have used statistical models (M.R.M.) to discuss how the pressure dependence of cracked rocks can be accounted for by considering the two following effects.

The first one is the *elastic closure of cracks*: it induces an important permeability decrease. For a crack of aspect ratio $A=w/c$, the elastic closure law is approximately (Doyen, 1987)

$$c \approx c_0(1 - 2P/AE) \quad (9)$$

where E is the rock Young modulus. Guéguen *et al.* (1991) have pointed out that the progressive closure of cracks introduces a progressive disconnection of the crack network so that the flow will take place along preferential sub-networks. Then the critical radius model (C.R.M.) may be relevant to take this into account. It is also useful to emphasize that, although permeability decreases continuously, the main flow path may change discontinuously as a result of crack closure.

The second effect is due to *crack roughness*. When the asperities of the crack walls come in contact, there is a mutual indentation of the crack walls and the closure law is quite different. Basically, the roughness effect prevents an early crack closure and explains why the permeability stops decreasing at high confining pressure. In general, however, rocks contain both cracks and more rounded pores.

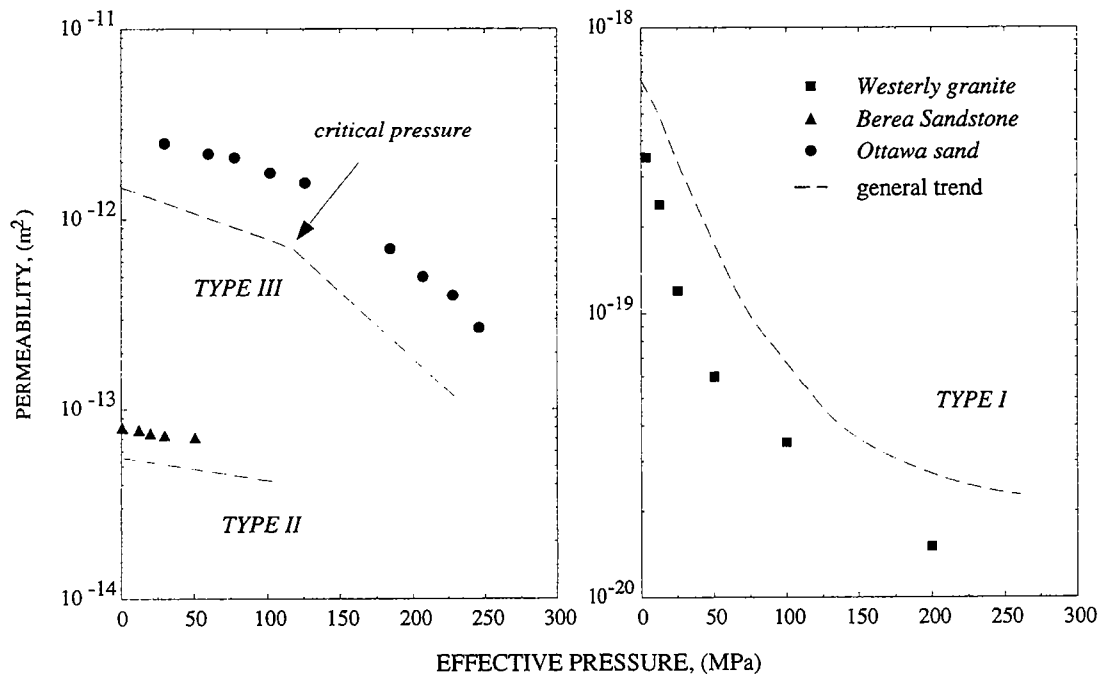


Figure 1: Variation of permeability with pressure. (From David *et al.*, 1994)

This leads David *et al.* (1994) to recognize 3 types of pressure-permeability plots for rocks (Fig.1). Type I is observed for low porosity crystalline rocks, where cracks are dominant. This is exactly the previously discussed case. Type II is observed for porous clastic rocks, such as Berea sandstone: the permeability decrease is due to the relative movement of grains and it remains rather small. Type III

is observed in unconsolidated material, where after some grain movement, grain crushing is observed at higher pressures. This is of great importance for unconsolidated oil reservoirs. In that case, a strong permeability decrease is observed above a critical pressure. The variation of k with pressure can be tentatively described below the critical pressure by

$$k = k_o \exp(-P/P^*) \quad (10)$$

where P^* is a constant for a given rock. The P^* values reported by David *et al.* (1994) range from 5-10 MPa for tight rocks up to 500 MPa for high porosity rocks.

In the general case where fluids are present at a pore fluid pressure P_p , it is the effective pressure and not the confining pressure which should be used in the above equations. This brings in another possible effect which is *pressure solution*. At grain contacts, some material can be dissolved and redeposited in the pores. Such a process results in progressive changes in the porosity and permeability. Gavrilenko and Guéguen (1993) have used mean radius models (M.R.M.) together with the kinetic laws of pressure solution in an attempt to describe the overall evolution of *in situ* permeability. They have shown that overpressures could develop depending on initial conditions.

4. Variations of Permeability with Temperature

Several geophysical fields (nuclear waste repository, geothermal recovery, or natural phenomena such as volcanism and metamorphism) are concerned with temperature changes. Heating (or cooling) involves physical processes which contribute to modify rock permeability. We examine separately the various physical processes enhanced by a thermal treatment which can induce an increase or a decrease of permeability.

Let us first consider *thermal effects on dry rocks*. Dry specimens have been heated up to a given temperature and cooled down to room temperature. Darot *et al.* (1992) investigated the effects induced by the thermal pre-treatment on permeability for granites. They pointed out that permeability, for a constant effective pressure, first decreases from its initial value at room temperature to a minimum value observed for a thermal treatment at about 100-150°C. Above this temperature, permeability increases so that, at 400°C, permeability is close to its initial value (Darot *et al.*, 1992). At higher temperatures, permeability increases by up to 2-3 orders of magnitude. However, the magnitude of permeability decrease/increase as well as the temperature threshold corresponding to the minimal permeability are controlled by effective pressure and rock type. A similar behaviour was experimentally outlined for porosity by Géraud *et al.* (1992). The previously described permeability/porosity variations can be interpreted in terms of micro-structural changes. Heating involves the expansion of the different minerals constituting the solid frame of the rock. Therefore, thermal expansion anisotropy and thermal expansion mismatch induce a stress concentration which can result in thermal cracking. Evidences of thermal cracking were provided by Cooper and Simmons (1977): they found that the length of a rock sample, measured at room temperature, was larger after than before the thermal treatment. These mechanisms allow to explain the behaviour of permeability and porosity against temperature. In the low temperature range, mineral expansion only is active: minerals expand towards the porous space. As a result, the apertures of the pre-existing cracks, and consequently permeability and porosity, decrease. It is difficult to give a quantitative prediction of this decrease because some of the expansion is accommodated through reversible elastic strain and some through irreversible small displacements. The onset of thermal cracking occurrence is detected very nicely by acoustic emissions (Baud, 1995; Glover *et al.*, 1995). For instance, experiments (Yong and Wang, 1980) indicated that thermal cracking begins at 60-70°C for Westerly granite when the thermally induced stress field is sufficient to cause new crack nucleation and propagation of existing cracks. Thermal cracking results in crack nucleation in or between minerals, propagation and opening of the pre-existing cracks. It involves significant variations of the porous space volume and

crack connectivity and contributes to increases in permeability and porosity. Above the temperature characteristic of the minimal permeability, thermal cracking is the dominant effect and permeability increases (Fig. 2). This interpretation was confirmed by Darot *et al.* (1992). They pointed out, using a statistical model (M.R.M), that crack aperture decreases at low temperatures. At higher temperatures, cracks open and their density increases.

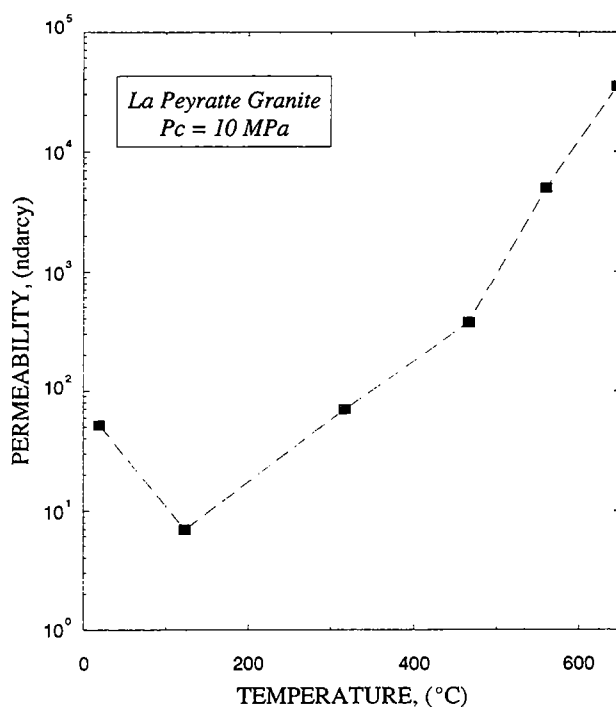


Figure 2: Variation of permeability (measured at room temperature and pressure) with the temperature of thermal cracking. Dry conditions. (From Darot *et al.*, 1992)

Very few theoretical studies were dedicated to the mechanical influence of thermal expansion on permeability. Fredrich and Wong (1986) developed a model based on a fracture mechanics analysis to calculate the critical temperature at which thermal cracking due to thermal expansion mismatch and anisotropy begins in dry rocks. Fredrich and Wong (1986) have considered square inclusions so that intergranular and intragranular crack evolutions can be accounted for. They showed that thermal cracking enhances first intergranular cracks and becomes significant at about 200°C. Wang *et al.* (1989) showed, in the case of Westerly granite, that the critical temperature derived from the previous model was in a reasonable agreement with acoustic emission data.

A second physical process capable of inducing a permeability increase is correlated to the presence of the *fluid in the pore space*. Palciauskas and Domenico (1982) and McTigue (1986) have extended the linear theory of Biot (1941) (poro-elasticity) in order to take into account temperature. These authors have investigated the rock behaviour within the limits of drained and undrained conditions. They have shown that the fluid pressure response can be described by the isothermal parameters introduced by Biot (1941) combined with nonisothermal coefficients (thermal expansion of solid, fluid and pore space). They have distinguished two types of behaviour. When thermal diffusivity is much lower than hydraulic diffusivity (as in high permeability rocks), fluid flow accommodates thermal expansion of minerals. Then, fluid pressure remains constant (drained behaviour). In this case, thermal cracking results from thermal expansion of the solid constituents as previously seen for dry rocks. On the other hand, when thermal diffusivity is much higher than hydraulic diffusivity, a rapid heating

occurs whereas fluid mass is constant (undrained behaviour). This phenomenon can take place in low permeability-high conductivity rocks, which are highly suitable for nuclear waste repositories. In this case, the difference in fluid/solid thermal expansions tends to generate a fluid pressure rise. This increase of fluid pressure appears to be also a possible driving force for thermal cracking.

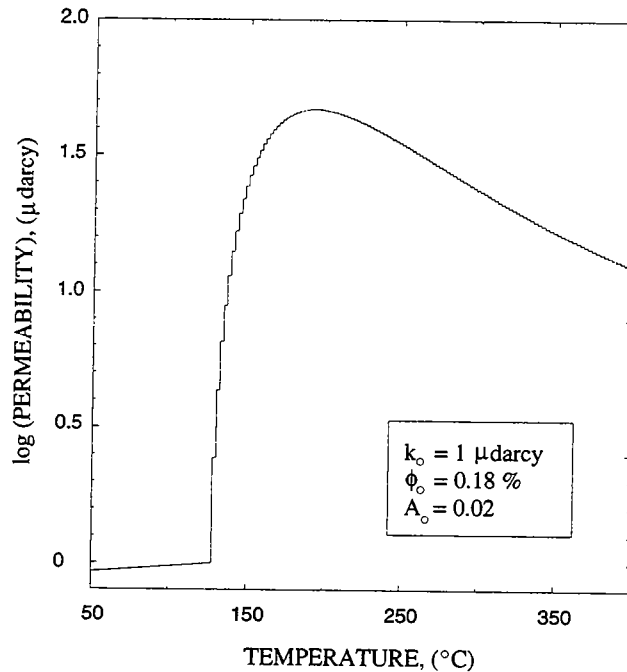


Figure 3: Calculated permeability variation for a heated saturated granite. A_0 is the initial crack aspect ratio. (From Le Ravalec and Guéguen, 1994)

However, Palciauskas and Domenico (1982) and McTigue (1986) limit their analyses to temperature intervals where deformations are reversible. A more complete investigation has to account for irreversible deformations as well. Le Ravalec and Guéguen (1994) pushed forward the previous studies in the case of undrained conditions: they combined thermoporosity with fracture mechanics in order to investigate the role of fluid as a leading force to induce thermal cracking. They expressed the isothermal coefficients defined by Biot (1941) by using the effective medium model built by Walsh (1965) for cracked rocks. For that purpose, it is assumed that cracks are modelled by oblate spheroids. As a result, the fluid pressure derivatives against temperature are calculated from micro-structural and mechanical parameters (crack aspect ratios and solid bulk modulus). It was shown that cracking occurs at a critical temperature, T_c , which is strongly controlled by the crack aspect ratio. Considering a depth of 1000 meters and assuming that the confining pressure is constant, Le Ravalec and Guéguen (1994) predict a critical temperature of 80-160°C if the initial aspect ratio is of the order of 10^{-2} . Cracks with lower aspect ratios become unstable at higher temperatures whereas more rounded cracks propagate at lower temperatures. The thinner the cracks are, the more compliant they are. Thin cracks act as "mechanical buffers". Using again a statistical model (M.R.M.) the previous authors have shown that, as long as deformations are reversible, cracks open elastically and permeability increases very slowly (equation 8). At temperatures greater than T_c , cracks propagate step-by-step. The overall permeability behaviour results from two opposite effects. First, when crack propagation takes place, crack length increases and crack connectivity is improved. This mechanism contributes to increase permeability. Second, the crack length increase produces a smaller crack aspect ratio, A . This makes crack closure much easier (equation 9) so that permeability decreases.

Consequently, permeability first increases drastically (about 2 orders of magnitude between initial temperature and 300°C) and then, becomes smaller (Fig.3). However, the fluid pressure response in saturated rocks with low permeability is likely to be intermediate between the drained and undrained cases, so that thermal cracking due to thermal expansion mismatch/anisotropy or fluid pressure rise should be considered together. In addition, chemical interactions between fluid and solid phases have not been accounted for.

Very few experiments have been performed on saturated rocks to estimate permeability against temperature. It is worth noting the work of Zaráisky *et al.* (1989) and Shmonov and Vitovtova (1992). They first heated saturated specimens in autoclaves. Then, samples were cooled down and permeability was measured. Experimental data indicated that permeability increases on 1-2 (5-6) orders of magnitude when samples were heated up to 300°C (700°C). However, these results are not easy to analyze because the different physical and chemical processes cannot be separated.

5. Variations of Permeability with Scale

A major issue related to crustal fluid flow is known as "*the scale effect*". The extrapolation of laboratory experiments to larger scale is an ubiquitous problem in the field of Earth sciences. It appears as increasingly crucial for the purpose of fluid circulation and related processes.

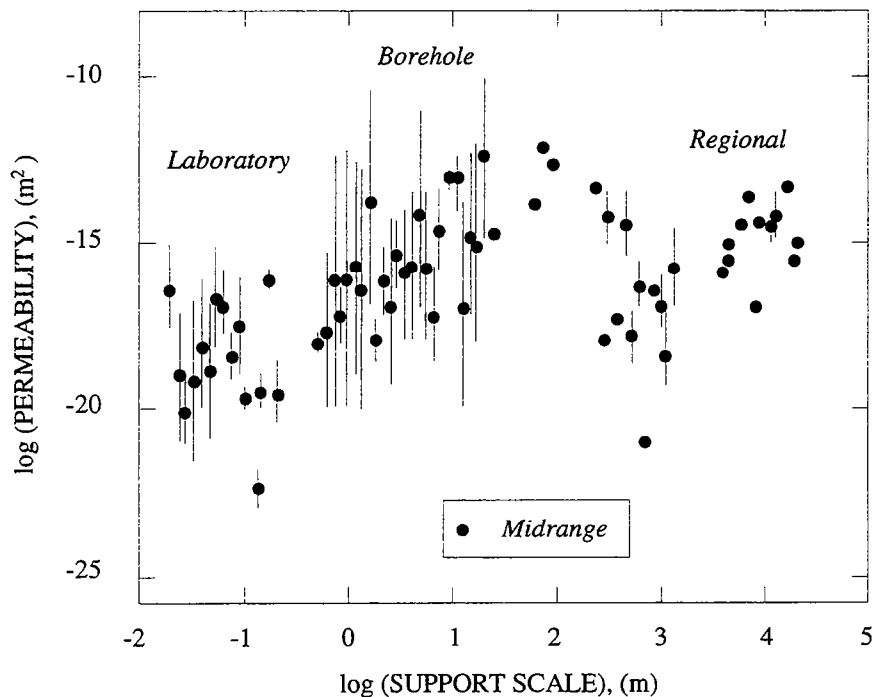


Figure 4: Permeability as a function of scale (From Clauser, 1992). Dots are midrange values

It goes hand in hand with the recognition of the major role that heterogeneities play at every scale in the crust. The successive compilations of permeability values at various scales published by Brace (1980) and Brace (1984) give a good illustration of this scale effect as well as a definition of the various scales of permeability measurement which are commonly used at present. Brace distinguished schematically the laboratory (5~15 cm), the drill hole or *in-situ* (30~300 m) and the crustal or regional (0.5~5 km) scales of measurement. The two main conclusions reported by Brace are: the permeability from laboratory scale to crustal scale seems to increase by around 3 orders of

magnitude, and, the most permeable zones measured *in-situ* are within the same range (1~100 mD) as permeability values inferred from crustal measurement. A more recent compilation by Clauser (1992) tends to confirm the initial trend (Fig.4). In particular, it shows that an average increase of around 3 orders of magnitude is expected between the laboratory and the borehole scale. However this increase does not seem to continue above 100 m. A careful study on the hydrologic experimental site of Mirror Lake by Hsieh *et al.* (1994) leads to similar conclusions. These authors compare permeability values obtained from single well tests (scale ~1 m), from multiple well hydraulic tests (scale ~100 m) and from the natural flow system driven by topography around Mirror Lake (scale ~1 km). They show in particular that values from single well test spread over 6 orders of magnitude between 10^{-2} mD and 10^4 mD. At scale around 100 m, values are within the same range excepted in zone where high conductive fracture clusters are sampled (for which permeability is higher). At kilometric scale, Hsieh *et al.* (1994) obtained a regional permeability around 10 mD.

It is interesting to notice, that the above scales (laboratory, borehole and crustal) are defined in relation with the measurement method. Relatively to the scale of heterogeneity, this distinction is arbitrary and cannot be clearly related to any characteristic scales in the crust. Indeed, the relationship between models and measurement is a key point in the discussion. According to Cushman (1986) "constitutive variables (for instance hydraulic conductivity) are always calculated with constitutive or field equations via measurement of field variables". Basically, this means that the calculation depends on our representation of the underlying physical/hydraulic support. Moreover, as a given measurement method catches only a given scale, its use precludes moving across the various scales of the problems. As such, the hydraulic characterization of a given zone is closely related to that of the characterization of heterogeneity. At this step, a complication arises from the recognition that fractures exist at all scales, so that we have to deal with embedded scales of heterogeneity. These media are termed as multiscale by Neuman (1990). On the basis of semivariogram analysis, Neuman indicates that, on a particular site, there is a succession of discrete hierarchy of correlation lengths. The juxtaposition of data from various sites suggest however that, on average, a finite correlation scale does not exist. Neuman (1990) tends to think that, on average, log hydraulic conductivity fields are organized as a continuous hierarchy forming a self similar random field with a fractal dimension. This is what Cushman refers to as a "non local theory". As seen above, a given measurement is meaningful only at a particular scale. At this scale, the measurement corresponds to an "upscaled permeability". It is questionable from such a measurement to move upwards to a higher scale, as well as to move downwards to a lower scale. As such, predictive results are hardly to be expected.

Various classes of models are commonly used to interpret field data. We do not attempt to give an exhaustive review of them but we wish to compare here their respective assumptions about heterogeneity: how do they deal with heterogeneity? We examine successively the stochastic approach, the percolation theory and renormalisation. The underlying assumption of the *stochastic approach* is that of stationarity. The modelling may be either continuous, or discrete. In the continuous case, a common practice is to assume that the permeability field is log-normal, usually noted $Y=\ln(k)$ (see Dagan, 1989). Such an assumption provides a first order representation of the structure of permeability that can be reduced to the mean $\langle Y \rangle$, the covariance function and the integral scale l_Y . The spatial correlation is accounted for in the expression of the covariance function and the heterogeneity of a given formation is defined with respect to the integral scale. The heterogeneous formation is represented by discretised blocks to which upscaled values of permeabilities are assigned, accounting for spatial variations at lower scale. The solution of a given problem depends critically on the relative values of the integral scale and the domain size, L . When $l_Y \ll L$, effective permeability expressions may be derived. This has received a large attention in the past (see review by Gelhar, 1993). As far as aquifers are concerned, it has been commonly assumed that at the formation scale, the probability density function is stationary (Dagan, 1989). At regional scale, stationarity is generally considered as unlikely and aquifers are heterogeneous. As a matter of fact, the assumption of stationarity is likely to fail on many occasions. Anderson (1995), in a comprehensive review, points out that the

concept of stationarity is strongly related to that of scales and heterogeneity is more the rule than an exception. According to Dagan (1989) aquifers at regional case are usually represented by juxtaposed heterogeneous structures. Slow variations of their respective effective values are accounted for. These variations may also be described by random functions and correlation scales may be introduced.

Stationarity is also questionable for fractured media. A description of fractured media as nested structures is proposed by Neuman (1990, 1994). According to this description, discrete sub-units divide the space in a hierarchy of scales. Correlation lengths are such that effective values for permeability may be derived for the nested sub-units. However under no circumstances can these effective values be extrapolated to larger L values, where larger sub-units are sampled. The juxtaposition of data from various sites has led Neuman to describe the fractured medium by the mean of a continuous scaling law. The scale effect is thus accounted for through a law $k_{eff}(L)$. This is however a somewhat contradictory model since the effective permeability k_{eff} should be scale independent if L is large enough (*i.e.* larger than the R.E.V. scale). Analyses of scale effects based on spectral cut off methods by Ababou and Gelhar (1990) on fractal media leads to a similar difficulty. In all cases, the stationary assumption is lost.

In the *discrete representation*, geometric and hydraulic properties of fractures are statistically introduced, *i.e.* their spatial distribution, extension and orientation. As for the continuous representation, discrete fracture modelling has mainly assumed stationarity. In particular, Cacas *et al.* (1990) used discrete fractures to infer global permeability at the intermediate (15m x15m x15m) scale. The calculated values were calibrated on the injection tests in boreholes. They are found to depend drastically on the hydraulic aperture values used in the modelling. The validity of the assumption of stationarity is also questioned by Cacas *et al.* These authors suggest that at larger scale, say 1km, new low density geological features (*e.g.*, major faults) are not statistically representative and cannot be accounted for in a stochastic approach. As a consequence, they must be identified independently by various methods and introduced deterministically in hydraulic models. The resulting method is thus midway between a stochastic and a deterministic approach. The present situation is thus that various procedures have been proposed in the field of discrete stochastic modelling to release us from the assumption of stationarity. In principle, discrete representations should be able to describe situations with various scales of heterogeneities. However, strong limitations resulting from both computation times and geometrical characterization of fractures networks must be considered.

As seen in the first part, *percolation theory* is basically related to the notion of connectivity and has been first developed to account for the transition from connected to disconnected network (Broadbent and Hammersley, 1956). Thus, a central concept in percolation theory is that of percolation threshold. This threshold is reached for a critical probability of site occupancy or bond occupancy on a network. This probability may be related to geometrical characteristics (density, length, orientation) of fractures. But how does percolation deal with scale effects? The relevant parameter is the correlation length, usually noted ξ which is a characteristic length of the percolation network (Stauffer & Aharony, 1992). The homogenization volume (the REV) is reached as soon as $L \gg \xi$. ξ is found to vary like $(p-p_c)^{-\nu}$ where p is the probability of connection between fractures, p_c is the critical probability at the threshold and ν is a critical exponent which depends only on the dimension of the system. This scaling relationship shows that the closer to the percolation threshold the system is, the higher the correlation length is. Conductivity is expected to vary like $L^{-\mu/\nu}$ when $L \ll \xi$ (fractal regime) and like $\xi^{-\mu/\nu}$ when $L \gg \xi$ (homogeneous regime), where μ is a second critical exponent related to conductivity. Moreover the geometry of the percolating cluster can be conveniently described with a "link-node-blobs" superlattice. In this geometrical representation, a cubic lattice of nodes at distance ξ are connected by links having both singly connected bonds and blobs (Stauffer & Aharony, 1992). Despite its convenient framework, percolation theory has still received little attention to describe fluid flow at the field scale. Gavrilenko and Guéguen (1989) tentatively used a percolation model to interpret the physical properties of the crust. They assumed that fractures are distributed over a network with a cell size of hectometric length. The relation between this scale and the intimate

structure of a "fracture" remained however problematic. Hestir and Long (1990) attempted to derive permeability for variable fracture length systems. They removed those fractures which do not change permeability. In that case the correlation length remained empirically determined, and the extension to a more complex geometry is not clear. More recently, Bour & Davy (1994) suggested from the analysis of natural fracture systems that fractures at every scale contribute to permeability. Charlaix *et al.* (1987) studied from a percolation point of view the case of a broad distribution of fracture apertures and pointed that sub-networks could control the flow. This is similar to the previously described "critical radius model" at the laboratory scale. Finally, following the extensive review of Berkowitz and Balberg (1993), we are tempted to conclude that due the difficulty of integrating the whole complexity of natural system into percolation approach, the use of percolation theory remains a major challenge. Until now, it should rather be seen as a powerful guideline for future studies.

Renormalisation has been introduced by Wilson (1971) to solve the questions raised by critical phenomena. Basically, the space is divided into small cells. Each cell is characterised by a particular value of the relevant parameter. The cells are then gathered into small groups. Each of these small groups is replaced by a super cell with an average value of the considered parameter and so on. Since percolation is a critical phenomenon, there are strong links between renormalisation and percolation theory. Various quantities may be "renormalised". For our purpose, let us notice that networks connectivity and conductance may be calculated this way. The very first attempts to apply renormalisation ideas in the field of Earth sciences are probably due to Madden (1976, 1983). This has been further developed by King (1987). King shows in particular how homogenization proceeds when we move towards higher scales. The block renormalisation method developed by King is found to be very accurate in many cases, excepted for some highly contrasted geometries. In addition, the method is computationally cheap. That allows to account for very broad scales of heterogeneities.

This method can be used by introducing a distribution of scales. Conductive properties for large 3D networks can be computed and that allows to discuss hydraulic crustal properties from the small scale the regional one in relation to the distribution of fracturation. As pointed out by King (1989), the major limitation of the method is that it cannot describe fluid flow paths. In addition the method has been, so far, only implemented for regular geometrical networks, and the transition to real complex media is not obvious. Nevertheless, despite these restrictions, this method seems to be a promising way to account for scale effects.

6. Conclusions

Permeability is a physical parameter of great importance in the upper crust because it allows us to quantify directly the amount of fluid flow. Fluid flow is the process which assures as well small range and long range transport of material. The main fluids of interest are oil, gas, and water. The main issues involving fluid flow are *oil and water resources*, but also subsurface waste disposals and the mechanical-seismic response of the crust, *e.g. environmental hazards*.

Many experiments have provided data on rock permeability at the laboratory scale. The effects of pressure or temperature have been evidenced and several mechanisms of permeability decrease (pressure effect) or increase (temperature effect) have been identified. There exist several possible models to interpret the data, although none of them is universal. The search for a universal model does not seem to be justified given that an appropriate choice of the model combined to an appropriate choice of the input data can lead to a satisfactory interpretation. We cannot consider however that our present experimental knowledge is sufficient. Because high temperature-high pressure experiments are difficult, there is in fact a lack of comprehensive experimental investigations. For instance the combined effect of pressure and temperature on permeability through processes such as pressure-solution has almost not been investigated. A first conclusion of this paper is thus that more experimental efforts should be accomplished on this side.

Taking into account the scale effect is a challenging issue. Previous investigations have documented the fact that permeability seems to increase by 3 orders of magnitude between the

laboratory scale and the drill-hole scale. This has led to the recognition of the major role of heterogeneity. It is likely that every scale contributes to permeability but there is not yet any model which allows us to quantify this in an appropriate way. A second simple conclusion is thus that both theoretical and experimental efforts are urgently needed in that matter.

Acknowledgements

We are pleased to thank P. Glover and the reviewers for their careful review of this paper. This work has been supported by the C.N.R.S. (GdR Géomécanique and DBT Fluides et Failles).

References

- Ababou, R. and Gelhar, L.W.: 1990, 'Self-similar Randomness and Spectral Conditioning: Analysis of Scale Effects in Subsurface Hydrology', Chapter XIV, in J. H. Cushman (ed.), *Dynamics of Fluids in Hierarchical Porous Media*, Academic press, New-York, 393-428.
- Anderson, M.P.: 1995, 'Characterization of Geological Heterogeneity', in *Proceedings of the Second IHP/IAHS George Kovacs Colloquium on "Subsurface Flow and Transport: The stochastic approach"*, Unesco, Paris.
- Anguy et al (this volume)
- Baud, P.: 1995, 'Etude Théorique et Exprimmentale de la Fracturation des Roches de la Croûte', *Thèse*, Université Louis Pasteur, Strasbourg.
- Bensoussan, A., Lions, J.L. and Papanicolaou, G.: 1978, *Asymptotic Analysis for Periodic Sructures North Holland*, New York.
- Berkowitz, B. and Balberg, I.: 1993, 'Percolation Theory and Its Application to Groundwater Hydrology', *Water Resour. Res.*, 29(4), 775-794.
- Bernabé, Y.: 1986, 'The Effective Pressure Law for Permeability in Chelmsford Granite and Barre Granite', *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abst.*, 23, 267-275.
- Bernabé, Y.: 1987, 'A Wide Range Permeameter for Use in Rock Physics', *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abst.*, 24, 309-315.
- Bernabé, Y.: 1995, 'The Transport Properties of Networks of Cracks and Pores', *J. Geophys. Res.*, XXXX.
- Berryman, J. G. and Blair, S. C.: 1987, 'Kozeny-Carman Relations and Image Processing Methods for Estimating Darcy's Constant', *J. Appl. Phys.*, 62, 2221-28.
- Biot, M.A.: 1941, 'General Theory of Three Dimensional Consolidation', *J. Appl. Phys.*, 12, 155-164.
- Bour, O. and Davy, Ph.: 1994, 'Fluid Transfer Through Fractured Rocks: the Role of the Geometry of Faults Networks', *Chapman Conference, Burlington USA, September 1994*.
- Brace, W.F., Orange, A. S., and Madden, T.R.: 1965, 'The Effect of Pressure on the Electrical Resitivity of Water Saturated Crystalline Rocks', *J. Geophys. Res.*, 70, 5669-5678.
- Brace, W.F.: 1980, 'Permeability of Crystalline and Argillaceous Rocks', *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abst.*, 17, 241-251.
- Brace, W.F.: 1984, 'Permeability of Crystalline Rocks: New In-situ Measurements', *J. Geophys. Res.*, 89, 4327-4430.
- Broadbent, S.E. and Hammersley J.M.: 1956, 'Cristal and Mazes', *Proc. Camb. Phil. Soc.*, 53, 629-641.
- Cacas, M.C., Ledoux E., de Marsily G., Tillie B., Barbreau A., Durand E., Feuga B. and Peaudecerf P.: 1990, 'Modelling Fracture Flow With a Stochastic Discrete Fracture Network: Calibration and Validation. 1. The Flow Model', *Water Resour. Res.*, 26(3), 479-489.
- Charlaix, E., Guyon E., and Roux S.: 1987, 'Permeability of a Random Array of Fractures of Widely Varying Apertures', *Transp. Porous Media*, 2, 31-43.
- Clauser, C.: 1992, 'Permeability of Crystalline Rocks', *EOS Trans. AGU*, 73 (21), 233, 237-238.

- Cooper, H.W., and Simmons, G.: 1977, 'The Effect of Cracks on the Thermal Expansion of Rocks', *Earth Plan. Sci. Lett.*, 36, 404-412.
- Cushman, J.H.: 1986, 'On Measurement, Scale and Scaling', *Water Resour. Res.*, 22(2), 129-134.
- Cushman, J.H.: 1990, 'An Introduction to Hierarchical Porous Media', Chapter I, in J. H. Cushman (ed.): *Dynamics of Fluids in Hierarchical Porous Media*, Academic press, New-York, 1-6.
- Dagan, G.: 1989, *Flow and Transport in Porous Formations*, Springer-Verlag, New-York.
- Darot, M., Guéguen, Y. and Baratin, M.L.: 1992, 'Permeability of Thermally Cracked Granite', *Geophys. Res. Lett.*, 19, 869-872.
- David, C., Guéguen, Y., and Pampoukis, G.: 1990, 'Effective Medium Theory and Network Theory Applied to the Transport Properties of Rocks', *J. Geophys. Res.*, 95, 6993-7005.
- David, C., Wong, T.F., Zhu, W., and Zhang, J.: 1994, 'Laboratory Measurement of Compaction-induced Permeability Change in Porous Rocks: Implications for the Generation and Maintenance of Pore Pressure Excess in the Crust', *Pageoph.*, 143, 425-456.
- Doyen, P.M.: 1987, 'Crack Geometry in Igneous Rocks: A Maximum Entropy Inversion of Elastic and Transport Properties', *J. Geophys. Res.*, 92, 8169-8181.
- Doyen, P.M.: 1988, 'Permeability Conductivity and Pore Geometry of Sandstone', *J. Geophys. Res.*, 93, 7729-7740.
- Dullien, F.A.L.: 1979, *Porous Media: Fluid Transport and Pore Structure*, 369pp, Academic, San diego, Calif.
- Erhlich, R., Crabtree, S.J., Horkowitz, K.O., and Horkowitz, J.P.: 1991a, 'Petrography and Reservoir Physics I: Objective Classification of Reservoir Porosity', *A.A.P.G. Bulletin*, 75, 1547-1562.
- Fredrich, J.T. and Wong, T.F.: 1986, 'Micromechanics of Thermally Induced Cracking in Three Crustal Rocks', *J. Geophys. Res.*, 91, 12,743-12,764.
- Garboczi, E.J.: 1990, 'Permeability, Diffusivity, and Microstructural Parameters: a Critical Review', *Cement and Concrete Research*, 20, 591-601.
- Gavrilenko, P. and Guéguen, Y.: 1989, 'Percolation in the Crust', *Terra Nova*, 1, 64-68.
- Gavrilenko, P. and Guéguen, Y.: 1993, 'Fluid overpressures and Pressure solution in the Crust', *Tectonophysics*, 217, 91-110.
- Gavrilenko, P. and Guéguen, Y.: 1989, 'Pressure Dependence of Permeability: A Model for Cracked Rocks', *Geophys. J. Int.*, 98, 159-172.
- Gelhar, L. W.: 1993, 'Stochastic Subsurface Hydrology', Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- de Gennes, P.G. and Guyon, E.: 1978, 'Lois Générales pour l'Injection d'un Fluide dans un Milieu Poreux Aléatoire', *Journal de Mécanique*, 17, 403-432.
- Géraud, Y., Mazerolle, F. and Raynaud, S.: 1992, 'Comparison between Connected and Overall Porosity of Thermally Stressed Granites', *J. Struct. Geol.*, 14, 981-990.
- Glover, P.W.J., Baud, P., Darot, M., Meredith, P.G., Boon, S.A., Le Ravalec, M., Zoussi, S. and Reuschlé, T.: 1995, ' α/β Phase Transition in Quartz Monitored Using Acoustic Emissions', *Geophys. J. Int.*, 120, 775-782.
- Guéguen, Y., David, C. and Gavrilenko, P.: 1991, 'Percolation Networks and Fluid Transport in the Crust', *Geophys. Res. Lett.*, 18, 5, 931-934.
- Guéguen, Y. and Dienes, J.K.: 1989, 'Transport Properties of Rock from Statistics and Percolation', *Math. Geol.*, 21, 1-13.
- Guéguen, Y. and Palciauskas, V.V.: 1994, *Introduction to the Physics of Rocks*, Princeton University Press, Princeton, N.J.
- Hestir, K. and Long, J.C.S.: 1990, 'Analytical Expressions for the Permeability of Random Two-Dimensional Poisson Fracture Networks Based on Regular Lattice Percolation and Equivalent Media Theories', *J. Geophys. Res.*, 95(13), 21, 565-21, 581.
- Hsieh, P.A., Shapiro, A.M., Goode, D.J., and Tiedeman, C.: 1994, 'Hydraulic Conductivity of Fractured Crystalline Rocks From Meter to Kilometer Scale: Observation From the Mirror Lake Site', New-Hampshire, Chapman Conference, Lincoln USA, June 1994.

- Katz, A.J. and Thomson, A.H.: 1986, 'A Quantitative Prediction of Permeability in Porous Rocks', *Phys. Rev. B*, 24, 8179-8181.
- King, P.R.: 1989, 'The Use of Renormalization for Calculating Effective Permeability', *Transport in Porous Media*, 4 (1), 37-58.
- Kirkpatrick, S.: 1973, 'Percolation and Conduction', *Rev. Mod. Phys.*, 45, 574-588.
- Koplik, J.: 1981, 'On the Effective Medium Theory of Random Linear Networks', *J. Phys. C.*, 14, 4821-4837.
- Le Ravalec, M. and Guéguen, Y.: 1994, 'Permeability Models for Heated Saturated Igneous Rocks', *J. Geophys. Res.*, 99, 24,251-24,261.
- Madden, T.R.: 1976, 'Random Networks and Mixing Laws', *Geophysics*, 41(6A), 1104-1125.
- Madden, T.R.:1983 , 'Microcrack Connectivity in Rocks: A Renormalization Group Approach to the Critical Phenomena of Conduction and Failure in Crystalline Rocks', *J. Geophys. Res.*, 88 (B1), 585-592.
- McTigue, D.F.: 1986, 'Thermoelastic Response of Fluid-Saturated Porous Rock', *J. Geophys. Res.*, 91, 9533-9542.
- Neuman, S.P.: 1990, 'Universal Scaling of Hydraulic Conductivities and Dispersivities in Geologic Media', *Water Resour. Res.*, 26(8), 1749-1758.
- Neuman, S.P.: 1994, 'Generalized Scaling of Permeabilities: Validation and Effect of Support Scale', *Geophys. Res. Lett.*, 21(5), 349-352.
- Palciauskas, V.V. and Domenico, P.A.: 1982, 'Characterization of Drained and Undrained Response of Thermally Loaded Repository Rocks', *Water Resour. Res.*, 18, 281-290.
- Pape, H., Riepe, L. and Schopper, J.R.: 1987, 'Theory of Self-Similar Network Structures in Sedimentary and Igneous Rocks and their Investigation with Microscopical and Physical Methods', *J. Microscopy*, 148, 121-147.
- Rink, M. and Schopper, J.R.: 1968, 'Computations of Network Models of Porous Media', *Geophys. Prospect.*, 16, 277-294.
- Rothman, D.H.: 1988, 'Cellular Automaton Fluids: A Model for Flow in Porous Media', *Geophysics*, 53, 509-518.
- Seeburger, D.A. and Nur, A.: 1984, 'A Pore Space Model for Rock Permeability and Bulk Modulus', *J. Geophys. Res.*, 89, 527-536.
- Shmonov, V.M. and Vitovtova, V.M.: 1992, 'Rock Permeability for the Solution of the Fluid Transport Problems', *Experiment in Geosciences*, 1, 1-49.
- Stauffer, D. and Aharony, A.: 1992, 'Introduction to Percolation Theory', 2nd ed., Taylor and Francis, Washington, D.C.
- Thompson, A.H.: 1991, 'Fractals in Rock Physics', *Ann. Rev. Earth and Planet. Sci.*, 19, 237-262.
- Walsh, J.B.: 1965, 'The Effect of Cracks on the Compressibility of Rock', *J. Geophys. Res.*, 70, 381-389.
- Wang, H.F., Bonner, B.P., Carlson, S.R., Kowallis, B.J., and Heard, H.C. : 1989, 'Thermal Stress Cracking in Granite', *J. Geophys. Res.*, 94, B2, 1745-1758.
- Whitaker, S.:1986, 'Flow in Porous Media I: a Theoretical Derivation of Darcy's Law', *Transport in Porous Media*, 1, 3-25.
- Wilson, K.G., (1971), 'Renormalization group and Critical Phenomena', *Phys. Rev. B*, 4, 3174 -3205.
- Yong, C. and Wang, C.: 1980, 'Thermally Induced Acoustic Emission in Westerly Granite', *Geophys. Res. Lett.*, 7, 1089-1092.
- Zaraisky, G.P., Balashov, V.N. and Zonov, S.V.: 1989, 'Thermal Decompaction of Rocks and its Effect on Permeability', in Miles (ed.), *Water-rock Interaction*, Balkema, Rotterdam, 797-800.

ANNEXE 2:

Transport properties and microstructural characteristics of a thermally cracked mylonite

M. Le Ravalec⁽¹⁾, M. Darot⁽²⁾, T. Reuschlé⁽²⁾ and Y. Guéguen⁽¹⁾

⁽¹⁾ Université Rennes I, Géosciences Rennes, Bâtiment 15, Campus Beaulieu, Avenue Général Leclerc, 35042 Rennes Cedex, France

⁽²⁾ E.O.P.G.S., C.N.R.S. URA 1358, Laboratoire de Physique des Matériaux, 5 rue René Descartes, 67084 Strasbourg Cedex, France

Short title: Transport properties of a thermally cracked mylonite

Pure and Applied Geophysics, à paraître.

Abstract

An experimental study was carried out on a granitic mylonite (La Bresse, France) to analyse the influence of pore microstructure on transport properties. Different crack networks were obtained by a controlled thermal treatment. Microstructures were analysed by means of gas adsorption and mercury porosimetry. Transport properties have been investigated by measuring gas permeability and electrical conductivity. The dependence of permeability on confining pressure shows an exponential decrease, characteristic of a porosity made of cracks. Correlations between measured parameters have been analysed by comparing them with relations deduced from theoretical models. Linking the formation factor to the porosity leads to a rather low tortuosity value (about 2.4) characterizing a medium with a well connected porosity. Correlation between permeability k and formation factor F leads to a power-law relation $k \propto F^{-n}$ where $n \approx 2.9$, which is consistent with a crack model describing the behaviour of the thermally treated rock.

Introduction

Investigating flow properties in rocks is of major interest for many research fields. Transport properties (permeability and electrical conductivity) are directly correlated to porosity: they depend strongly on pore space microstructure, i.e. connectivity, pore/crack geometry, pore/crack density, tortuosity... The description of microstructure is difficult and time-consuming, but the data obtained are especially valuable for testing models. Actually, numerous theoretical models were developed to derive transport properties from microstructural parameters: the pipe/crack model of Guéguen and Dienes (1989), the equivalent channel model of Walsh and Brace (1984), the percolation model of Katz and Thompson (1987)... One of the main problems inherent to a quantitative description of microstructure is linked to the investigated size scale. In other words, how to characterize the porous network which really contributes to flow?

In this paper, we are concerned with the influence of pore microstructure on transport properties. Instead of studying a suite of different rocks, we rather chose to consider a single rock with different microstructures. These distinct microstructures were obtained by a thermal pre-treatment which induced an isotropic cracking. Thermal cracking is due to internal stress concentrations following thermal expansion mismatch or thermal expansion anisotropy of grains. Fredrich and Wong (1986) examined the effects of temperature changes on the pore structure. They distinguished intergranular and intragranular cracks. Wang *et al.* (1989) investigated thermal cracking in four heated granites: they quantified thermally induced cracking. As thermal cracking affects pore microstructure, it can greatly influence transport properties: permeability (Bauer and Johnson, 1979) and electrical conductivity (Ruffet, 1993). We report below the results obtained from a detailed characterization of the microstructure and measurements of transport properties.

Each rock sample was submitted to the following analysis. When the thermal cycle was completed, porosity was first examined at room temperature and pressure. Then specimens were dried at 80°C for a week and gas permeability measurements were performed at different confining pressures. Next, specific surface areas were determined by using a gas adsorption method and electrical conductivity was investigated on the specimens. Permeability and electrical conductivity were measured along the core axis. Finally, samples were submitted to mercury injection in order to estimate porosity, specific surface area and pore size distributions. It is important to point out that the samples were not examined directly for the present study and that our inferences on the microstructure are only based on the indirect methods of mercury porosimetry and gas adsorption.

Experimental methods

Sample material and thermal treatment

The selected rock was a fine-grained granitic mylonite from La Bresse (France) with two grain size families: about 10 and 100 μm . La Bresse mylonite is composed of 71% quartz, 15% feldspar, 8% mica and 6% hornblende (Glover *et al.*, 1995). The tested specimens were cores ground square at both ends (20 mm in diameter and 40 mm in length). The isotropy of the starting material was checked by measuring V_P -velocities in three perpendicular directions. We obtained values ranging from 4836 to 4937 m/s. Thus we can consider that our material is isotropic within 2%. Before performing other measurements, the samples were precracked by a thermal treatment. This treatment was composed of three stages: (1) a slow temperature rise at a gradient of 1°C per minute to avoid thermal shock, up to a given ultimate temperature, (2) a 30 minutes long constant temperature regime, (3) a cooling stage, down to room temperature at a 1°C per minute thermal gradient to prevent any quenching. Five ultimate temperatures were chosen (220°C , 315°C , 450°C , 610°C and 700°C). This treatment preserves the isotropy of the material, thus measurements of transport properties were performed in only one direction.

Mercury porosimetry

This technique was developed to determine the pore size distribution in the macropore range. Since the angle of contact θ of mercury with a solid is about 130° , an excess pressure has to be applied to force liquid mercury into the pores of a solid. Pressure and pore radius are correlated by the Washburn equation modified by Lenormand *et al.* (1983). These authors modelled the porous network by tubes with a rectangular cross section, where a is the semi-length and b is the semi-width of the cross section area.

$$P = \frac{-2\gamma \cos(\theta)}{r} \quad (1)$$

where P is the applied pressure, θ is the angle of contact between mercury and solid, γ is the surface energy (about 0.48 Nm) and r is the mean radius of the pore: $2/r = 1/a + 1/b$.

Experiments were carried out with an automatic porosimeter the investigation range of which extends from about $r = 35 \text{ \AA}$ (corresponding to a maximum pressure of 200 MPa) to about $r = 80 \text{ }\mu\text{m}$ (corresponding to a pressure close to vacuum). Measurements correspond to an unstressed state. Mercury intrusion was performed by increasing pressure up to 200 MPa. Then, pressure was decreased: this stage corresponds to mercury extrusion.

Gas adsorption

The physical adsorption of a gas (in our case, nitrogen) on a solid yields information about the internal surface area of the solid and the pore size distribution in the micropore range ($<300 \text{ \AA}$). The experimental procedure is quite different from the mercury porosimetry technique and is run in two sequential steps: (1) a blank measurement using He which does not adsorb; (2) an adsorption/desorption measurement using N_2 . This procedure leads to curves linking the gas amount present in both the sample holder and the sample itself (internal pore space) to the gas pressure. The adsorption/desorption curve for N_2 is simply the difference between both curves. The interpretation of this adsorption curve relies on the BET model (Gregg and Sing, 1982, p. 42) which leads to an estimate of the internal surface area of the solid. With this method, pores or cracks with very small aperture are explored ($15 \text{ \AA} < r < 300 \text{ \AA}$). This range overlaps the lowest part of the mercury porosimetry range. Thus gas adsorption and mercury porosimetry are best regarded as complementary. Each of them becomes increasingly uncertain as its scope is extended: gas adsorption when $r \geq 500 \text{ \AA}$ and mercury injection when $r \leq 50 \text{ \AA}$.

Permeability

Permeability measurements were carried out with gas (nitrogen), using a steady state method, with a permeameter which allows us to increase confining pressure and pore pressure up to 20 MPa. Measurements were performed with the downstream pore pressure remaining under atmospheric pressure during the whole experiment whereas the pore pressure was increased by only changing the upstream pressure and hence the differential pore pressure (Debschütz *et al.*, 1991). The experimental procedure, for a fixed confining pressure, consists in measuring the volumic flow for a given upstream pore pressure. An apparent permeability k_a is derived from these volumic flow data by using a modified version of Darcy's law which accounts for gas compressibility:

$$k_a = \eta Q \frac{L}{A} \frac{p_d}{\bar{p}(p_u - p_d)} \quad (2)$$

where η is the viscosity of the gas, Q is the gas volumic flow, L and A are the length and the cross section area of the sample, p_d and p_u are respectively the downstream and upstream pore pressures, and is calculated as the arithmetic mean of p_d and p_u .

However, as volumic flow is small, a molecular effect, also called Klinkenberg effect, takes place (Bear, 1972, p. 129). Actually, for weak flows, a deviation from Darcy's law is observed due to the gas slippage at the porewall. The true permeability k_t is derived from the following empirical relation:

$$k_t = \frac{k_a}{1 + \frac{\delta}{p}} \quad (3)$$

where δ is the Klinkenberg factor. In other words, δ is the slope of the best straight line through data points on a $k_a = f(1/\bar{p})$ plot, divided by the intercept k_t with the k_a -axis. The true permeability k_t characterizes an infinite pore pressure. This procedure was repeated for four confining pressures (5, 10, 15 and 20 MPa).

Electrical conductivity

Samples were jacketed with a tight silicone sleeve and placed under vacuum for at least 4 hours. Then, they were saturated with a degassed NaCl solution of conductivity σ_f . They were left for one week in the brine prior to any electrical measurement. Data acquisition was performed with a WTW LF 2000 conductivimeter at a fixed frequency of 4 kHz and at room temperature and pressure (David *et al.*, 1993; Ruffet, 1993). Conductivity was measured with a two-electrode device by applying electrodes to both ends of samples. These measurements provide the effective conductivity σ of the saturated samples. They allow deriving the formation factor F defined by the following relationship:

$$\sigma = \frac{\sigma_f}{F} + \sigma_s \quad (4)$$

where σ_s is the surface conductivity of the sample. Effective conductivity was measured successively for each sample saturated with 3 different NaCl brines ($\sigma_f = 1, 3$, and 7 S/m). However, before being saturated with these brines, samples were washed out with a deionized water in order to remove any trace of salt in the specimens. This cleaning process was performed on a close circuit (composed of a pump and a cartridge of ion exchanging resins) until the conductivity of the circulating water reached the value of deionized water ($150\text{--}200\mu\text{S/m}$). As a result, F corresponds to the inverse slope of the best straight line through data points on a $\sigma = f(\sigma_f)$ crossplot and σ_s is the intercept with the σ -axis.

Experimental results

Mercury porosimetry

Figure 1 displays mercury intrusion/extrusion curves obtained on a sample precracked at 700°C. The fact that the curves of volume against pressure for the penetration and withdrawal do not coincide is a general feature of mercury porosimetry. One of the best known explanations for this reproducible hysteresis is based on the «ink bottle» model (Gregg and Sing, 1982, p. 128). Let us imagine a large pore only connected to a narrow one. The pressure required to force mercury into a pore with a narrow neck is higher than that for a large pore. When pressure drops, mercury leaves first the narrow pore. The larger pore could be drained also at a lower pressure, but at that pressure it is not possible to force mercury out of the narrow pore. Consequently, mercury is trapped in the large pore.

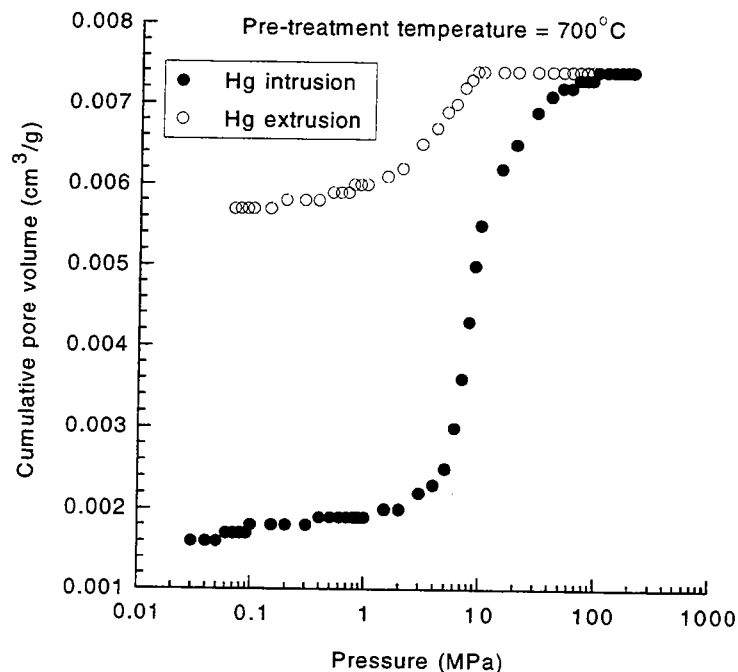


Figure 1: Plot of cumulative pore volume per unit of mass against mercury pressure for a mylonite sample pre-heated at 700°C.

Transport properties

Gas permeability were only measured for samples heated up to an ultimate temperature higher than 300°C. Below this threshold volumic flows were too low for permeability to be estimated with enough accuracy. Experiments were conducted at four different confining pressures for each sample in order to investigate pressure influence on permeability. We have reported the true permeability k_t against pre-treatment temperature on figure 2. It increases with temperature, the effect being more important as the confining pressure decreases. This is due to the fact that the closure effect of the confining pressure counterbalances the opening effect of thermal treatment.

The plot of conductivity against pre-treatment temperature on figure 3 shows that the effective conductivity of samples saturated with NaCl brines of conductivity σ_f , first decreases slightly with increasing ultimate temperature up to 300°C and then increases drastically for higher pre-treatment temperatures. Let us note that surface conductivity is negligible here since our brines have high salinities.

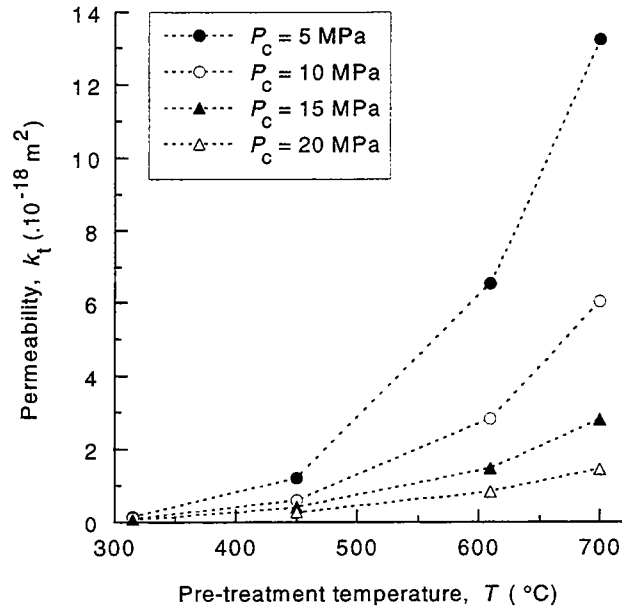


Figure 2: Plot of true permeability k_t against pre-treatment temperature T for different confining pressures P_c .

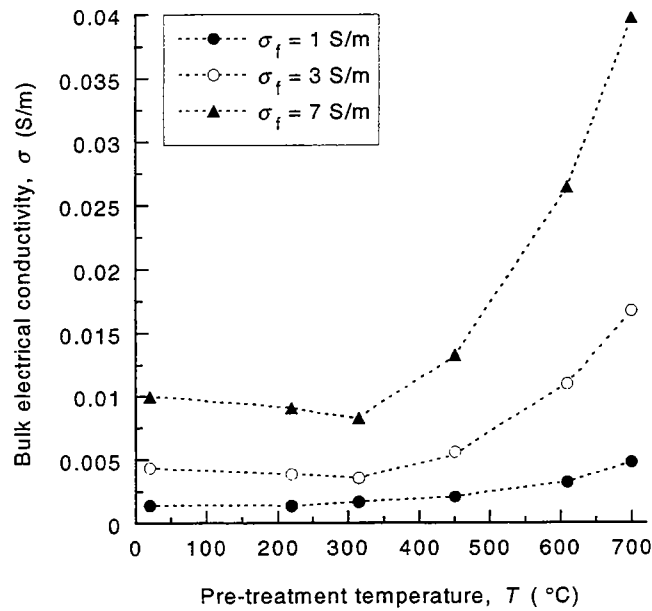


Figure 3: Plot of bulk electrical conductivity σ against pre-treatment temperature T for different brine conductivities σ_f .

Discussion

Porosity microstructure

As we pointed out earlier, the samples were not examined directly and our discussion on the microstructure is only based on mercury porosimetry and gas adsorption results.

We have previously seen that the mercury intrusion/extrusion curves allow one to introduce the concept of trapped porosity. The value of the trapped porosity can be derived from the difference between the cumulative pore volumes for the intrusion and extrusion minimum pressures. The value of the entire connected porosity is derived from the cumulative pore volume for the maximum pressure.

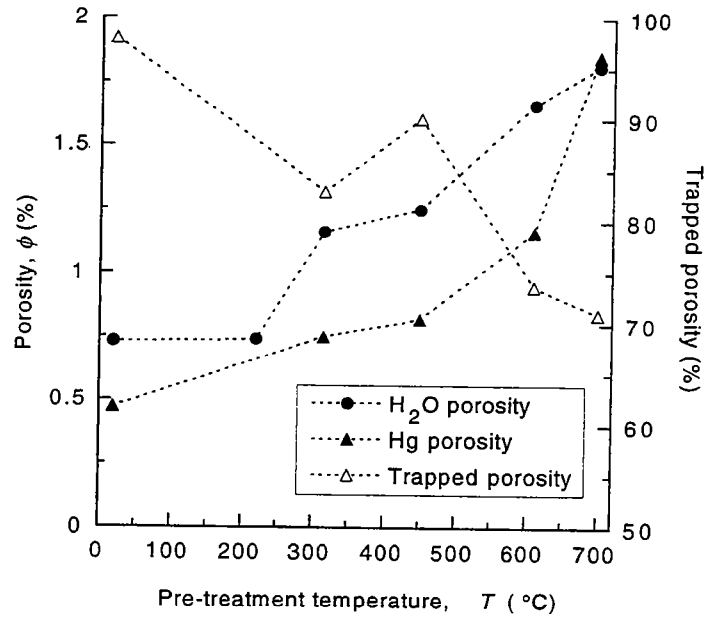


Figure 4: Porosity ϕ (measured by the immersion technique with water and mercury injection) and trapped porosity, against pre-treatment temperature T .

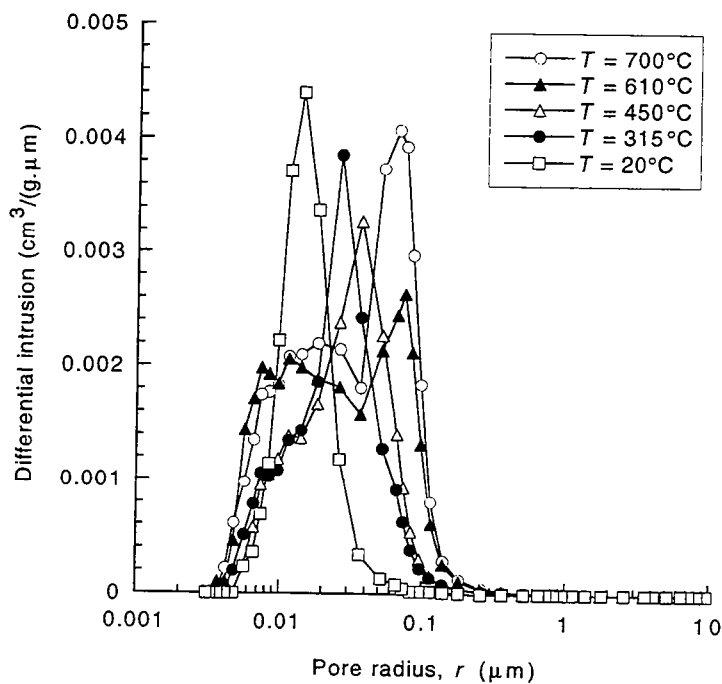


Figure 5: Pore size distributions deduced from mercury injection curves for different pre-treatment temperatures.

Porosity against pre-treatment temperature is plotted on figure 4. It was measured by using two different methods: the first one is the standard immersion method (with water) and the second one is based on the mercury volume forced into pores at high pressure. Porosity increases with increasing pre-treatment temperature. In addition, we note that the trapped porosity decreases from 98% at 20°C down to 71% at 700°C. The applied thermal treatment tends to develop two features. At low temperature treatment (200°C), connected porosity changes are not significant. However, above 200-300°C, connected porosity increases rapidly. At 700°C, the initial connected porosity has been multiplied by a factor of approximately 3. This behaviour characterizes an increase of the bulk crack volume.

It is also possible to have a more detailed insight into the microstructure evolution with thermal treatment by looking at the pore size distribution for each rock sample. This is done by applying equation (1) to the mercury intrusion curve (Figure 1) for plotting the cumulative pore volume against pore radius. The derivative of the latter plot leads to the pore size distribution curve (Gregg and Sing, 1982, pp. 178-181). Results for samples heated up to 20, 315, 450, 610 and 700°C are plotted on figure 5. One important feature characterizes pore size distributions: the distribution peak moves towards larger radii and becomes wider as the pre-treatment temperature increases (Figure 5). These results show that thermal treatment implies crack growth and opening and also crack nucleation. Before heating, the spectrum of pore apertures investigated by the mercury injection technique is quite narrow. The smallest are likely to be associated with corroded feldspar crystals. As discussed earlier, thermal treatment applied to an isotropic medium enhances an isotropic cracking. Thus porosity increases and trapped porosity decreases, because the pore size distribution becomes wider and new cracks are formed which improve the connection of the porous network.

Table 1: Some properties of thermally treated samples. Connected porosity ϕ has been measured by the standard immersion method with water. Threshold radius r_c is obtained from mercury injection. Permeability k_o is the gas permeability extrapolated to room conditions. Formation factor F is the inverse slope of the best straight line through data points on a bulk electrical conductivity against brine conductivity plot.

$T(^{\circ}\text{C})$	ϕ (%)	r_c (μm)	k_o (10^{-18}m^2)	F
20	0.73	0.014	-	704
220	0.74	-	-	779
315	1.16	0.026	0.21	900
450	1.25	0.036	1.76	538
610	1.66	0.074	12.04	259
700	1.81	0.066	27.05	172

A critical parameter of microstructure can be derived from mercury injection curves, which is often introduced in theoretical models: the threshold radius r_c . This parameter corresponds to the critical radius at which the mercury first forms a connected path through the sample, following concepts developed in percolation theory. Katz and Thompson (1987) defined r_c by the inflexion point of the cumulative pore volume against pore radius plot, or equivalently the peak of the pore size distribution curve (Figure 5). Threshold radii estimated for our samples are reported in table 1. Another tool for describing the porosity microstructure is the specific surface area measurement. This has been done with a gas adsorption method as described earlier. On the other hand, it is also possible to derive a specific surface area from the mercury injection curve (Gregg and Sing, 1982, p. 187), which can be compared with the value obtained by the gas adsorption method. On figure 6, specific surface area is plotted against pre-treatment temperature when measured by gas

adsorption and mercury porosimetry. Gas adsorption experiments show that specific surface area increases slightly for temperatures between 20 and 315°C. Then, it increases drastically up to 610°C and decreases afterwards. Such an evolution was also observed by Darot *et al.* (1992) for La Peyratte granite. We see that the result derived from mercury porosimetry is different. When pre-treatment temperatures are lower or equal to 315°C, data provided by both methods are similar. But then, when the pre-treatment temperature increases up to 700°C, the rate of increase of the specific surface area is half the rate determined by gas adsorption. Let us note that at 700°C, results provided by either gas adsorption or mercury injection are again similar.

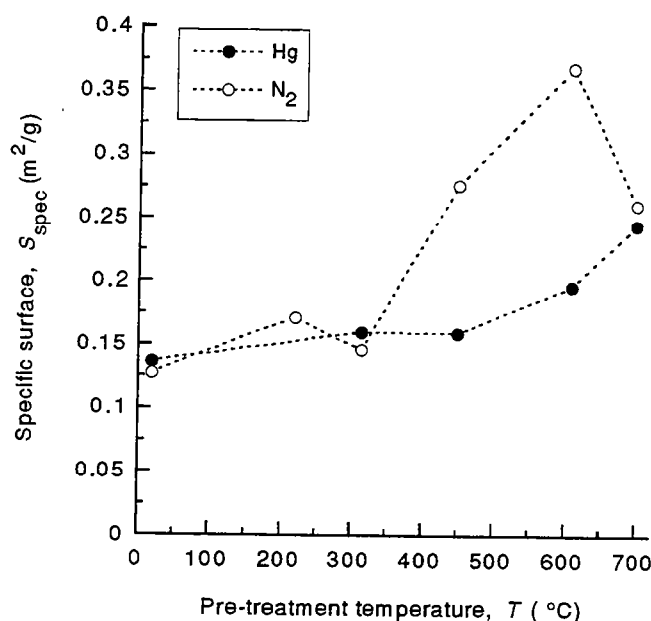


Figure 6: Plot of specific surface area S_{spec} measured by mercury injection and gas adsorption against pre-treatment temperature T .

These discrepancies can be explained by the investigation scale involved by each method. Mercury porosimetry reveals microcracks with an aperture of about 100-1000 Å, depending on the pre-treatment temperature whereas gas adsorption is concerned with defects with an aperture of about 30 Å. When temperature increases above 315°C, the number of such defects increases, leading to a higher specific surface for N₂ since Hg is not sensitive enough to such nanoscopic defects. As temperature crosses the quartz α/β phase transition at 573°C, the surface energy of quartz becomes very low (Reuschlé, 1989) and nanocracking occurs easily. This explains the peak observed on figure 6 for the N₂-measurements. Above 573°C, it has been shown by Darot *et al.* (1985) that the surface energy of quartz increases again. This leads to a smoothing of microfractures by nanocrack healing which in turn explains the decrease of specific surface area at 700°C as measured by N₂-adsorption. The mercury porosimetry is not sensitive to these details and only shows the general trend which is the increase of internal surface with pre-treatment temperature. In summary, mercury injection and gas adsorption allow characterization of pore structure, but they provide somewhat different results, because they investigate different range scales. In fact, mercury porosimetry is of greater interest for us, because the length scale investigated by such a method correspond to cracks which really contribute to flow.

Transport properties

To better illustrate the effect of confining pressure on permeability, we have reported the true

permeability k_t against confining pressure for the different pre-treatment temperatures (Figure 7). A linear fit to the data points suggests an exponential relationship:

$$k_t = k_o \exp(-\gamma_k P_c) \quad (5)$$

where P_c is the confining pressure, k_o is the true permeability at 0 confining pressure, and γ_k is a compaction coefficient (Debschtüz *et al.*, 1991; David *et al.*, 1994). The k_o -values are given in table 1. The compaction coefficient is linked to rock compressibility. It can be derived from the slope of the linear fit in figure 7. Such an exponential behaviour has also been pointed out by Darot *et al.* (1992) for a granite. This behaviour corresponds to the elastic closure of cracks with increasing confining pressure (Walsh, 1965; Doyen, 1987), leading to a fast decrease of permeability.

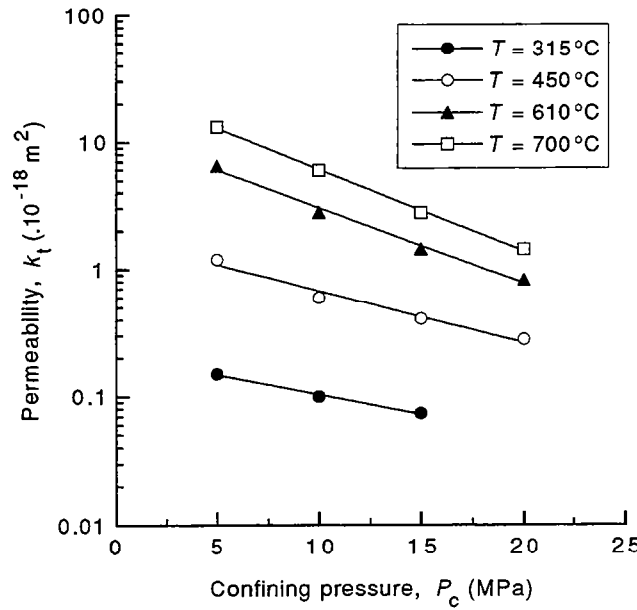


Figure 7: Plot of gas permeability k_t versus confining pressure P_c for different pre-treatment temperatures T .

Figure 8 plots the compaction coefficient γ_k against pre-treatment temperature. This parameter increases as the ultimate pre-treatment temperature increases. Its variation indicates that the permeability of our samples exhibits a greater sensitivity to pressure when the pre-treatment temperature increases. We will now show that this permeability sensitivity to pressure can be correlated to microstructure modifications. The derivation of equation (5) leads to following expression for γ_k :

$$\gamma_k = -\frac{d \ln k_t}{d P_c} = -\frac{1}{k_t} \frac{d k_t}{d P_c}. \quad (6)$$

Next we look at a theoretical model of permeability which links the permeability to the microstructural parameters of the rock. Guéguen and Dienes (1989) developed a statistical model to estimate permeability in an isotropically cracked rock. Cracks are represented by discs with a radius a and an aperture b . For simplicity, we consider a distribution of identical cracks, that is, we assume that the crack distribution can be approximated by «mean» cracks. In this case, the expression derived by Guéguen and Dienes (1989) to calculate permeability is:

$$k_t = \frac{4\pi}{15} f N a^3 a^5 \quad (7)$$

where fN is the number of «mean» cracks per unit volume contributing to flow and α is the «mean» crack aspect ratio ($\alpha = b/a$).

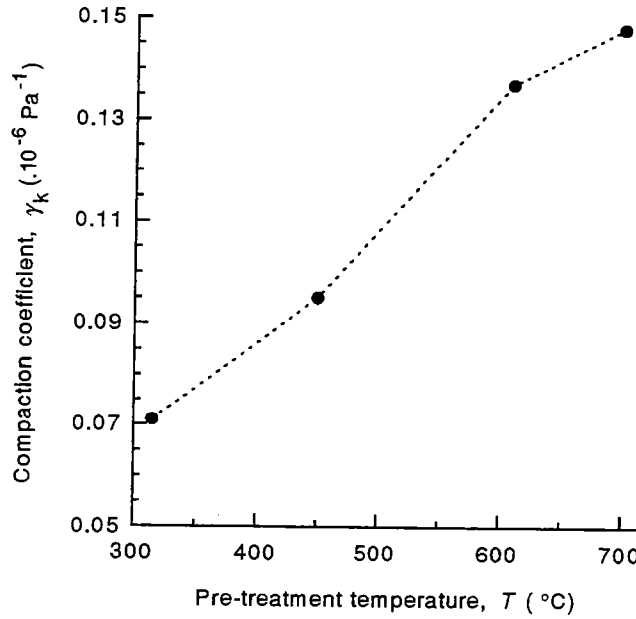


Figure 8: Plot of compaction coefficient γ_k against pre-treatment temperature T .

We have now to check the sensitivity to pressure of the parameters controlling the permeability. Since the exponential relationship between permeability and confining pressure holds for the pressure range tested in our experiments (Figure 7), we may assume that the «mean» cracks are not yet closed, that is, the number fN of «mean» cracks per unit volume contributing to flow can be considered as independent of the confining pressure.

Doyen (1987) investigated the effect of pressure on tubes with an elliptical cross section, where a is the semi-major axis and b is the semi-minor axis. If tube length is $2a$, this crack geometry can be considered as equivalent to the previous one. Doyen (1987) showed that at first order, the semi-major axis a does not depend on confining pressure.

Walsh (1965) investigated the effect of pressure on penny-shaped cracks and showed that the crack aspect ratio varies linearly with confining pressure, according to following relationship:

$$\frac{d\alpha}{dP_c} = -\frac{4(1 - \nu_s^2)}{\pi E_s} \quad (8)$$

where E_s is Young's modulus and ν_s the Poisson's ratio of the solid matrix. Here the approximated values for E_s and ν_s derived from the composition of La Bresse mylonite are $E_s = 100$ GPa and $\nu_s = 0.14$.

Consequently, by combining equations (6), (7) and (8), we obtain:

$$\alpha = \frac{12(1 - \nu_s^2)}{\gamma_k \pi E_s} \quad (9)$$

Using figure 8, the mean aspect ratio α is derived from γ_k -values as a function of the pre-treatment temperature (Table 2).

As mercury injection provided the threshold crack aperture r_c , we derive the semi-length a from $a = b/\alpha$ and the semi-width b of «mean» cracks from $2b = r_c$: they are respectively 5 and 3 times larger for a pre-treatment at 700°C than for heating at 315°C (Table 2). We assume here that the approximation $2b = r_c$ holds. The increase of a and b with temperature shown in table 2 demonstrates that cracks generated by thermal treatment were developed by two processes: crack opening and crack growth. Furthermore, the number fN of «mean» cracks per unit volume contributing to flow is derived from equation (7) as a function of the pre-treatment temperature (Table 2). Equation (7) and data reported in table 2 suggest that permeability variations induced by thermal treatment are primarily due to crack propagation. We have previously seen that there is a slight decrease of electrical conductivity for low temperatures (Figure 3). This small decrease may result from solid grains expanding into previous voids of the rock. Such a phenomenon was emphasized by the variations of permeability (Darot *et al.*, 1992) and porosity (Géraud *et al.*, 1992) at low temperature for different crystalline rocks. At higher temperatures, grain dilatation is larger and results in local stress concentrations leading to crack growth and/or nucleation. This phenomenon becomes prevalent above 300°C and has been investigated by acoustic emissions measurements (Glover *et al.*, 1995). The conductivity increase is likely to be linked to a better interconnection of cracks (crack growth, crack nucleation) and/or to crack opening.

Table 2: Microstructural parameters deduced from our measurements: α is the mean crack aspect ratio obtained from figure 8 and equation (9); b is the semi-minor axis of mean cracks ($b = r_c/2$); a is the semi-major axis of mean cracks ($a = b/\alpha$) derived from b and α ; fN is the number of mean cracks per unit volume contributing to flow, derived from equation (5).

T (°C)	α ($\times 10^{-4}$)	a (μm)	b (μm)	fN ($\times 10^{13} \text{ m}^3$)
20	-	-	0.007	-
315	5.27	24.7	0.013	18.6
450	3.94	45.7	0.018	17.2
610	2.73	135.5	0.037	1.55
700	2.53	130.4	0.033	5.29

In addition, a linear fit to the rock conductivity against fluid conductivity plot gives the formation factor F for each pre-treatment temperature (Table 1). This parameter increases slightly between room temperature and 300°C and then decreases rapidly (Figure 9). The formation factor can be expressed as a function of porosity ϕ and tortuosity τ (Walsh and Brace, 1984):

$$F = \frac{\tau}{\phi}. \quad (10)$$

The values derived for tortuosity according to the measured porosities are plotted against temperature on figure 9. The tortuosity τ increases with pre-treatment temperature up to 300°C and decreases afterwards. Let us note that these values are rather low (about 2.4). We recall that a large tortuosity characterizes a medium where pore connection is poor: in terms of percolation theory, just a few «infinite paths» run through the entire medium. On the other hand, a small tortuosity suggests the existence of several «infinite paths». Moreover, our experimental data are rather close to the theoretical value ($\tau = 2$) derived by Guéguen and Dienes (1989) for ideal connection and isotropy. In summary, our experimental data allow us to distinguish two different sets of samples. The first one is composed of specimens which have been heated up to 300°C. For this group, we observe that measured parameters show very few variations. The second set of cored samples consists of specimens

heated up to temperatures higher than 300°C. In this temperature range, measured parameters vary drastically: permeability is multiplied by a factor 130 and rock conductivity by a factor 3. Cracking induced by thermal treatment above 300°C involves a large increase of crack volume. Acoustic emissions have also been investigated versus temperature for La Bresse mylonite (Glover *et al.*, 1995). They indicate large energy releases above 300-400°C.

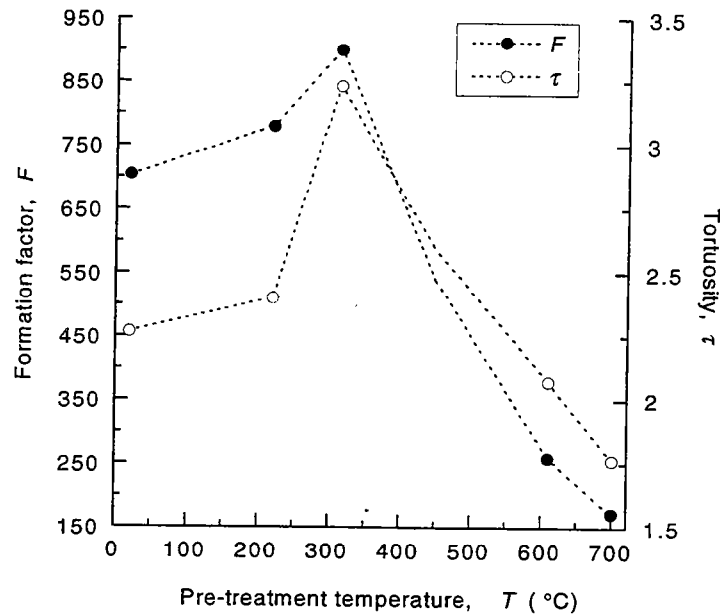


Figure 9: Plot of formation factor F and tortuosity τ against pre-treatment temperature T .

Heating modifies the porous microstructure essentially by enhancing crack propagation or nucleation and crack opening. Thermally induced cracking on dry samples is produced by thermal expansion mismatch or anisotropy and is concerned with two kinds of cracks: intergranular and intragranular cracks. Fredrich and Wong (1986) have shown on Westerly granite that grain boundary cracking occurs in a substantial proportion below 250°C and that there is a drastic increase of intragranular cracking above this critical temperature. In fact, cracking is the result of differential evolution of thermal expansion coefficients of minerals with temperature (Heuze, 1983). As thermal expansion is greater for quartz than for K-feldspar or plagioclase at atmospheric pressure and temperature lower than 573°C (Skinner, 1966), it is generally suggested that rock expansion and hence fracturation depend essentially on quartz expansion. The critical temperature of 573°C corresponds to the reversible α/β quartz transition. At atmospheric pressure, the quartz thermal expansion coefficient increases rapidly up to 573°C and then drops suddenly. At higher temperatures, rock expansion is controlled by K-feldspar expansion. Above 300°C, three competing processes may contribute to increase crack volume: intragranular crack nucleation, crack propagation and further opening of the intergranular cracks.

Correlations between bulk properties

All our samples were cored from the same initial block of rock. A first examination of the samples shows no visual difference between specimens although homogeneity is seldom found in mylonite. In fact, such an analysis is critical to perform due to the minute grain-size in this type of rock (even under the microscope). The absence of substantial visual difference leads us to assume

that the only variations between the samples are due to thermal treatment: irreversible effects modify the microstructure of porosity.

A large amount of literature has been devoted to the investigation of a possible link between permeability, formation factor, bulk porosity and specific surface area. We are concerned here with some of the proposed relationships. The well-known Archie's formula (1942) predicts that formation factor F follows a power law such as:

$$F = \phi^{-m} \quad (11)$$

where m is a cementation factor. This formula has been established in the special case of sedimentary rocks. A more general relation has been proposed by Winsauer *et al.* (1952), which is also valid for other rocks:

$$F = a\phi^{-m} \quad (12)$$

We have fitted this equation to a plot of F against ϕ and we have obtained a pre-exponential factor a equal to about 0.8 and an exponent m equal to about 1.4. However the fit is not of high quality due to the narrow range of porosities. Nevertheless this rather low value for m may be compared to values obtained by Pape *et al.* (1985) and Ruffet (1993) on Oberpfalz granite (Germany) and La Peyratte granite (France) respectively, which are close to 1. It implies that the structure of the porous space is composed of rather large aspect ratio cracks and microcracks which contribute to create a well connected medium at the microscopic scale (Shankland, 1975). In addition, some theoretical models have been proposed which are consistent with equation (7). Guéguen and Dienes (1989) have investigated a pipe model and a crack model. The first one concerns a set of pipes of radius r and length λ isotropically distributed. The second one corresponds to an isotropic distribution of cracks with radius a and aspect ratio $\alpha = b/a$. Porous inclusions are assumed to be smooth. For both models, the formation factor F has the following form:

$$F = \frac{4}{f\phi} \quad (13)$$

where f is the fraction of tubes/cracks connected to the «infinite path» and ϕ is the total porosity. Equation (13) shows that these models predict a value for m close to 1. Then it appears that our experimental m -value tends to be consistent with the predicted value.

The difficulty of measuring permeability in the field and in contrast the relative easiness of electrical measurements has drawn the attention of numerous workers to the study of the correlation between permeability and formation factor. We consider here the link between gas permeability k_g extrapolated to room conditions and formation factor F , measured at room temperature and pressure (Figure 10). We assume that thermal treatment acts essentially on crack aperture or pipe radius, whereas the fraction f of cracks which contribute to the flow is constant and nearly equal to 1. In this special case, Walsh and Brace (1984) have stated that (equivalent channel model):

$$k \propto F^{-n} \quad (14)$$

where k is the permeability and n is in the range $1 \leq n \leq 3$. Guéguen and Dienes (1989) have derived $n = 2$ for the pipe model and $n = 3$ for the crack model. The linear fit on figure 10 gives $n = 2.9$. A comparison with data reported by Guéguen and Dienes (1989) is given on table 3. Our experimental

value falls close to $n = 3$ which confirms that the crack model is suitable to describe the behaviour of our thermally treated specimens. In addition, these results allow determining how important is the part played by the small defects characterized by gas adsorption. These defects can be described by a rugosity or very thin cracks at the surface of larger cracks. As our experimental data can be modelled by smooth cracks, it is clear that these defects do not notably alter transport properties.

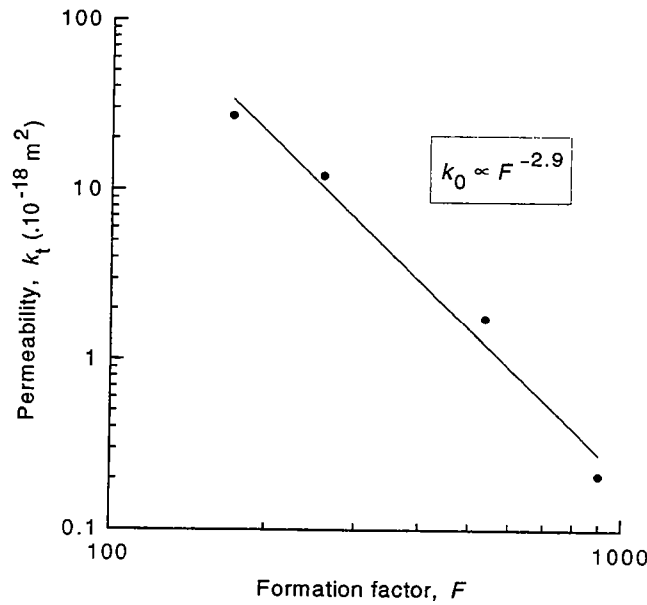


Figure 10: Correlation between permeability k_0 at room conditions and formation factor F .

Table 3: Values for different granitic rocks, of the exponent n in the relation $k \propto F^{-n}$, where k is the permeability and F is the formation factor. (*: after Walsh and Brace, 1984).

Rock	n
Westerly granite	1.97*
Chelmsford granite	2.13*
Marysville granite	2.7*
La Bresse mylonite	2.9

Conclusion

We have conducted an experimental study on a granitic mylonite to investigate the effect of changing the pore microstructure on transport properties. Different states of cracking were obtained by a controlled heating of the specimens up to an ultimate temperature ranging from 20 to 700°C. The thermal treatment we have applied to the samples is able to develop an isotropic crack network in the sample while thermal shocking and quenching are avoided. Microstructures were analysed by means of gas adsorption and mercury porosimetry. Pore size distributions are characterized by a distribution peak moving towards larger radii and getting larger as the pre-treatment temperature increases. Gas adsorption results show a peak in specific surface area corresponding to the quartz α/β transition. The

general trend of the cracking process induced by thermal treatment is thus a smoothing of the crack surfaces while cracks are propagating or nucleated. Transport properties have been investigated by measuring gas permeability and electrical conductivity. The dependence of permeability on confining pressure shows an exponential decrease, characteristic of a porosity made of cracks. In addition permeability against temperature increases slowly up to 400°C and rapidly up to 700°C. Electrical conductivity measurements performed on saturated samples exhibit the same behaviour. It may be explained by a change in the cracking process from grain boundary cracking to intragranular cracking. We have also looked at the correlations between the various measured parameters and have analysed them by comparing our results with theoretical models like the statistical crack model of Guéguen and Dienes (1989). This comparison works rather well since the correlation between permeability k and formation factor F leads to a power-law relation $k \propto F^{-n}$ where $n = 2.9$, which is consistent with the crack model developed by Guéguen and Dienes (1989) to derive permeability from statistical properties of the crack distribution. A next step will be to perform the same kind of measurements on other types of rocks with various starting porosity microstructures to further check theoretical models of transport properties based on the description of the microstructure. Direct observations should also be included in these further studies for testing our inferences on the porosity microstructure deduced from indirect measurements. Another possibility of further development will be the measurement of acoustic velocities as a function of microstructure and the comparison with predictions given by models like the self-consistent model developed by O'Connell and Budiansky (1974) and others.

Acknowledgements

The authors are indebted to D. Jeannette and C. Hammecker (Université Louis Pasteur Strasbourg, France) for using the mercury porosimetry facilities and to W. Debschütz (Technische Universität Clausthal, Germany) for gas permeability measurements. We thank Pr. T. Tullis for his helpful comments on this paper. This work has been supported by the Programme d'Actions Intégrées PROCOPE and the CNRS program DBT.

References

- Archie, G.E. (1942), The electrical resistivity log as an aid in determining some reservoir characteristics, *Trans. AIME* 146, 54-62.
- Bauer, S.J., and Johnson, B. (1979), Effects of slow uniform heating on the physical properties of the Westerly and Charcoal granites, *Proc. U.S. Symp. Rock. Mech.* 20, 7-18.
- Bear, J., *Dynamics of fluids in porous media* (Dover Publications Inc., New York 1972).
- Darot, M., Guéguen, Y., Bencheman, Z., and Gaboriaud, R. (1985), Ductile fragile transition investigated by micro-indentation: results for quartz and olivine, *Phys. Earth Planet Int.* 40, 180-186.
- Darot, M., Guéguen, Y., and Baratin, M.-L. (1992), Permeability of a thermally cracked granite, *Geophys. Res. Lett.* 19, 869-872.
- David, C., Darot, M., and Jeannette, D. (1993), Pore structures and transport properties of sandstone, *Transp. Porous Media* 11, 161-177.
- David, C., Wong, T.-F., Zhu, W., and Zhang, J. (1994), Laboratory measurement of compaction-induced permeability change in porous rocks: implications for the generation and maintenance of pore pressure excess in the crust, *Pure Appl. Geophys.* 143, 425-456.
- Debschütz, W., Krückel, U., and Schopper, J.R. (1991), Measurements of the hydraulic flow properties of crystalline rocks to characterize the internal pore space structure, *Sci. Drill.* 2, 58-66.
- Doyen, P.M. (1987), Crack geometry in igneous rocks: a maximum entropy inversion of elastic and transport properties, *J. Geophys. Res.* 92, 8169-8186.
- Fredrich, J., and Wong, T.-F. (1986), Micromechanics of thermally induced cracking in three crustal rocks, *J. Geophys. Res.* 91, 12743-12764.

- Géraud, Y., Mazerolle, F. and Raynaud, S. (1992), Comparison between connected and overall porosity of thermally stressed granites, *J. Struct. Geol.* 14, 981-990.
- Glover, P.W.J., Baud, P., Darot, M., Meredith, P.G., Boon, S.A., Le Ravalec, M., Zoussi, S., and Reuschlé, T. (1995), α/β phase transition in quartz monitored using acoustic emissions, *Geophys. J. Int.*, 120, 775-782.
- Guéguen, Y., and Dienes, J. (1989), Transport properties of rocks from statistics and percolation, *Math. Geol.* 21, 1-13.
- Gregg, S.J. and Sing, K.S.W., Adsorption, surface area and porosity, 2nd edition (Academic Press, London 1982).
- Heuze, F.E. (1983), High-temperature mechanical, physical and thermal properties of granitic rocks: a review, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.* 20, 3-10.
- Katz, A.J. and Thompson, A.H. (1987), Prediction of rock electrical conductivity from mercury injection measurements, *J. Geophys. Res.* 92, 599-607.
- Lenormand, R., Zarcone, C. and Sarr, A. (1983), Mechanisms of the displacement of one fluid by another in a network of capillary ducts, *J. Fluid. Mech.* 135, 337-353.
- O'Connell, R.J., and Budiansky, B. (1974), Seismic velocities in dry and saturated cracked solids, *J. Geophys. Res.* 79, 5412-5426.
- Pape, H., Riepe, L., and Schopper, J.R. (1985), Petrophysical detection of microfissures in granites, SPWLA 26th Annu. Logging Symp. (Dallas), Pap. P.
- Reuschlé, T., Les fluides et l'évolution des propriétés mécaniques des roches (PhD, Université Louis Pasteur, Strasbourg 1989).
- Ruffet, C., La conductivité électrique complexe dans quelques roches crustales (PhD, Université Louis Pasteur, Strasbourg 1993).
- Shankland, T.J. (1975), Electrical conduction in rocks and minerals: parameters for interpretation, *Phys. Earth Planet. Int.* 10, 209-219.
- Skinner, B.J. (1966), Thermal expansion, In *Handbook of physical constants* (ed. Clark S.P.) Geol. Soc. Amer. Mem. 97, 75-96.
- Walsh, J.B. (1965), The effect of cracks on the compressibility of rock, *J. Geophys. Res.* 70, 381-389.
- Walsh, J.B., and Brace, W.F. (1984), The effect of pressure on porosity and the transport properties of rocks, *J. Geophys. Res.* 89, 9425-9431.
- Wang, H.F., Bonner, B.P., Carlson, R., Kowallis, B.J. and Heard, H.C. (1989), Thermal stress cracking in granite, *J. Geophys. Res.* 94, 1745-1758.
- Winsauer, W.O., Shearin, H.M., Masson, P.H. and Williams, M. (1952), Resistivity of brine-saturated sands in relation to pore-geometry, *Am. Assoc. Pet. Geol. Bull.* 36, 253-277.

ANNEXE 3:

Permeability models for heated saturated igneous rocks

Le Ravalec, M., and Guéguen, Y.,
Université Rennes I, Géosciences Rennes, Bâtiment 15, Campus
Beaulieu, Avenue Général Leclerc, 35042 Rennes Cedex, France

J. Geophys. Res., 99, 24251–24261, 1994.

Permeability models for heated saturated igneous rocks

Mickaële Le Ravalec and Yves Guéguen

Géosciences Rennes UPR 4661 CNRS, Rennes, France

Abstract. This paper is concerned with the heating effects in saturated, cracked granitic rocks. A model is constructed which permits permeability to be derived as a function of temperature. Granites have generally a low permeability so that the fluid response is considered to be undrained. Heating produces a fluid pressure rise. As long as the resulting deformation is reversible, cracks open elastically, and the rock behavior is described by thermoporoelasticity. If the confining pressure is constant, the fluid pressure derivative dp/dT depends essentially on the solid bulk modulus K_s , on the thermal expansion coefficient α_m , and on the initial crack aspect ratio A_0 . Irreversible deformations, i.e., crack propagation, take place when tensional stresses at the crack tip exceed the rock strength. This occurs at a critical temperature T_c which is controlled by dp/dT . T_c depends (1) on boundary conditions (constant confining pressure or constant bulk deformation), (2) on rock properties (solid bulk modulus K_s and thermal expansion coefficient α_m) and most of all on crack aspect ratio. T_c is rather high for very thin cracks and low for high aspect ratio cracks. A model is developed in order to describe permeability and connected porosity evolution as temperature increases: at temperatures higher than T_c , cracks propagate step by step. The results of the modeling suggest that permeability is controlled by several effects. The balance of these is variable. On one hand, when crack propagation occurs, crack closure occurs simultaneously so that permeability decreases. On the other hand, connectivity is improved by the crack propagation process and this produces a permeability increase. The overall permeability increase is expected to cover at the most 2 orders of magnitude.

Introduction

Numerous geophysical applications are concerned with the thermomechanical behavior of fluid-saturated porous rocks: extraction of geothermal energy and nuclear waste disposal are two important examples [Palciauskas and Domenico, 1982]. We are concerned here with the second one. Several rocks, including granitic rocks, are considered as possible candidates for nuclear waste storage. A nuclear waste disposal, at a depth of about 500-1000 m, is expected to involve a maximum temperature rise of 200°-300°C. This defines the range of temperatures we are interested in.

Large temperature changes produce large physical property changes because of thermal cracking. Thermally induced cracks improve connectivity and hence permeability and fluid migration. By permeability we mean here matrix permeability, i.e., permeability produced by small-scale discontinuities whose lengths are of the order of the grain size. At larger scales, the permeability of a granitic massif is due not only to the matrix permeability but also to large fractures. Brace *et al.* [1968] measured permeability of Westerly granite as a function of effective pressure in the laboratory: they show that the permeability was 155 ± 20 ndarcy or 72 ± 8 ndarcy when the effective pressure was equal to 9 GPa or 53 GPa, respectively. It turns out that inferred values for in situ permeability are, in general, higher by several orders of magnitude than laboratory measurements of permeability. Brace [1984] reported from borehole measurements that in situ permeability varies from about 1 μ darcy to 100 mdarcy for crystalline rocks. He inferred that crustal permeabilities are similar but noticed that laboratory measurements are 2-3 orders of magnitude lower. This

scale effect is probably related to large fractures. Thermal cracks are produced by several distinct mechanisms. Up to now, experiments and models about thermal cracking refer especially to thermal expansion mismatch or thermal expansion anisotropy [Fredrich and Wong, 1986; Wang *et al.*, 1989; Darot *et al.*, 1992; Géraud *et al.*, 1992]. It has been reported previously that this type of cracking becomes significant at about 200°C or above. These mechanisms may thus be insufficient to significantly increase the permeability in the temperature range that we are considering.

This paper is concerned with another potentially important mechanism, namely, cracking induced by fluid pressure rise, this being a consequence of heating. The analysis of this effect can be done within the framework of poroelasticity. The general theory extending isothermal poroelasticity to nonisothermal deformations in order to account for the effects of thermal expansion of both the pore fluid and the elastic matrix has been presented by Palciauskas and Domenico [1982] and McTigue [1986]. They have investigated the coupled problems of heat transfer, fluid pressure changes, and deformation in a linearly elastic, porous medium. Because the linear thermoporoelastic theory assumes constant material parameters, it allows us to readily explore the various behaviors and the effects of the different parameters. However, it cannot account for the effects which take place once irreversible deformations (such as cracking) are present [Palciauskas and Domenico, 1989]. The main purpose of this paper is to combine poroelasticity [Biot, 1941, 1956, 1962] with fracture mechanics in order to investigate how much cracking is due to fluid pressure and to describe how permeability and connected porosity vary with temperature in that case. As the porosity of unweathered granites is composed mainly of cracks [Kranz, 1980, 1983], we consider below a cracked saturated granite where crack space is entirely connected. Unsaturated rocks are also potential candidates for

Copyright 1994 by the American Geophysical Union.

Paper number 94JB02124
0148-0227/94/94JB-02124\$05.00

nuclear waste storage (such as Yucca Mountain), but in this case only dry cracking mechanics has to be considered. Our model refers to saturated rocks and can be extended to more complex microstructures. The heating effects on fluid pressure are considered within the limits of undrained behavior; this point has been previously discussed by *Palciauskas and Domenico* [1982]. If the hydraulic diffusivity is much greater than the thermal diffusivity, fluid movement takes place in response to the pressure gradient built up by heating. However, nuclear waste storage affects rigid water-bearing rocks. They are characterized by a very low permeability and a poorly connected network of pores or fractures. In this case, the hydraulic diffusivity is lower than the thermal diffusivity. An average value for the thermal diffusivity is $10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ whereas an average value for the hydraulic diffusivity is $10^{-8} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ for a 1 ndarcy permeability [*Guéguen and Palciauskas*, 1994]. Then heating is assumed to occur at constant fluid mass (undrained regime). This will be true as long as permeability is lower than $0.1\text{--}1 \text{ } \mu\text{darcy}$ depending on the exact values of the poroelastic constants.

All rock constituents are assumed to be chemically inert; neither pores nor cracks are created by dissolution. We do not attempt here to model the time dependent evolution. Our goal is to predict the possible range of final permeability at a given temperature and not the kinetics.

In the following sections, a microscopic model describing the crack microstructure is first presented. Then the criterion for irreversible crack propagation is derived. Last, we obtained the crack induced permeability-porosity evolution with temperature. The changes of permeability-porosity result from variations of crack aperture, crack interconnection, and also crack density.

Microscopic Description: Poroelastic Constants From Crack Geometry

Our goal is to describe how the granitic rock evolves when subjected to an increase of temperature. The rock is assumed to be made of solid grains and saturated cracks. As shown by *Palciauskas and Domenico* [1982], two extreme boundary conditions can be considered: constant confining pressure and constant bulk deformation. A third intermediate boundary condition is considered by *Palciauskas and Domenico* [1982], that of constant temperature and zero deformation at infinity. Using their results, we get for the fluid pressure derivative with respect to temperature in these three cases:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{m,p} = -\frac{\alpha_m \phi_o KB}{\zeta} \quad (1)$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{m,\epsilon_{tt}} = \frac{\zeta \alpha_b - \alpha_m \phi_o}{\zeta} K_u B \quad (2)$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{T,\epsilon_{tt}=0} = \frac{1}{K_u + \frac{4}{3}\mu} \left[\frac{4}{3}\mu \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{m,\epsilon_{tt}} + K_u \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{m,p} \right] \quad (3)$$

[*Palciauskas and Domenico*, 1982]. The definitions of the different parameters are given in the notation table at the end of the paper. T_∞ and ϵ_∞ are the temperature and the deformation at infinity.

As shown by *Palciauskas and Domenico* [1982], the minimum value of dp/dT is that of equation (1), whereas equation (2) gives the maximum value.

We can also obtain the following result:

$$\frac{d\phi}{dT} = \frac{1}{K} (\phi_o - \zeta) \left[\frac{dP}{dT} - \frac{dp}{dT} \right] + (1 - \phi_o) (\alpha_b - \alpha_s) \quad (4)$$

[*McTigue*, 1986], where again all the parameters are defined in the notation section. This last result allows us to calculate $\phi(T)$ if the pressure derivatives are known.

We calculate below the values of the quantities dp/dT , dP/dT , and $d\phi/dT$ for the three situations considered above. The input data are reported in Table 1 and the results of the calculations in Table 2.

Quantities K_u , B , and ζ are derived from the following relationships:

$$\zeta = 1 - \frac{K}{K_s} \quad B = \frac{K_u - K}{\zeta K_u} \quad K_u = K + \frac{\zeta^2 K_f}{\phi_o + (\zeta - \phi_o) \frac{K_f}{K_s}} \quad (5)$$

[*Guéguen and Palciauskas*, 1994].

At this point, noting results in the first column of Table 2, we can conclude that an increase of temperature implies an increase of fluid pressure as expected. We emphasize that boundary conditions can amplify dp/dT by a factor of about 20 as shown in Table 2 (from 0.7 to $12.8 \times 10^5 \text{ Pa/}^\circ\text{C}$).

However, the highest dp/dT value (constant bulk deformation case) is correlated with a high (dP/dT) coefficient so that the differential pressure derivative $d(P-p)/dT$ remains small and always positive in that case. This result is indeed general, as can be shown from the equations of poroelasticity.

Table 1. Input Data Used to Compute the Pressure Derivatives

Parameter	Value
K^a , GPa	27
μ^a , GPa	16
ζ^b	0.3
B^b	0.9
K_u^b , GPa	38
ϕ_o^c , %	0.18
K_s^d , GPa	39.1
ν^d	0.23
K_f^d , GPa	2
α_f^d , $10^{-5}^\circ\text{C}^{-1}$	50
α_s^e , $10^{-5}^\circ\text{C}^{-1}$	3.34
α_b^f , $10^{-5}^\circ\text{C}^{-1}$	5.35
α_p^g , $10^{-5}^\circ\text{C}^{-1}$	7.06
α_m^h , $10^{-5}^\circ\text{C}^{-1}$	-46.2

^a Values extrapolated from *Heard and Page* [1982].

^b Derived from equation (5).

^c *Johnson and Manning* [1986] for Westerly granite.

^d *Palciauskas and Domenico* [1982].

^e *Walsh* [1973].

^f Using *Turner's* [1946] model.

^g Using the approximation $\alpha_b = (1 - \phi_o)\alpha_s + \phi_o\alpha_p$ [*Palciauskas and Domenico*, 1982].

^h Using $\alpha_m = \alpha_p - \alpha_f$ [*Palciauskas and Domenico*, 1982].

Table 2. Results for the Pressure Derivatives

	$\frac{dp}{dT}$, $\times 10^5$ Pa/°C	$\frac{dP}{dT}$, $\times 10^5$ Pa/°C	$\frac{d(P-p)}{dT}$, $\times 10^5$ Pa/°C	$\frac{d\phi}{dT}$ ^a
Constant P	0.7	0	-0.7	0 ⁺
Constant ϵ_{kk}	12.8	13	0.2	0 ⁻
Constant T and zero ϵ_{kk} at infinity	4.3	3.9	-0.4	0 ⁺

^a 0⁺ means that $d\phi/dT$ is very small ($\leq 10^{-6}$) but positive, 0⁻ that it is very small but negative.

In addition, using the input data reported in Table 1, but with $10^{-4} \leq \phi \leq 5 \times 10^{-2}$, we investigate more precisely how the differential pressure derivative behaves (see Figure 1). The porosity variations are so small that we can consider them to be zero.

Changes of fluid pressure and temperature can modify the properties and the state of the liquid. Roughly, we consider a region where fluid pressure varies between 0 and about 30 MPa (which corresponds to a depth of about 1000 m) and temperature from 0° to 300°C. The phase diagram of the H₂O system recalled by Norton [1984] shows that in these conditions, water remains liquid except in the small domain (Figure 2) corresponding to a high temperature and a low fluid pressure. This area is, in fact, avoided here because fluid pressure increases with temperature and because quite deep nuclear waste disposals are considered. However, fluid properties vary within the P - T domain investigated. According to Norton [1984], you can multiply the fluid density by a factor 2, the fluid thermal expansion by a factor close to 3, and the fluid modulus by a factor 10. The effect of these variations on the temperature derivative dp/dT is thus of the same order of magnitude as that due to boundary conditions.

Elastic Closure of Cracks

Cracks are represented by smooth oblate spheroids with a radius c and an aspect ratio A (ratio of the semiminor axis b to

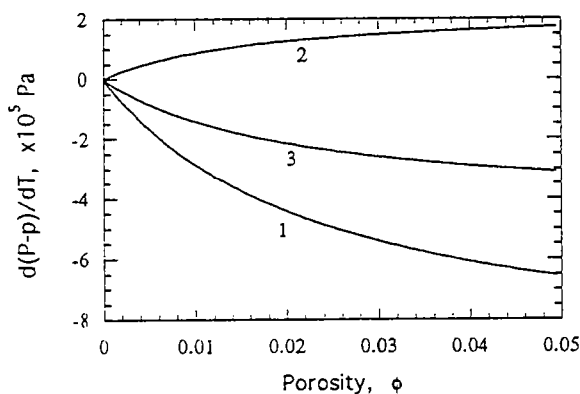


Figure 1. Differential pressure derivatives against porosity for distinct boundary conditions (input data are reported in Table 1): curve 1, constant confining pressure; curve 2, constant bulk volume; and curve 3, constant temperature and no deformation at infinity.

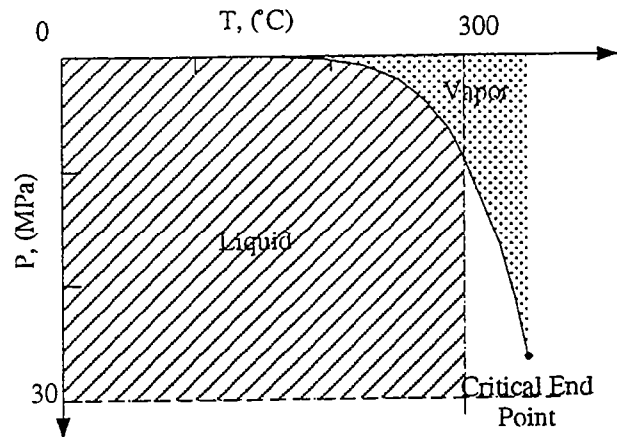


Figure 2. The (p,T) conditions and H₂O phase diagram. Dotted area indicates vapor phase and shaded area indicates domain of investigation.

the semimajor axis c , $A \ll 1$). Crack roughness is not accounted for in this model, but we assume that this is not a serious problem for the following reason. As the temperature increases, the fluid pressure increases: cracks open elastically, as long as deformations are small and reversible. Consequently, the asperities on the surfaces cannot come into contact. Moreover, models indicate that crack aperture at zero pressure is probably larger than the maximal asperity height [Gavrilenko and Guéguen, 1989].

Following Doyen [1987], it is possible to obtain the expressions of A and c as a function of P . These expressions are generally reported for a tubular conduit of thin elliptical cross section ($A \ll 1$). As Doyen [1987] considers only the effects of the confining pressure in the case where $P/E \ll 1$ (E is the Young's modulus of the solid matrix) and $A_0 < 0.1$ (A_0 is the aspect ratio and c_0 is the semimajor axis at $P=0$ and $p=0$, or in the absence of stress):

$$\begin{aligned} c(\beta) &= c_0(1 - A_0\beta) \\ A(\beta) &= A_0 \frac{1 - \beta}{1 - A_0\beta} \end{aligned} \quad (6)$$

[Doyen, 1987], where β is a normalized pressure ($\beta = 2(1 - \nu^2)P/E$, ν is the Poisson's ratio of the solid matrix).

Although these relations are valid for tubular conduits, we assume that they remain valid for oblate spheroids. In fact, one can show that the length of a thin elliptical crack is unaffected by P , whereas the half width (and the aspect ratio) varies [Gavrilenko and Guéguen, 1989]. Equations (6) can be simplified into the following ones, appropriate for cracks:

$$\begin{aligned} c(\beta) &= c_0 \\ A(\beta) &= A_0 - \beta. \end{aligned} \quad (7)$$

This result is valid if $A_0\beta \ll 1$. We consider here $A_0 < 0.1$ and $\beta < 10^{-2}$.

In our case, we need to bring in the confining pressure P but also the fluid pressure p . Their effects are opposite. It is necessary to substitute $(P - p)$ instead of P in the expression of β . Our assumptions here are that the effective stress coefficient is

unity and E and ν are unchanged. The crack aspect ratio at confining pressure P and fluid pressure p is given by:

$$A = A_o + 2 \frac{1-\nu^2}{E} (p - P). \quad (8)$$

If p_i and T_i are the fluid pressure and the temperature corresponding to a possible repository at a given depth, before accounting for the heating effects, the crack aspect ratio, at confining pressure P and fluid pressure p , can be expressed as a function of these conditions:

$$A = A_o + 2 \frac{1-\nu^2}{E} (p_i - P) + 2 \frac{1-\nu^2}{E} (p - p_i) \quad (9a)$$

$$A = A_o + 2 \frac{1-\nu^2}{E} (p_i - P) + 2 \frac{1-\nu^2}{E} \frac{dp}{dT} (T - T_i). \quad (9b)$$

$A_o + 2(1-\nu^2)(p_i - P)/E$ describes the crack aspect ratio when the confining pressure is P and the fluid pressure is p_i . The last quantity on the right-hand side of relation (9) indicates the crack aspect ratio variation due to a temperature increase from T_i . It is assumed here that E and ν are that of the background material (solid grains).

Calculation of Macroscopic Parameters From the Microstructural Model

If the confining pressure is constant, the fluid pressure derivative, given by equation (1), depends on poroelastic parameters. We can now derive them from the microstructure. The medium is assumed to be composed of a solid matrix (quartz grains) and cracks, modeled by oblate spheroids full of fluid (water). The known parameters are the solid bulk modulus K_s , the Poisson ratio ν , the fluid modulus K_f and the initial connected porosity ϕ_o . The Young's modulus E is a function of K_s and ν .

According to Walsh [1965], when the mechanical behavior is reversible, an expression for the effective bulk modulus of a porous elastic medium can be derived in terms of the solid bulk modulus and the rate of change of porosity with confining pressure. As stated above, we analyze the influence of P - p . Hence we introduce $d\phi/dp$. If cracks are oblate spheroids, $d\phi/dp = (\phi/A)(dA/dp)$. This last rate of change can be computed thanks to the analysis of Doyen [1987], who represented cracks by cylinders with an elliptical cross section. Even if crack geometries are not identical, they imply negligible differences. Consequently, if ϕ_o/A_o (ratio of stress free (or initial) porosity to stress free (or initial) aspect ratio) is much smaller than 1, the bulk modulus is written

$$K \approx K_s \left[1 - \frac{2(1-\nu^2)}{3(1-2\nu)} \frac{\phi_o}{A_o} \right]. \quad (10)$$

K depends on the value of the initial connected porosity (ϕ_o), on the crack shape (initial aspect ratio A_o), and on the rock composition (K_s , ν).

The higher the porosity is, the lower the bulk modulus is. In addition, the pore geometry is important. If pores are tubelike, they are not very sensitive to fluid pressure. For a given porosity, the effect of round pores is less important than that of crack-shaped pores. The higher K_s is, the higher the effective bulk modulus K is.

Combining equations (10) and (5) with equation (1) leads to

$$\frac{dp}{dT} = - \frac{\alpha_m}{\frac{1}{K_f} - \frac{1}{K_s} + \frac{2(1-\nu^2)}{3(1-2\nu)K_s A_o}} \frac{K}{K_u}. \quad (11)$$

This expression can be simplified if $\phi_o/A_o \ll 3(1-2\nu)/(2(1-\nu^2))$; that is, if $\phi_o/A_o \ll 1$ as assumed above. Then we get

$$\frac{dp}{dT} = - \frac{\alpha_m}{\frac{1}{K_f} + \frac{1}{A_o K_s}}. \quad (12)$$

In particular, dp/dT is very sensitive to the solid bulk modulus K_s and to the initial aspect ratio A_o of the cracks. Low aspect ratio cracks respond strongly to pressure variations so that the derivative dp/dT is small when A_o is low.

In order to illustrate these points, let us consider a granite which has the properties defined in Table 1. Then, if A_o is 2×10^{-2} , one gets $dp/dT \approx 2 \times 10^5$ Pa/°C.

An example result is given in Figure 3, where dp/dT is represented as a function of $\log(A_o)$.

Irreversibility Threshold for Crack Propagation

Crack Propagation

Heating enhances the elastic expansion of the medium due to the increase in fluid pressure. When the fluid pressure becomes large enough, microcracking occurs. The driving force for this phenomenon is the fluid pressure, in the case where P is constant (first boundary condition). According to Table 2, no microcracking can occur with the second boundary condition (constant bulk volume). We know from fracture mechanics [Lawn, 1993] that cracks are unstable when the crack extension force value G exceeds the critical value G_c (or alternatively when the stress intensity factor value exceeds K_c). Fracture mechanics theory permits K and G to be calculated for simple crack geometries, but with a zero volume. As we want to account for fluid effects in the cracks, we have assumed here a simplified standard geometry for the cracks (ellipsoidal shapes) with a nonzero volume. Correspondingly, we will use a simplified fracture criterion. More precisely, we consider that cracks propagate when tensional stresses at the crack tip

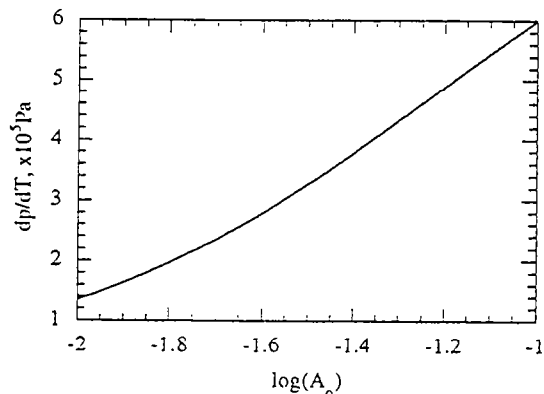


Figure 3. Fluid pressure gradient, versus logarithm base 10 of initial crack aspect ratio (input data are reported in Table 1).

exceed the rock strength τ . A more sophisticated model could describe the time evolution as well, but we feel that at the present stage, too many unknowns should then be added as input parameter [Guéguen *et al.*, 1986]. In particular, the activation energies of the process of subcritical crack growth are not known with sufficient accuracy [Atkinson, 1984; Swanson, 1984; Reuschlé *et al.*, 1989]. This process is likely to be the main one responsible for a slow crack propagation [Atkinson, 1984, 1987]. It is possible, however, to account for it, without going into the details of the kinetics, by assuming a range of rock strength which extends below the usual values [Maugis, 1985; Guéguen *et al.*, 1990]. This is what we have done in this paper. The main consequence of subcritical crack growth is indeed that cracks are unstable at a stress level lower than that predicted from classical fracture mechanics [Lawn, 1993]. This important fact is accounted for by extending the crack instability level below the standard values, so that we consider this process with a minimal input of unknown parameters. Typical values for τ are given by Brace [1964] for Westerly granite ($\tau = -2.12 \times 10^7$ Pa) or Cheshire quartzite ($\tau = -2.83 \times 10^7$ Pa). Subcritical crack growth is accounted for with a τ value of -10^7 Pa. We will show that the effect of τ is negligible.

Let us introduce the tangential stress at the crack tip:

$$\sigma_{\theta\theta} = -p + 2 \frac{(r+1)(P-p)}{r-1} \text{ where } r = \frac{c_o - b_o}{c_o + b_o} \quad (13)$$

[Reuschlé, 1989] for a cylinder of elliptical cross section (a geometry identical to that of Doyen [1987]) with a semimajor axis c_o and a semiminor axis b_o in the absence of stress. Then the threshold (critical state) is reached at

$$\sigma_{\theta\theta} = -\tau \quad (14)$$

[Jaeger and Cook, 1979]. We characterize the critical state as that corresponding to equation (14). It is indicated by the index subscript c. The initial state is indicated by the index subscript zero. Relations (13) and (14) yield

$$p_c = \frac{P - \frac{A_o \tau}{2}}{1 - \frac{A_o}{2}} \quad (15)$$

where A_o is the stress free crack aspect ratio, defined previously as the aspect ratio for $P=p$ (equation (8)).

As cracks propagate, however, the pore volume increases so that fluid pressure decreases and the driving force is quickly reduced to zero.

Computation of the Critical Cracking Temperature

When the critical fluid pressure (equation (15)) is reached, cracks start propagating: deformation becomes irreversible. A critical fluid pressure is defined with respect to a particular crack. As critical fluid pressure depends on the initial aspect ratio A_o of the crack, cracks with different apertures correspond to different critical fluid pressures. Let us recall here that we are exploring the temperature range 0° - 300°C . Critical temperatures outside of this range are not considered.

Consequently, each crack characterizes a critical state, which is specified by a critical fluid pressure p_c . If there is a spectrum

of aspect ratios, the highest aspect ratio cracks will reach their critical pressure first. This will transform them into cracks of lower aspect ratios. The spectrum will thus be modified by a progressive suppression of high aspect ratios cracks. This means that the minimum critical pressure will increase. For simplicity, we will consider below a single class of aspect ratios. As we know the critical fluid pressure and how fluid pressure evolves versus temperature (equations (1) and (12)), we can infer the corresponding critical temperature. Actually, we consider a repository rock at a given depth: T_i and p_i are the temperature and the fluid pressure before heating occurs. Then, one gets the critical temperature T_c :

$$T_c = T_i + \frac{P - \frac{A_o}{2} \tau - \left(1 - \frac{A_o}{2}\right) p_i}{\frac{dp}{dT} \left(1 - \frac{A_o}{2}\right)} \quad (16)$$

P is the constant confining pressure and is assumed to be lithostatic. The fluid pressure is mainly hydrostatic and is produced by water present in cracks. Let us note that if the stress free crack aspect ratio A_o is much smaller than 1 and $A_o \tau \ll (P - p_i)$, we get

$$T_c \approx T_i + (P - p_i) \frac{1}{\alpha_m} \left[\frac{1}{K_f} + \frac{1}{A_o K_s} \right] \quad (17)$$

The critical temperature depends essentially on the fluid pressure derivative which is strongly controlled by the initial aspect ratio A_o .

Let us now consider numerical results using input data reported in Tables 1 and 3. Equation (17) shows that the critical temperature of a crack is mainly controlled by one microstructural parameter (initial crack aspect ratio A_o) and one mechanical factor (solid bulk modulus K_s). We first examine the influence of the initial crack aspect ratio. Hadley [1976] estimated that for Westerly granite, A_o varies within the range 10^{-4} – 10^{-1} . However, as we are limited by the assumption $\phi_o / A_o \ll 1$, our input data imply that we can investigate only the domain $10^{-2} \leq A_o \leq 10^{-1}$ (see Figure 4 and Table 4). This restriction is not important because cracks which propagate first are precisely those with the highest A_o . The effects of K_s variations are characterized on Figure 4 and Table 4. Numerical simulations also point out that the effect of τ is negligible (see Table 4).

If the solid bulk modulus or the initial aspect ratio increases, the critical temperature decreases. The geometry has the strongest effect. This behavior can be explained quite easily. If the solid bulk modulus is higher, the rock is more difficult to de-

Table 3. Input Data

Parameter	Value
z , m	1000
T_o , $^\circ\text{C}$	50
ρ_s , kg/m ³	2600
ρ_f	1000
τ^a , Pa	-2.12×10^7

^a Tensile strength for Westerly granite [Brace, 1964].

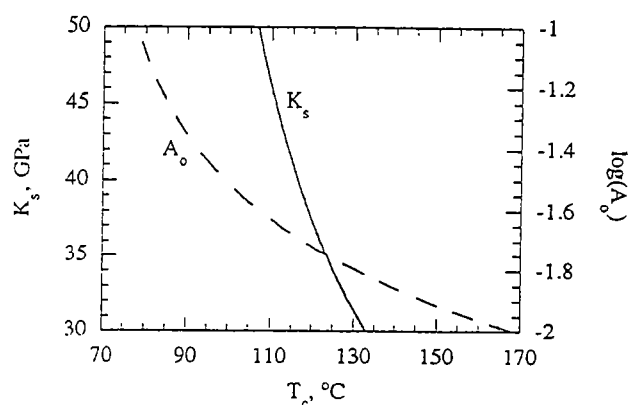


Figure 4. Critical temperature as a function of initial crack aspect ratio (dashed curve) and solid bulk modulus (solid curve). Input data are reported in Tables 1 and 3.

form. The fluid pressure derivative has to be higher in order to reach a given deformation level. Logically, the critical temperature is lower. Moreover, high aspect ratio cracks respond weakly to pressure variations. If the initial aspect ratio increases, the fluid pressure derivative is higher.

Figure 4 illustrates how T_c varies with A_o according to equation (17). It suggests for the case of constant confining pressure that T_c varies between 80° and 160°C for the parameters of Tables 1 and 3. Let us note that thin cracks are very compliant and act as "mechanical buffers." For the other extreme boundary condition (constant bulk volume), no microcracking is expected according to results of Table 2.

Porosity-Permeability Evolution in Granite

Our ultimate goal is to predict how the permeability of a heated saturated granite varies with temperature. We described previously the transformations which affect the medium. Two steps were distinguished as temperature increases. First, at low temperatures, deformations are small and reversible: cracks open slowly because of fluid pressure rise. Second, when temperature reaches a critical level, cracks become unstable and grow.

Let us compute permeability for a given microstructural state of the medium, at a given temperature. Permeability is written as a function of microstructural parameters assuming penny-shaped cracks for mathematical convenience [Guéguen and Dienes, 1989]. The crack radius is c and crack half aperture is b . The aspect ratio is A . Distributions of cracks are introduced

with the assumptions of isotropy and homogeneity. These assumptions correspond to a simplification which makes the calculation tractable. More sophisticated assumptions could be considered but do not seem justified at this level. Although the crack geometry is not strictly identical to that previously used, we consider that the differences are so small that they can be ignored.

Cracks create a more or less connected network which allows the fluid to flow across the rock. Crack connectivity is described by percolation theory: a given crack belongs either to a finite cluster or to the infinite cluster. A finite cluster is constituted by an isolated group of interconnected cracks. An infinite cluster is a path which crosses the whole rock. It contains usually some "dead-ends." Finite clusters and "dead-ends" are excluded because they do not contribute directly to the flow. Then, it can be shown that permeability k is

$$k = \frac{4\pi}{15} f N \langle A^3 \rangle \langle c^5 \rangle \quad (18)$$

[Gavrilenko and Guéguen, 1989], where f is the fraction of cracks which contribute to the flow and N is the number of cracks per unit volume at zero pressure. $\langle A^3 \rangle$ is the third moment of the aspect ratio distribution and $\langle c^5 \rangle$ is the fifth moment of the semimajor axis distribution. The quantity f is derived from percolation theory using the Bethe lattice approximation and the excluded volume of cracks [De Gennes, 1976]. f is zero when the probability of crack intersection is below the percolation threshold. The threshold value corresponds approximately to a line in a plot c - L , where c is the semimajor axis and L the mean crack spacing ($N \approx 1/L^3$) [Guéguen et al., 1986] (Figure 5). The value of f is obtained from the following equations:

$$\begin{aligned} f &= 1 - 4Q^3 + 3Q^4 \\ Q &= -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{q} - \frac{3}{4}} \\ q &= 1 - \exp\left(-\frac{N\pi^2 c^3}{4}\right) \end{aligned} \quad (19)$$

[Guéguen and Palciauskas, 1994].

We are also interested in calculating the connected porosity ϕ , constituted by the volume of cracks that belong to the infinite cluster. In this case, even "dead-ends" have to be taken into account. The connected porosity is

$$\phi = \frac{4\pi}{3} f_p N \langle A \rangle \langle c^3 \rangle \quad (20)$$

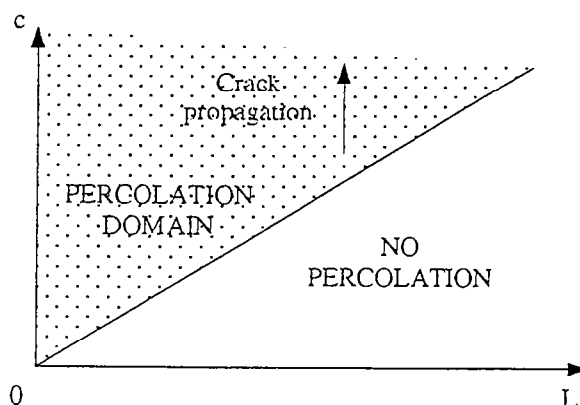


Figure 5. Sketch of our model based on crack propagation.

Table 4. Influence of τ , A_o , and K_s on T_c

Parameter	Value	T_c , °C
τ , $\times 10^7$ Pa	-1	117
	-2.12	117
	-2.83	118
A_o	10^{-2}	168
	2×10^{-2}	117
	10^{-1}	78
K_s , GPa	30	133
	39.1	117
	50	106

where f_p , the fraction of cracks which belong to the infinite cluster ($f_p \geq f$), is obtained from a system of equation similar to the above one:

$$f_p = 1 - Q^4 \quad (21)$$

[Stauffer and Aharony, 1992].

From the above model of porosity-permeability and using the tension failure criterion introduced before, it is possible to derive permeability evolution as a function of temperature. The goal is to describe how the medium changes when temperature increases. As heating caused by nuclear waste storage is assumed to allow the temperature to rise up to less than 300°C, we restrict our discussion to the domain 0°-300°C.

Our main assumption is that the whole porosity is connected. It is the reason why we use the previous relationships in the framework of classical poroelasticity. By simplification, the medium is assumed to be made of solid grains (quartz) and identical cracks (same length, same aperture). Cracks interactions are neglected and microcracking is assumed to depend only on crack propagation: crack length ($2c$) increases (Figure 5). In the following, we will use equation (18) to describe the permeability evolution when crack length and crack aperture vary. We assume that no nucleation is taking place: the number of cracks is constant.

Permeability-Porosity Model

This model only accounts for crack propagation. For simplicity, the rock is assumed to be permeated by an isotropic distribution of identical cracks. Consequently, propagation will occur for a specific critical temperature (equation (17)). The initial or stress-free state depends on (1) three microstructural parameters: the initial semimajor axis c_0 , the initial aspect ratio A_0 (or equivalently b_0), and the initial crack number density N_0 or (2) two physical parameters: the intrinsic permeability k_0 and the intrinsic connected porosity ϕ_0 , both of which depend on the previous microstructural parameters (relations (18) and (20)). In our numerical simulations, k_0 and ϕ_0 are supposed to be known. From these values, we can infer two of the three microstructural parameters c_0 and N_0 . However, these three microstructural parameters should be known in general for a given rock.

Let us investigate the behavior of the heated system. We have shown that a temperature increase involves a fluid pressure rise up to a critical threshold. As long as temperature is smaller than the critical temperature T_c , cracks open elastically. Crack aperture increases whereas crack length remains unchanged. These variations are characterized by the evolution of the aspect ratio (equation (9)) and induce an increase of permeability and porosity. This temperature range is called "reversible domain."

When the critical temperature is reached, a distinct rock behavior appears: cracks become unstable and propagate. A primary result is that connectivity is improved. However, the main problem is to determine the new crack shape at the end of the cracking episode.

The critical state, indexed by subscript c, is defined as that just before propagation. It is characterized by a crack length $2c_c = 2c_0$ and a crack aperture b_c , which derive from equations (7) and (9). In addition, the fluid pressure, equal to p_c , is given by relation (15).

As cracks propagate, their final length is $2(c_0 + dc)$, where dc

is a positive increment. In the same way, crack aperture ($b = Ac$) changes in order to reach a new stable position: it becomes $b_c + db$. Consequently, two distinct relationships are necessary to compute both dc and db . One of them is provided by the mass conservation equation for a given crack. However, the second one is more difficult to constrain. Several kinds of hypotheses can be obeyed. For instance, cracks can be assumed to propagate along the whole grains, but this assumption is not physically reasonable: this length increase is too drastic. It is the reason why we have chosen to consider dc as a free parameter, arbitrary fixed at the beginning of the numerical simulations. A next step will consist in investigating permeability variations with different values for dc .

A more detailed description of the modeling is provided in the following:

The starting point depends on the critical state (c_0, b_c, p_c). Just after cracking, these parameters are ($c_0 + dc, b_c + db, p = P$), because the fluid pressure is assumed to decrease down to the confining pressure. We derive from the mass conservation equation for a given crack:

$$bc^2 \rho_f = \text{const} \Rightarrow \frac{db}{b_c} + 2 \frac{dc}{c_0} + \frac{d\rho_f}{\rho_f} = 0. \quad (22)$$

Using $d\rho_f / \rho_f = (P - p_c) / K_f$ and assuming dc to be fixed as discussed above, equation (22) allows us to calculate db . At this point, all parameters are known to compute permeability and porosity.

At higher temperatures, other cracking episodes can occur. If temperature increases again, fluid pressure also increases. First, cracks open elastically, but a new critical threshold can be reached where cracks propagate again.

In fact, permeability and porosity are modified step by step through a sequence of small reversible domains followed by cracking. At step n , permeability k_n and porosity ϕ_n are obtained from equations (18)-(21), where N remains constant, $A_n = b_n / c_n$, $b_n = b_{n-1} + db$, $c_n = c_{n-1} + dc$. The increment db is obtained from (22) and dc is arbitrarily fixed as discussed above. Simulations are stopped when the investigated temperature is too high or when the limiting condition $\phi_0 / A_0 \ll 1$ is no longer applicable. Examples of permeability and porosity evolution with temperature are plotted on Figures 6 and 7.

An important point is that permeability increases up to a maximum. This behavior is discussed below. We derive from equation (18):

$$\frac{dk}{k} = \frac{df}{f} + 3 \frac{db}{b} + 2 \frac{dc}{c} \quad (23)$$

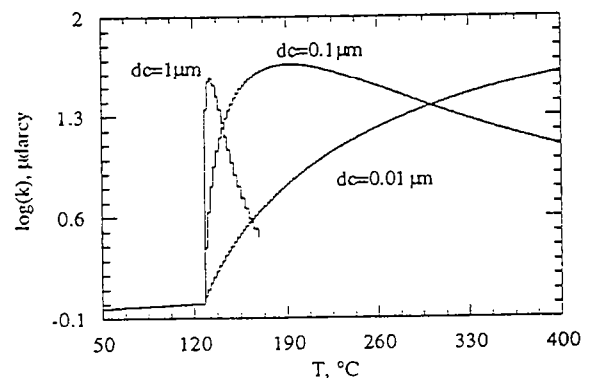


Figure 6. Permeability evolution with temperature for distinct values of dc . (Input data are given in Tables 1, 3, and 5).

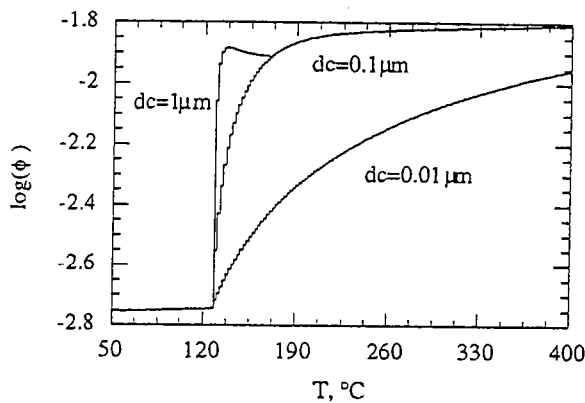


Figure 7. Porosity evolution with temperature for distinct values of dc . (Input data are given in Tables 1, 3, and 5).

where k is the permeability and f the fraction of cracks which contribute to the flow. As $A_o \ll 1$ and using equations (15) and (22), we get

$$\frac{dk}{k} = \frac{df}{f} - 4 \frac{dc}{c} - \frac{3A_o \tau}{2K_f} \quad (24)$$

From the values of K_f , τ , A_o , and c (see Tables 1, 3, 5), we show that $(-2A_o \tau / (3K_f))$ is positive but much smaller than dc/c , unless we consider very small values for the increment of propagation dc ($dc < 0.01 \mu\text{m}$) in which case permeability increases, but very slightly.

Then, it appears from equations (23)-(24) that k is controlled by two parameters, f and c :

If f is constant and $dc > 0.01 \mu\text{m}$, then the first and second terms of equation (24) are negligible and permeability decreases. Let us note, however, that crack asperities can prevent permeability from decreasing below a certain limit. We do not investigate this effect, because we are mainly interested in estimating the upper limit of permeability variations.

In fact, in general connectivity is improved during crack propagation so that f is variable. The fraction f of cracks which contribute to the flow increases, which tends to increase permeability. Hence, in general, the first two terms of equation (24) have to be considered.

The overall result depends on the balance between these two terms.

In Figure 6, f is initially very small (about 1%). Cracking contributes to increase f step by step. But the highest dc is, the more drastic the increase of f is.

Table 5. Input Data for k_o , ϕ_o , A_o , and dc Used in the Permeability Model

Parameter	Value
k_o , μdarcy	1
ϕ_o , %	0.18
A_o	2×10^{-2}
dc , μm	0.1
c_o^a , μm	12
N^a , cracks/ m^3	10^{14}

^a Results for c_o and N .

When $dc = 1 \mu\text{m}$, f reaches nearly 100% after only a few cracking episodes: permeability increases very rapidly. However, at higher temperatures, f remains roughly constant. Then, permeability evolution is controlled by the decrease of crack aperture: permeability decreases when cracking occurs.

When $dc = 0.01 \text{ mm}$, f increases very slowly and counterbalances crack closure: permeability increases very slowly.

To cover the whole range of permeability variations, we also have to discuss the influence of k_o , ϕ_o , and A_o . These parameters are related to microstructure changes. We performed numerical simulations changing k_o , ϕ_o and A_o one at a time, whereas all other parameters are constant. Results are plotted on Figures 8, 9, and 10. It appears that permeability increase can be higher if A_o increases or if ϕ_o decreases. The values that we have considered for A_o (0.1) and ϕ_o (0.01%) are extreme ones.

If there is a crack aspect ratio spectrum, we have seen that this spectrum will be progressively modified by a suppression of high aspect ratios. The highest aspect ratio cracks will reach first their (relatively low) critical temperature. As a result, the permeability increase induced by a fluid pressure rise as we studied is expected to cover at the most 2 orders of magnitude.

Isolated Versus Connected Porosity

This model allows us to point out the importance of some of the assumptions which have been made. In our model (Figure 6), the fraction f_p , which characterizes connected porosity, grows gradually so that f_p can be considered as almost constant. However, f_p is in our example very small and not close to 1, as required by poroelasticity. Then, this is not in agreement with poroelasticity since one primary assumption in poroelasticity is that the pore space is entirely connected: total porosity has to be equal to connected porosity ϕ_c . This assumption ensures that at a given temperature, fluid pressure is constant everywhere in the infinite cluster and that the characterization of the poroelastic constant ζ in terms of the more fundamental parameters is $\zeta = 1 - K/K_f$. The computation of the effective bulk modulus K that we have used is derived from Walsh [1965] and is strictly valid for isolated cracks. The assumptions used in this type of calculations can be described by $\phi/A \ll 1$, where ϕ is the total porosity and A the crack aspect ratio. This emphasizes that we are using here two completely independent theories which are not completely compatible.

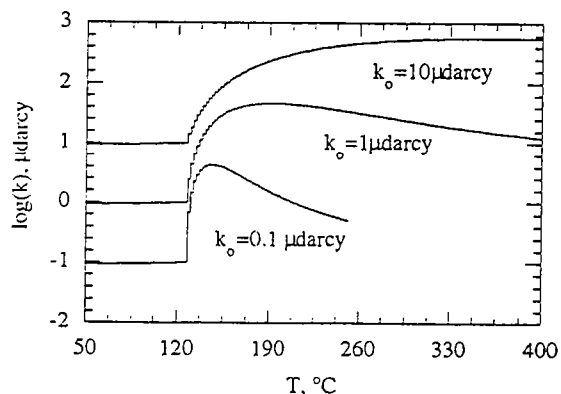


Figure 8. Effects of initial permeability k_o changes on permeability evolution. (Input data are given in Tables 1, 3, and 5).

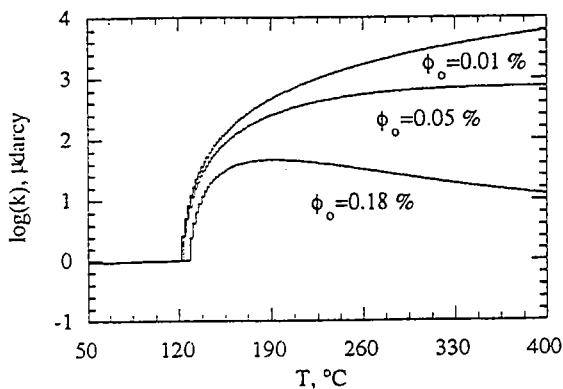


Figure 9. Effects of intrinsic connected porosity ϕ_o changes on permeability evolution. (Input data are given in Tables 1, 3, and 5).

The effects of pore-pore connections have been detailed by Korrington *et al.* [1979]. If all pores are spheres, connectedness makes little or no difference. If all pores are cracks (with identical shapes), there are only small effects under compression. Our model belongs to this last group.

A way to solve the above contradiction is to introduce an isolated porosity in the classical relations of poroelasticity [Rice and Cleary, 1976; McTigue, 1986]. Then we consider a rock with an isolated porosity ϕ_i and a connected porosity ϕ_o . The sum of both porosities is equal to the total porosity ϕ . The behavior of such a rock can be described when the terms porosity and pore volume are redefined: they only refer to pore space containing mobile fluid, i.e., fluid which contributes to the flow. In this case, the matrix is inhomogeneous: it is assumed to be made of both the solid phase and the immobile fluid phase.

We introduce a new modulus K' which characterizes the solid matrix with the isolated porosity. K' can be calculated as before, considering isolated crack (porosity ϕ_i) surrounded by a solid matrix (K_s). We apply the same approach to derive in a second step the effective modulus K : K is obtained from K' and connected porosity ϕ_o . This is, of course, an approximation which could be improved using effective media theories. It will give us at this point an indication on how our results would be modified. Isolated and connected cracks are assumed to have the same shape for simplicity. They are represented by cylinders of elliptical cross section with an initial aspect ratio

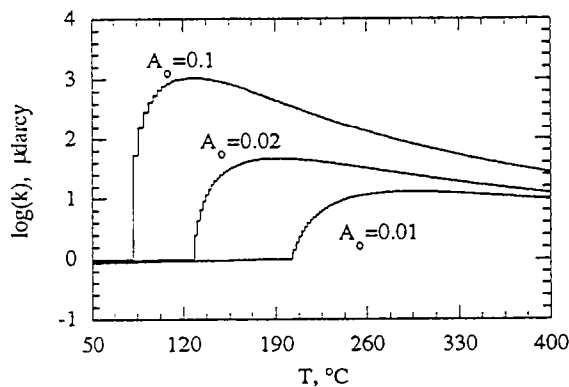


Figure 10. Effects of initial aspect ratio A_o changes on permeability evolution. (Input data are given in Tables 1, 3, and 5).

A_o and a semi-major axis c . (Of course, this is an oversimplification which can easily be relaxed.)

$$K' = K_s \left[1 - \frac{2(1-\nu^2)\phi_i}{3(1-2\nu)A_o} \right] \quad K = K' \left[1 - \frac{2(1-\nu^2)\phi_o}{3(1-2\nu)A_o} \right]. \quad (25)$$

It follows from the derivation of ζ proposed by Nur and Byerlee [1971] that, since connected cracks belong to a matrix of modulus K' :

$$\zeta = 1 - \frac{K}{K'}. \quad (26)$$

The new expression of B depends on ζ and the new fluid pressure derivative is obtained by substituting K' for K_s in equation (12).

Isolated porosity is taken into account by K' . As K' is smaller than K_s , and A_o (initial aspect ratio) $\ll 1$, dp/dT is lower and the resulting critical temperature is higher.

In order to illustrate this conclusion, we consider the same conditions as those examined before (see Tables 1 and 3), but the initial total porosity is 10^{-4} . In that case, a larger range of initial crack aspect ratios is investigated. The connected porosity is different from the total porosity. We introduce an isolated porosity ϕ_i which constitutes 10 % of the total porosity. Then the critical temperature is increased by a few degrees. Figure 11 shows critical temperature versus initial aspect ratio for different amounts of isolated porosity. When this last amount increases, the critical temperature increases too. This phenomenon is more sensitive for small initial aspect ratio.

If we apply these computations to the model that we have developed, the only difference is due to the higher critical temperature: crack propagation occurs at higher temperatures, but the general permeability behavior does not change.

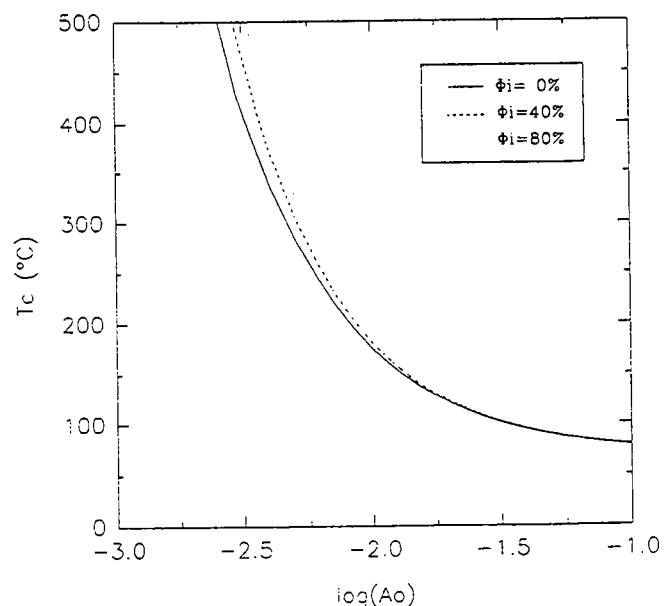


Figure 11. Critical temperature versus logarithm base 10 of initial crack aspect ratio, taking into account different amounts of isolated porosity. Input data are reported in Tables 1 and 3.

Conclusion

In this paper, we examined the nonisothermal response of a fluid-saturated porous rock subjected to heating, within the limits of undrained behavior. This approach is valid for rocks where the hydraulic diffusivity is low with respect to the thermal diffusivity. The fluid response involves cracking above a critical temperature T_c .

1. The first conclusion is relative to the critical temperature whose expression has been formulated within some assumptions and for a given depth. It turns out that the critical temperature depends essentially on two parameters: (1) rock composition through the solid modulus and (2) crack geometry through the initial crack aspect ratio.

Crack geometry has the strongest effect. Numerical simulations, carried out for a depth of 1000 m, have shown that the critical temperature is 80°-160°C if the initial crack aspect ratio is of the order of 10^{-2} for constant confining pressure. Cracks with lower initial aspect ratios propagate at higher temperatures outside the range of interest here. The existence of a crack aspect ratio spectrum in real cases implies that the more rounded cracks have the lowest critical temperature. As cracking proceeds, the crack aspect ratio spectrum moves toward lower and lower aspect ratios (hence higher and higher critical temperatures). The other extreme boundary condition (constant volume) results in no microcracking and a negligible permeability increase for the input parameters considered here. These results allow us to compare two fracture mechanisms: cracking due to fluid pressure increase and cracking produced by thermal expansion mismatch. The latter has been reported to be significant at about 200°C [Fredrich and Wong, 1986]. Then, for a granite with narrow thin cracks, the effect of the fluid pressure increase could be low at low temperatures. In this range, permeability increase could be mainly the result of cracking due to thermal expansion mismatch. However, our results show that the critical temperature is linearly controlled by depth. If the depth is divided by 2, the critical temperature is also reduced by the same factor. Consequently, conclusions about the two kinds of fracture under consideration depend also on depth and specific conclusions can be derived only for precise depth conditions, rock types and boundary conditions.

2. Second, permeability and connected porosity evolution have been described by a model based on a step by step propagation of cracks on small increments. It has been built so that the input data are the intrinsic permeability, the intrinsic connected porosity, the stress-free crack aspect ratio, and the length increment. The sensitivity to each of these factors has been investigated, assuming that the others are constant. Permeability is affected in these conditions by two physical processes which take place simultaneously during crack propagation: (1) the decrease of crack aperture compensates for the increase of crack length and contributes to a permeability decrease and (2) connectivity is improved and this contributes to a permeability increase. Each of these processes can be predominant. In any case, the permeability is expected to increase over 2 orders of magnitude at the most.

These conclusions emphasize that fluid pressure increase can be a possible driving force to produce a particular type of thermal cracking and hence increase permeability. We hope that this will stimulate the realisation of specific experiments which could test the importance of this effect.

Notation

A crack aspect ratio.
 A_c crack aspect ratio at T_c .

A_o stress-free crack aspect ratio.
 ζ effective pressure coefficient.
 α_b bulk thermal expansivity of the rock.
 α_f fluid thermal expansivity.
 α_m thermal expansivity, equal to $(1/m)(\partial m / \partial T)_{P,P}$.
 α_p pore thermal expansivity.
 α_s solid grain thermal expansivity.
 b crack semiminor axis.
 B Skempton coefficient, equal to $(\partial p / \partial P)_{m,T}$.
 c crack semimajor axis.
 db crack width increment.
 dc crack length increment.
 δ_{ij} Kronecker symbol.
 ε_{ij} ij th component of strain.
 E Young's modulus of the solid grains.
 f fraction of cracks which contribute to the flow.
 f_p fraction of cracks connected to the infinite cluster.
 ϕ intrinsic total porosity.
 ϕ_o intrinsic connected porosity.
 ϕ_i intrinsic isolated porosity.
 k_o intrinsic permeability.
 K drained bulk modulus of the rock.
 K' drained bulk modulus of the rock taking isolated porosity into account.
 K_f fluid bulk modulus.
 K_s solid grain bulk modulus.
 K_u undrained bulk modulus of the rock.
 L mean crack spacing.
 λ Lamé constant.
 m mass of pore fluid per unit volume of porous medium.
 μ shear modulus of the rock.
 N crack number density.
 ν Poisson ratio of the solid grains.
 p fluid pressure.
 P confining pressure.
 q probability that two cracks intersect.
 ρ_o fluid density.
 σ_{ij} ij th component of stress.
 τ tensile rock strength.
 T temperature.
 T_c critical temperature.
 T_o initial temperature in the investigated repository before heating.
 z depth.

Acknowledgments. We are grateful to Patricia Berge for her helpful comments and suggestions.

References

- Atkinson, B.K., Subcritical crack growth in geological materials, *J. Geophys. Res.*, 89, 4077-4114, 1984.
- Atkinson, B.K., *Fracture Mechanics of Rock*, Academic, San Diego, Calif., 1987.
- Biot, M.A., General theory of three dimensional consolidation, *J. Appl. Phys.*, 12, 155-164, 1941.
- Biot, M.A., Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid, I, Low-frequency range, *J. Acoust. Soc. Am.*, 28, 168-178, 1956.
- Biot, M.A., Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media, *J. Appl. Phys.*, 33, 1482-1498, 1962.
- Brace, W.F., Brittle fracture of rocks, in *State of Stress in the Earth's Crust*, edited by W.R. Judd, p. 111, Elsevier, New York, 1964.
- Brace, W.F., Permeability of crystalline rocks: new in situ measurements, *J. Geophys. Res.*, 89, 4327-4330, 1984.
- Brace, W.F., J.B. Walsh, and W.T. Frangos, Permeability of granite under high pressure, *J. Geophys. Res.*, 73, 2225-2236, 1968.

- Darot, M., Y. Guéguen and M.L. Baratin, Permeability of thermally cracked granite, *Geophys. Res. Lett.*, **19**, 869-872, 1992.
- De Gennes, P.G., *The Physics of Liquid Crystals*, Oxford University Press., New York, 1976.
- Doyen, P.M., Crack geometry in igneous rocks: A maximum entropy inversion of elastic and transport properties, *J. Geophys. Res.*, **92**, 8169-8181, 1987.
- Fredrich, J.T., and T.F. Wong, Micromechanics of thermally induced cracking in three crustal rocks, *J. Geophys. Res.*, **91**, 12,743-12,764, 1986.
- Gavrilenko, P., and Y. Guéguen, Pressure dependence of permeability: A model for cracked rocks, *Geophys. J. Int.*, **98**, 159-172, 1989.
- Géraud, Y., F. Mazerolle and S. Raynaud, Comparison between connected and overall porosity of thermally stressed granites, *J. Struct. Geol.*, **14**, 981-990, 1992.
- Guéguen, Y. and J.K. Dienes, Transport properties of rock from statistics and percolation, *Math. Geol.*, **21**, 1-13, 1989.
- Guéguen, Y., and V. Palciauskas, *Introduction to the Physics of Rocks*, Princeton University Press, Princeton, N.J., 1994.
- Guéguen, Y., C. David, and M. Darot, Models and time constants for permeability evolution, *Geophys. Res. Lett.*, **13**, 460-463, 1986.
- Guéguen, Y., M. Darot, and T. Reuschlé, Single crack behaviour and crack statistics, in *Deformation Processes in Minerals, Ceramics and Rocks*, edited by D.J. Barber and P.G. Meredith, p.48-71, Unwyn Hyman, London, 1990.
- Hadley, K., Comparison of calculated and observed crack densities and seismic velocities in Westerly granite, *J. Geophys. Res.*, **81**, 3484-3494, 1976.
- Heard, H.C., and L. Page, Elastic moduli, thermal expansion and inferred permeability of two granites to 350°C and 55 megapascals, *J. Geophys. Res.*, **87**, 9340-9348, 1982.
- Jaeger, J.C., and N.W. Cook, *Fundamentals of Rock Mechanics*, 3rd ed., Chapman and Hall, London, 1979.
- Johnson, D.L., and H.J. Manning, Theory of pressure dependent resistivity in crystalline rocks, *J. Geophys. Res.*, **91**, 11,611-11,617, 1986.
- Korringa, J., R.J.S. Brown, D.D. Thompson, and R.J. Runge, Self-consistent imbedding and the ellipsoidal model for porous rocks, *J. Geophys. Res.*, **84**, 5591-5598, 1979.
- Kranz, R.L., Crack growth and development during creep of barre granite, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geochem. Abstr.*, **1**, 23-35, 1980.
- Kranz, R.L., Microcracks in rocks: A review, *Tectonophysics*, **100**, 449-480, 1983.
- Lawn, B.R., *Fracture of Brittle Solids*, Cambridge University Press, New York, 1993.
- Maugis, D., Subcritical crack growth, surface energy, fracture toughness, stick-slip and embrittlement, *J. Mater. Sci.*, **20**, 3041, 1985.
- McTigue, D.F., Thermoelastic response of fluid-saturated porous rock, *J. Geophys. Res.*, **91**, 9533-9542, 1986.
- Norton, D.L., Theory of hydrothermal systems, *Annu. Rev. Earth Planet. Sci.*, **12**, 155-177, 1984.
- Nur, A., and J.D. Byerlee, An exact effective stress law for elastic deformation of rocks with fluids, *J. Geophys. Res.*, **76**, 6414-6419, 1971.
- Palciauskas, V.V., and P.A. Domenico, Characterization of drained and undrained response of thermally loaded repository rocks, *Water Resour. Res.*, **18**, 281-290, 1982.
- Palciauskas, V.V., and P.A. Domenico, Fluid pressures in deforming porous rocks, *Water Resour. Res.*, **25**, 203-213, 1989.
- Reuschlé, T., Les fluides et l'évolution des propriétés mécaniques des roches, Ph. D. thesis, Univ. Louis Pasteur, Strasbourg, France, 1989.
- Reuschlé, T., M. Darot, and Y. Guéguen, Mechanical and transport properties of crustal rocks: From single cracks to crack statistics, *Phys. Earth Planet. Inter.*, **55**, 353-360, 1989.
- Rice, J.R., and M.P. Cleary, Some basic stress diffusion solutions for fluid-saturated elastic porous media with compressible constituents, *Rev. Geophys.*, **14**, 227-241, 1976.
- Stauffer, D., and A. Aharony, *Introduction to Percolation Theory*, 2nd ed., Taylor and Francis, Washington, D.C., 1992.
- Swanson, P.L., Subcritical crack growth and other time- and environment-dependent behavior in crustal rocks, *J. Geophys. Res.*, **89**, 4137-4152, 1984.
- Turner, P.S., Thermal expansion stresses in reinforced plastics, *J. Res. Natl. Bur. Stand.*, **37**, 86-89, 1946.
- Walsh, J.B., The effect of cracks on the compressibility of rock, *J. Geophys. Res.*, **70**, 381-389, 1965.
- Walsh, J.B., Theoretical bounds for thermal expansion, specific heat and strain energy due to internal stresses, *J. Geophys. Res.*, **78**, 7636-7647, 1973.
- Wang, H.F., B.P. Bonner, S.R. Carlson, B.J. Kowallis, and H.C. Heard, Thermal stress cracking in granite, *J. Geophys. Res.*, **94**, 1745-1758, 1989.

Y. Guéguen and M. Le Ravalec, Géosciences Rennes UPR 4661, CNRS, Campus Beaulieu, Bât. 15, Av. Général Leclerc, 35042 Rennes Cedex, France. (e-mail: gueguen@univ-rennes1.fr; ravalec@titan.rennes1-univ.fr)

(Received December 7, 1993; revised August 8, 1994; accepted August 11, 1994.)

CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Au terme de cette étude, consacrée aux propriétés élastiques et aux propriétés de transport des roches poreuses et/ou fissurées, se dégagent différentes conclusions.

Propriétés élastiques

(1) Les premières méthodes de calcul des modules élastiques de milieux polyphasés (calcul de limites supérieures et inférieures par exemple) se révèlent inadaptées dans le cas des roches où les propriétés élastiques de la phase poreuse sont très différentes de celles de la matrice solide. Les modèles dits géométriques apportent alors une amélioration significative. Le modèle construit au cours de cette étude repose sur la théorie différentielle auto-cohérente et présente les avantages suivants:

- les modules élastiques peuvent être calculés jusqu'à des valeurs élevées de la porosité ou de la densité de fissures à condition de ne pas atteindre les seuils de percolation mécaniques.
- les distributions de pores/fissures examinées sont isotropes ou isotropes transverses.
- la porosité peut être constituée d'un ensemble d'inclusions de formes variées.
- les inclusions poreuses se partagent entre une porosité rigide et une porosité compressible.
- le volume des inclusions n'est pas nul, contrairement à ce que WU (1966), O'CONNELL et BUDIANSKY (1974) ou encore HENYEY et POMPHREY (1982) considèrent dans leurs modèles. Ceci permet de considérer une saturation en fluide.

L'une des difficultés essentielles concerne la description de la porosité et pose plus généralement le problème de la définition d'une fissure. Nous nous en tenons dans cette étude à une représentation simplifiée de l'espace poreux tout en tentant d'en conserver les caractéristiques principales. Cette approche bénéficie au moins d'une mise en application simple et efficace.

(2) L'une des originalités de ce travail réside dans le traitement du fluide saturant. Nous avons souligné que pour la théorie des milieux effectifs, le calcul des propriétés élastiques d'une roche saturée suppose que les pressions de fluide à l'intérieur des inclusions sont différentes. La pression de fluide dépend de la géométrie de l'inclusion considérée, *i.e.*, de sa compressibilité, de son orientation, mais aussi de son ordre d'introduction dans la matrice. Ce dernier point, inhérent à la procédure itérative de l'approche différentielle auto-cohérente, en constitue un artefact quantifiable. Ainsi, les propriétés élastiques déterminées à partir de la théorie des milieux effectifs correspondent à un état

non relaxé du fluide. En ce sens, la théorie des milieux effectifs se distingue de la théorie de Biot-Gassmann dont l'une des hypothèses fondamentales repose sur l'équilibre des pressions de fluide dans l'espace poreux. Ces considérations nous ont amenés à combiner le modèle différentiel auto-cohérent et la théorie de Biot-Gassmann pour estimer la dispersion de vitesse attribuée au mécanisme de l'écoulement local. Pour un milieu isotrope, la dispersion prédite est élevée, notamment pour les ondes S. Elle l'est d'autant plus que les fissures sont aplaties. Pour une porosité de 1%, formée de fissures identiques et de facteur de forme égal à 10^{-3} , la dispersion calculée pour les ondes P et S vaut approximativement 10 et 50%. Par ailleurs, l'influence des pores arrondis sur la dispersion est quasiment nulle. Ces résultats concordent avec les observations expérimentales (WINKLER, 1986; CADORET, 1993). Enfin, pour des distributions anisotropes de fissures, on montre, que dans des conditions particulières, la dispersion peut être importante, ou même supérieure à celle calculée pour les distributions isotropes. Dans d'autres cas, elle sera nettement plus faible.

(3) Une partie de ce travail est consacrée à l'influence d'une saturation partielle, *i.e.*, d'une saturation diphasique eau/gaz, sur les vitesses de propagation des ondes en milieu isotrope. Lorsque la distribution des fluides n'est pas uniforme, on distingue, en plus des pores/fissures, une seconde famille d'hétérogénéités. Ces dernières, assimilées à des poches, représentent des zones dont la saturation diffère de celle du restant de la roche. Elles définissent une échelle beaucoup plus grande que les pores/fissures et sont associées au mécanisme de l'écoulement de poche, capable d'induire une dispersion de vitesse supplémentaire. La fréquence caractéristique du mécanisme de l'écoulement local (f_{cL}) est élevée (de l'ordre du MHz); celle attachée à l'écoulement de poche (f_{cG}) est plus basse. f_{cG} peut même relever de la gamme des fréquences propres aux tremblements de terre lorsque les poches sont suffisamment grandes (rayon supérieur au mètre). Nous nous sommes arrêtés à l'étude de deux cas:

- $f > f_{cL}$. C'est le domaine généralement examiné en laboratoire: le fluide n'est relaxé ni à l'échelle des pores/fissures, ni à l'échelle des poches. On a modélisé le comportement des vitesses en fonction de la saturation, pendant des processus d'imbibition et de drainage. Les résultats prédits s'accordent avec les données expérimentales reportées dans la littérature. Il apparaît que les vitesses sont contrôlées par la distribution de fluide à l'échelle des pores/fissures pendant l'imbibition (ENDRES et KNIGHT, 1991) et à l'échelle des poches pendant le drainage.

- $f_{cG} < f < f_{cL}$. Ce domaine peut être celui de la sismologie classique (tremblements de terre). On considère alors des poches sous-saturées suffisamment grandes pour que le fluide soit relaxé à l'échelle des pores/fissures, mais pas à l'échelle des poches. Nous avons réexaminé les processus physiques, liés à la fissuration et la saturation, susceptibles de produire les anomalies de vitesse qui ont été détectées avant certains séismes superficiels. Les tentatives de modélisation précédentes (O'CONNELL et BUDIANSKY, 1974, 1977; SCHOLZ, 1990) sont incorrectes, car le fluide était supposé non relaxé à l'échelle des pores/fissures. En appliquant successivement la théorie de Biot-Gassmann-Domenico et le modèle différentiel auto-cohérent, on montre que la présence de poches sous-saturées et de grande taille, générées par des processus de dilatance et/ou l'hétérogénéité de la roche, peut provoquer des anomalies de vitesses. Si la concentration volumique de ces poches est faible, l'anomalie prédite l'est aussi. Cette remarque permet d'expliquer l'absence d'anomalie de vitesse avant de nombreux séismes ainsi que son caractère aléatoire.

Propriétés de transport

La fissuration d'une roche peut modifier considérablement la perméabilité. Nous nous sommes intéressés aux effets de la fissuration thermique. En effet, une augmentation de température peut être générée par le stockage de déchets nucléaires. Cette augmentation est de l'ordre de 200 à 300°C au maximum. Quelles en seront les conséquences pour la perméabilité? Deux processus de fissuration thermiques sont à prendre en compte:

– la fissuration par dilatation différentielle, ou par dilatation anisotrope, des minéraux constitutifs. Des observations expérimentales suggèrent que le chauffage d'un échantillon sec produit d'abord une décroissance, puis une augmentation de la perméabilité k . Lorsque la température atteint 300°C, k retrouve son niveau initial (DAROT *et al.*, 1992).

– la fissuration par augmentation de la pression de fluide. Dans le cas de roches fissurées et saturées, on prévoit que les fissures se propagent à partir d'une température critique T_c dépendant essentiellement de leur facteur de forme. T_c vaut environ 170°C lorsque le facteur de forme est de 10^{-2} . Cette température diminue quand le facteur de forme des fissures augmente. Pour des températures supérieures, le modèle construit met en évidence un accroissement de la perméabilité de 1 à 2 ordres de grandeur, suivie d'une décroissance. La variation de perméabilité se révèle contrôlée par deux effets opposés: l'allongement et la fermeture des fissures.

Perspectives

A ce stade, plusieurs perspectives se dessinent:

(1) Les modules élastiques, déduits de mesures dynamiques (vitesses), se distinguent des modules élastiques, estimés à partir de mesures statiques. Ces différences s'expliquent par le comportement non linéaire, par rapport à la fréquence et l'amplitude de la déformation, introduit par les fissures et les contacts entre grains. L'un des objectifs de l'ingénierie pétrolière est de déterminer la pression de fluide qui génère des processus de fissuration à l'intérieur d'un réservoir et qui l'évite dans les couches avoisinantes. Cette pression de fluide est définie, en pratique, à partir de logs de vitesses. Il convient donc de mieux appréhender le lien entre les modules dynamiques et statiques (DOMENICO, 1995).

(2) L'un des objectifs de l'industrie pétrolière est de détecter et caractériser les réservoirs d'hydrocarbure et les zones fracturées à l'intérieur de ces réservoirs. On attend de l'interprétation des vitesses qu'elle conduise à une estimation de la compressibilité du fluide, du degré de saturation, de la position et de l'orientation des fissures, du degré de fissuration... En outre, la surveillance d'une zone de production, à l'aide des vitesses, permet de diagnostiquer des modifications des propriétés pétrophysiques du réservoir. Toutefois, si les paramètres affectant la propagation des ondes à l'échelle de l'échantillon sont assez bien connus, il en va tout autrement à l'échelle du terrain. Pour mieux comprendre le lien entre les données de laboratoire et les données *in situ*, la prise en compte d'une distribution de différentes échelles d'hétérogénéités semble une étape incontournable de la modélisation. Le terme d'hétérogénéité se définit ici par rapport à la fracturation et la saturation. Une future étape est donc l'établissement de modèles intégrant plusieurs échelles d'hétérogénéités. Cette étape n'est pas évidente car elle conduit à utiliser des théories différentes reposant sur des concepts distincts (YIN *et al.*, 1995). En effet, la théorie des milieux effectifs est valable si la longueur d'onde est grande par rapport à la taille des hétérogénéités. Le concept de vitesse s'applique alors pleinement. Au contraire, quand la longueur d'onde est petite par rapport à la taille des hétérogénéités, la théorie des rais s'impose. Le temps de transit correspond dans ce cas au chemin le plus rapide. On définit alors une vitesse apparente. Ce problème des échelles d'hétérogénéités, rencontré dans le domaine des gisements d'hydrocarbures, existe de la même manière dans le domaine de la subsurface. Ainsi, l'interprétation des vitesses peut contribuer à une meilleure caractérisation des aquifères, *i.e.*, de leurs propriétés physiques et de leurs propriétés d'écoulement.

(3) Au cours de ce travail, nous avons abordé le thème des risques sismiques par le biais des signaux précurseurs: avant certains séismes, il est apparu que le rapport V_P/V_S suivait un comportement anormal. Cette anomalie de vitesse est attribuée à des processus de fracturation et de circulation des fluides dans les roches crustales (modèles de dilatance-diffusion). Le modèle que nous avons proposé pour réinterpréter ces variations de vitesse, s'appuie sur la théorie différentielle auto-cohérente. En outre, nous avons étudié essentiellement le cas où les fissures sont distribuées aléatoirement et partiellement celui où elles sont orientées. Or, les contraintes tectoniques impliquent le développement de la fissuration suivant des directions préférentielles. CRAMPIN (1978) a montré que les anomalies

de vitesse pouvaient s'expliquer en fonction de l'orientation des fissures. Une continuation de notre étude dans cette direction serait souhaitable. Un couplage avec une modélisation de l'écoulement serait très intéressante. Cette étape pourrait conduire à une meilleure compréhension des signaux précurseurs.

(4) La connaissance de la perméabilité dans un réservoir est essentielle. Les ondes étant sensibles aux fissures/fractures, elles témoignent indirectement des propriétés d'écoulement. Nous avons vu que l'inversion des vitesses, menée à partir du modèle présenté dans cette étude, ne conduit pas à une solution unique pour les paramètres microstructuraux. L'un des problèmes posés est de mettre en évidence les paramètres physiques qu'il faut utiliser pour transformer des données de vitesse en une estimation de la perméabilité.

ANNEXE A: Modules élastiques

Dans le domaine des déformations petites et réversibles, la loi de Hooke fournit:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (\text{A.1})$$

où σ_{ij} est le tenseur des contraintes, ε_{ij} le tenseur des déformations et C_{ijkl} le tenseur des modules élastiques. L'inverse de cette relation s'écrit:

$$\varepsilon_{ij} = S_{ijkl} \sigma_{kl}. \quad (\text{A.2})$$

S_{ijkl} est le tenseur de déformabilité. On utilise souvent la notation simplifiée introduite par Voigt qui consiste à remplacer les paires d'indices ij par un indice unique n . Les correspondances s'établissent d'après le tableau suivant: C_{ijkl} et S_{ijkl} sont alors représentés par les matrices symétriques C_{ij} et

ij	11	22	33	23	13	12
n	1	2	3	4	5	6

S_{ij} de la forme suivante.

$$\begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ & & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ & & & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ & & & & C_{55} & C_{56} \\ & & & & & C_{66} \end{pmatrix}. \quad (\text{A.3})$$

1. Milieu isotrope

Dans le cas d'un milieu isotrope, la matrice C_{ij} devient:

$$\begin{pmatrix} K + \frac{4}{3}\mu & K - \frac{2}{3}\mu & K - \frac{2}{3}\mu & & & \\ K - \frac{2}{3}\mu & K + \frac{4}{3}\mu & K - \frac{2}{3}\mu & & & \\ K - \frac{2}{3}\mu & K - \frac{2}{3}\mu & K + \frac{4}{3}\mu & & & \\ & & & \mu & & \\ & & & & \mu & \\ & & & & & \mu \end{pmatrix}. \quad (\text{A.4})$$

Le milieu isotrope se caractérise par les relations suivantes: $C_{11} = C_{22} = C_{33}$, $C_{44} = C_{55} = C_{66}$ et $C_{12} = C_{23} = C_{13}$. S_{ij} vaut:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{9K} + \frac{1}{3\mu} & \frac{1}{9K} - \frac{1}{6\mu} & \frac{1}{9K} - \frac{1}{6\mu} & & & \\ \frac{1}{9K} - \frac{1}{6\mu} & \frac{1}{9K} + \frac{1}{3\mu} & \frac{1}{9K} - \frac{1}{6\mu} & & & \\ \frac{1}{9K} - \frac{1}{6\mu} & \frac{1}{9K} - \frac{1}{6\mu} & \frac{1}{9K} + \frac{1}{3\mu} & & & \\ & & & \frac{1}{4\mu} & & \\ & & & & \frac{1}{4\mu} & \\ & & & & & \frac{1}{4\mu} \end{pmatrix} \quad (\text{A.5})$$

où K et μ sont respectivement les modules d'incompressibilité et de cisaillement. Notons que le coefficient de Poisson ν s'écrit:

$$\nu = \frac{3K - 2\mu}{2(3K + \mu)}. \quad (\text{A.6})$$

2. Milieu isotrope transverse

Lorsqu'un milieu affiche une symétrie de révolution autour d'un axe, il est dit isotrope transverse ou hexagonal. Le tenseur des modules élastiques peut alors être explicité à l'aide de:

$$\begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & & & \\ C_{12} & C_{11} & C_{13} & & 0 & \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & & & \\ & & & C_{44} & & \\ & 0 & & & C_{44} & \\ & & & & & C_{66} \end{pmatrix}. \quad (\text{A.7})$$

Les propriétés élastiques dépendent en fait de 5 constantes indépendantes, ce qui se traduit par les relations suivantes: $C_{11}=C_{22}$, $C_{13}=C_{23}$, $C_{44}=C_{55}$, $C_{12}=C_{11}-2C_{66}$. Une forme équivalente peut être mise en évidence pour le tenseur de déformabilité.

ANNEXE B: Fréquences caractéristiques

1. Ecoulement local

On détermine la fréquence caractéristique pour le mécanisme de l'écoulement local qui intervient à l'échelle des pores/fissures. On considère des fissures totalement saturées par un fluide incompressible et schématisées par 2 plaques parallèles (Figure B.1)

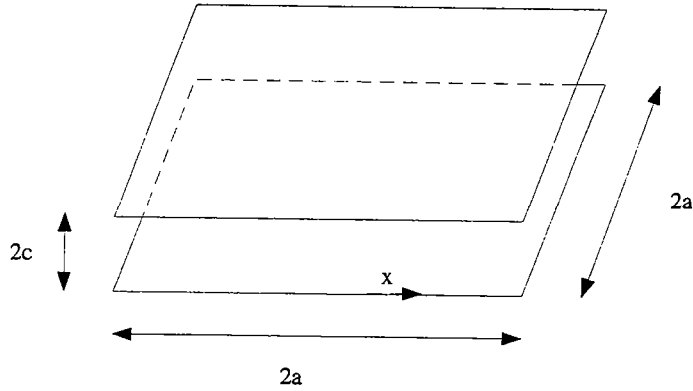


Figure B.1: Représentation schématique d'une fissure.

La vitesse d'écoulement moyenne du fluide pour cette géométrie est:

$$|v| = \frac{c^2}{3\eta} \frac{\Delta p}{\Delta x} \quad (\text{B.1})$$

où η est la viscosité du fluide et p sa pression. Si une onde se propage dans la roche, la fissure est soumise à une pression, une partie du fluide est expulsée. Le volume de fluide expulsé vaut:

$$\Delta V = \Delta(8a^2c) \quad (\text{B.2})$$

et les variations des dimensions de la fissure s'estiment à partir des expressions de DOYEN (1987). On peut montrer que a reste inchangé, tandis que:

$$\Delta c \approx 2c \frac{\Delta p}{\alpha E_s} \quad (\text{B.3})$$

où α est le facteur de forme de la fissure ($=c/a$) et E_s le module d'Young de la matrice solide. On obtient alors:

$$\Delta V = 16a^2c \frac{\Delta p}{\alpha E_s} \quad (\text{B.4})$$

Or, la fréquence caractéristique est définie à partir de l'écoulement de ce volume pendant une période T :

$$\Delta V = 4acvT \quad (\text{B.5})$$

En combinant ces 2 dernières équations avec l'équation (B.1) et en supposant que $\Delta x \approx 2a$, on montre que:

$$T = \frac{1}{f_{cL}} \approx \frac{24\eta}{\alpha^3 E_s}. \quad (\text{B.6})$$

2. Ecoulement global

La dispersion induite par le mécanisme de l'écoulement global ou de poche apparaît à l'échelle des poches, témoins d'une saturation inhomogène (mélange de deux fluides immiscibles). On considère une roche séparée en deux domaines: des poches totalement saturées en liquide et le reste de la roche est saturé en gaz (Figure B.2). La porosité ϕ est supposée uniforme dans toute la roche. Lorsqu'une onde se propage dans la roche, des régions saturées en liquide sont plus comprimées que le reste de la roche. L'équilibre des pressions implique un déplacement du liquide depuis les zones aux gradients de pression les plus élevés vers celles où ils sont moindres.

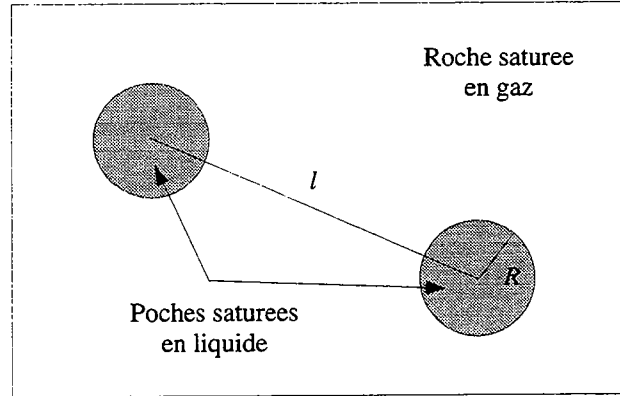


Figure B.2: Milieu contenant des poches.

Dans une poche saturée en liquide, le volume à expulser est:

$$\frac{\Delta V}{V} \approx \frac{\Delta p}{K_p} \quad (\text{B.7})$$

où V est le volume de pore et K_p le module d'incompressibilité de l'espace poreux. Ce paramètre est lié aux modules d'incompressibilité de la matrice solide K_s et de la roche K :

$$\frac{\phi}{K_p} = \frac{1}{K} - \frac{(1 + \phi)}{K_s}. \quad (\text{B.8})$$

On a:

$$\Delta V \approx \frac{\Delta p}{K_p} \frac{4}{3} \pi R^3 \phi. \quad (\text{B.9})$$

R est le rayon des poches. Par ailleurs, on détermine le débit et on considère que l'écoulement se fait sur une période T . La loi de Darcy conduit à:

$$|q| = \frac{k \Delta p}{\eta \Delta x} \quad (\text{B.10})$$

où q est la vitesse de Darcy, k est la perméabilité et η la viscosité du liquide. On en déduit alors:

$$\Delta V = \frac{k \Delta p}{\eta \Delta x} 4\pi R^2 T. \quad (\text{B.11})$$

On suppose que l'écoulement se fait sur la distance l qui sépare 2 poches. Par ailleurs, on peut estimer la saturation en liquide comme étant égale à $S = (R/l)^3$. On obtient donc $f_{cG} = 1/T$:

$$f_{cG} \approx \frac{3K_p k S^{1/3}}{R^2 \phi \eta}. \quad (\text{B.12})$$

ANNEXE C: Tenseur d'Eshelby

1. Définition du tenseur d'Eshelby

Soit une inclusion Ω , caractérisée par la eigenstrain ε_{ij}^* , à l'intérieur d'une matrice homogène, infiniment étendue, de modules élastiques C_{ijkl}^s . En accord avec la terminologie employée par ESHELBY (1957) ou MURA (1987), les propriétés élastiques de l'inclusion sont les mêmes que celles de la matrice. La déformation totale ε_{ij} est la somme de la déformation élastique et de la eigenstrain. La déformation élastique est reliée à la contrainte σ_{ij} par la loi de Hooke:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}^s(\varepsilon_{kl} - \varepsilon_{kl}^*) \quad \text{dans } \Omega. \quad (C.1)$$

En l'absence de force de volume, l'équation d'équilibre s'écrit:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij,j} &= 0 \\ C_{ijkl}^s u_{k,lj} &= C_{ijkl}^s \varepsilon_{kl,j}^*. \end{aligned} \quad (C.2)$$

u_i est le déplacement associé à ε_{ij} . La contribution de ε_{ij}^* est équivalente à celle d'une force de volume. On suppose que:

$$\varepsilon_{ij}^*(\mathbf{x}) = \overline{\varepsilon_{ij}^*}(\mathbf{x}) \exp(i\mathbf{n} \cdot \mathbf{x}) \quad (C.3)$$

où \mathbf{n} est le vecteur d'onde. La solution correspondante pour le déplacement est:

$$u_i(\mathbf{x}) = \overline{u_i}(\mathbf{n}) \exp(i\mathbf{n} \cdot \mathbf{x}). \quad (C.4)$$

On introduit ces deux dernières relations dans l'équation d'équilibre:

$$-C_{ijkl}^s \overline{u_k} n_l n_j = i C_{ijkl}^s \overline{\varepsilon_{kl}^*} n_j. \quad (C.5)$$

A ce stade, on pose $K_{ik} = C_{ijkl}^s n_l n_j$ et $X_i = -i C_{ijkl}^s \overline{\varepsilon_{kl}^*} n_j$. Il reste à résoudre le système suivant:

$$K_{ik} \overline{u_k} = X_i. \quad (C.6)$$

Notons que les propriétés de symétrie de C_{ijkl}^s implique que la matrice K_{ij} est symétrique. La solution de ce système d'équations s'écrit:

$$\overline{u_k}(\mathbf{n}) = \frac{X_j N_{ij}(\mathbf{n})}{D(\mathbf{n})} \quad (C.7)$$

où N_{ij} et D sont respectivement les cofacteurs et le déterminant de K_{ij} . On en déduit l'expression suivante pour le déplacement:

$$u_i(\mathbf{x}) = -i C_{jlmn}^s \overline{\varepsilon_{mn}^*} n_l \frac{N_{ij}(\mathbf{n})}{D(\mathbf{n})} \exp(i\mathbf{n} \cdot \mathbf{x}). \quad (C.8)$$

La théorie de l'élasticité étant linéaire, le théorème de superposition s'applique. On exprime plus généralement la eigenstrain à partir d'une intégrale de Fourier:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{ij}^*(\mathbf{x}) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \overline{\varepsilon_{ij}^*}(\mathbf{n}) \exp(\mathbf{i}\mathbf{n} \cdot \mathbf{x}) d\mathbf{n} \\ \text{et } \overline{\varepsilon_{ij}^*}(\mathbf{n}) &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon_{ij}^*(\mathbf{x}) \exp(\mathbf{i}\mathbf{n} \cdot \mathbf{x}) d\mathbf{x}.\end{aligned}\tag{C.9}$$

On obtient:

$$\begin{aligned}u_i(\mathbf{x}) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \overline{u_i}(\mathbf{n}) \exp(\mathbf{i}\mathbf{n} \cdot \mathbf{x}) d\mathbf{n} \\ &= \frac{-i}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{C_{jlmn}^s \varepsilon_{mn}^*(\mathbf{x}') n_l N_{ij}(\mathbf{n})}{D(\mathbf{n})} \exp(\mathbf{i}\mathbf{n} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}')) d\mathbf{n} d\mathbf{x}'.\end{aligned}\tag{C.10}$$

On en déduit alors l'expression de la déformation:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{ij}(\mathbf{x}) &= \frac{u_{i,j} + u_{j,i}}{2} \\ &= \frac{1}{2(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{C_{klmn}^s \varepsilon_{mn}^*(\mathbf{x}') n_l}{D(\mathbf{n})} \{N_{ik}(\mathbf{n}) n_j + N_{jk}(\mathbf{n}) n_i\} \exp(\mathbf{i}\mathbf{n} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}')) d\mathbf{n} d\mathbf{x}'.\end{aligned}\tag{C.11}$$

Enfin, ESHELBY (1957) ayant montré que la eigenstrain est uniforme à l'intérieur d'une inclusion de forme ellipsoïdale, on écrit:

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{x}) = \frac{C_{klmn}^s \varepsilon_{mn}^*}{2(2\pi)^3} \int_{\Omega} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{n_l}{D(\mathbf{n})} \{N_{ik}(\mathbf{n}) n_j + N_{jk}(\mathbf{n}) n_i\} \exp(\mathbf{i}\mathbf{n} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}')) d\mathbf{n} d\mathbf{x}'.\tag{C.12}$$

ESHELBY (1957) introduit alors le tenseur S_{ijkl} qui porte son nom de sorte que:

$$\varepsilon_{ij} = S_{ijkl} \varepsilon_{kl}^*\tag{C.13}$$

avec

$$S_{ijmn} = \frac{C_{klmn}^s}{2(2\pi)^3} \int_{\Omega} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{n_l}{D(\mathbf{n})} \{N_{ik}(\mathbf{n}) n_j + N_{jk}(\mathbf{n}) n_i\} \exp(\mathbf{i}\mathbf{n} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}')) d\mathbf{n} d\mathbf{x}'.\tag{C.14}$$

2. Calcul du tenseur d'Eshelby pour des géométries particulières

On rappelle à présent des résultats généraux concernant le tenseur d'Eshelby pour différentes géométries d'ellipsoïdes.

Le tenseur d'Eshelby possède certaines des propriétés élastiques d'un cristal orthorombique dont les axes seraient parallèles à ceux de l'ellipsoïde. Notons cependant que les relations de la forme $S_{1122} = S_{2211}$ ne sont généralement pas valides (sauf lorsque l'ellipsoïde présente certaines symétries). Les coefficients couplant une extension et un cisaillement (par exemple S_{1112}) ou encore 2 cisaillements différents (par exemple S_{1223}) sont nuls.

Inclusions sphériques

Ces résultats ont été établis par ESHELBY (1957) ou MURA (1987). ν_s est le coefficient de Poisson de la matrice solide.

$$S_{1111} = S_{2222} = S_{3333} = \frac{7 - 5\nu_s}{15(1 - \nu_s)}. \quad (C.15)$$

$$\begin{aligned} S_{1122} = S_{2233} = S_{3311} = S_{1133} = S_{2211} = S_{3322} \\ = \frac{5\nu_s - 1}{15(1 - \nu_s)}. \end{aligned} \quad (C.16)$$

$$\begin{aligned} S_{1212} = S_{1221} = S_{2112} = S_{2121} \\ = S_{2323} = S_{2332} = S_{3223} = S_{3232} \\ = S_{1313} = S_{1331} = S_{3113} = S_{3131} \\ = \frac{4 - 5\nu_s}{15(1 - \nu_s)}. \end{aligned} \quad (C.17)$$

Ellipsoïdes de révolution aplatis

Ces formules ont été déterminées par WALSH (1969) dans le cas d'un ellipsoïde de facteur de forme $\alpha \ll 1$ et placé à l'intérieur d'une matrice solide isotrope et homogène. Les modules d'incompressibilité et de cisaillement de la matrice sont K_s et μ_s .

$$S_{1111} = S_{2222} = \frac{\pi\alpha}{16}(9 - 5R). \quad (C.18)$$

$$S_{3333} = 1 - \frac{\pi\alpha R}{2}. \quad (C.19)$$

$$S_{1122} = S_{2211} = \frac{\pi\alpha}{16}(3 - 7R). \quad (C.20)$$

$$S_{1133} = S_{2233} = -\frac{\pi\alpha R}{4}. \quad (C.21)$$

$$S_{3311} = S_{3322} = 1 - 2R - \frac{\pi\alpha}{4}(3 - 5R). \quad (C.22)$$

$$S_{1212} = S_{1221} = S_{2112} = S_{2121} = \frac{\pi\alpha}{16}(3 + R). \quad (C.23)$$

$$\begin{aligned}
S_{1313} &= S_{1331} = S_{3113} = S_{3131} \\
&= S_{2323} = S_{2332} = S_{3223} = S_{3232} \\
&= \frac{1}{2} - \frac{\pi\alpha}{8}(3 - 2R).
\end{aligned} \tag{C.24}$$

On note R le rapport suivant:

$$R = \frac{3\mu_s}{3K_s + 4\mu_s}. \tag{C.25}$$

Ellipsoïdes de révolution: cas général

Le tenseur d'Eshelby a été calculé par LIN et MURA (1973), MURA (1987) dans le cas d'un ellipsoïde de révolution placé à l'intérieur d'une matrice isotrope transverse (C_{ijkl}^s). La phase présente dans l'ellipsoïde peut aussi être isotrope transverse. Néanmoins, il est supposé que les axes de cette phase, de la matrice solide et de l'ellipsoïde sont les mêmes. Notons qu'il n'y a pas d'hypothèse restrictive sur le facteur de forme α de l'ellipsoïde.

LIN et MURA (1973) ont montré que le tenseur d'Eshelby S_{ijkl} pouvait s'exprimer en fonction d'un tenseur noté G_{ijkl} :

$$S_{ijmn} = \frac{1}{8\pi} C_{pqmn}^s (G_{ipjq} + G_{jp iq}). \tag{C.26}$$

Les éléments non nuls du tenseur G_{ijkl} sont définis comme suit:

$$\begin{aligned}
d &= C_{11}^1 & e &= \frac{(C_{11}^s - C_{12}^s)}{2} & f &= C_{44}^s & g &= C_{13}^s + C_{44}^s & h &= C_{33}^s \\
\rho &= \frac{1}{\alpha}.
\end{aligned} \tag{C.27}$$

$$\begin{aligned}
G_{1111} &= G_{2222} \\
&= \frac{\pi}{2} \int_0^1 \Delta(1-x^2) \{ [f(1-x^2) + h\rho^2 x^2] [(3e+d)(1-x^2) + 4f\rho^2 x^2] - g^2 \rho^2 x^2 (1-x^2) \} dx.
\end{aligned} \tag{C.28}$$

$$G_{3333} = 4\pi \int_0^1 \Delta \rho^2 x^2 [d(1-x^2) + f\rho^2 x^2] [e(1-x^2) + f\rho^2 x^2] dx. \tag{C.29}$$

$$\begin{aligned}
G_{1122} &= G_{2211} \\
&= \frac{\pi}{2} \int_0^1 \Delta(1-x^2) \{ [f(1-x^2) + h\rho^2 x^2] [(e+3d)(1-x^2) + 4f\rho^2 x^2] - 3g^2 \rho^2 x^2 (1-x^2) \} dx.
\end{aligned} \tag{C.30}$$

$$\begin{aligned}
G_{1133} &= G_{2233} \\
&= 2\pi \int_0^1 \Delta \rho^2 x^2 \{ [(d+e)(1-x^2) + 2f\rho^2 x^2] [f(1-x^2) + h\rho^2 x^2] - g^2 \rho^2 x^2 (1-x^2) \} dx.
\end{aligned} \tag{C.31}$$

$$\begin{aligned}
G_{3311} &= G_{3322} \\
&= 2\pi \int_0^1 \Delta(1-x^2) [d(1-x^2) + f\rho^2 x^2] [e(1-x^2) + f\rho^2 x^2] dx.
\end{aligned} \tag{C.32}$$

$$\begin{aligned}
G_{1212} &= G_{1221} = G_{2112} = G_{2121} \\
&= \frac{\pi}{2} \int_0^1 \Delta(1-x^2)^2 \{g^2 \rho^2 x^2 - (d-e)[f(1-x^2) + h\rho^2 x^2]\} dx.
\end{aligned} \tag{C.33}$$

$$\begin{aligned}
G_{1313} &= G_{1331} = G_{3113} = G_{3131} = G_{2323} = G_{2332} = G_{3223} = G_{3232} \\
&= -2\pi \int_0^1 \Delta g \rho^2 x^2 (1-x^2) [e(1-x^2) + f\rho^2 x^2] dx.
\end{aligned} \tag{C.34}$$

où Δ est donné par:

$$\frac{1}{\Delta} = [e(1-x^2) + f\rho^2 x^2] \{ [d(1-x^2) + f\rho^2 x^2] [f(1-x^2) + h\rho^2 x^2] - g^2 \rho^2 x^2 (1-x^2) \}. \tag{C.35}$$

ANNEXE D: Energie d'interaction d'une inhomogénéité

On considère (Figure D.1) une matrice infiniment étendue $D-\Omega$ à l'intérieur de laquelle se trouve une inhomogénéité Ω , de fraction volumique ϕ . L'ensemble est soumis à une force de surface \mathbf{F} à l'infini ($F_i = \sigma_{ij}^o n_j$). La surface limite de cette structure est S . \mathbf{n} est un vecteur unitaire normal à cette surface.

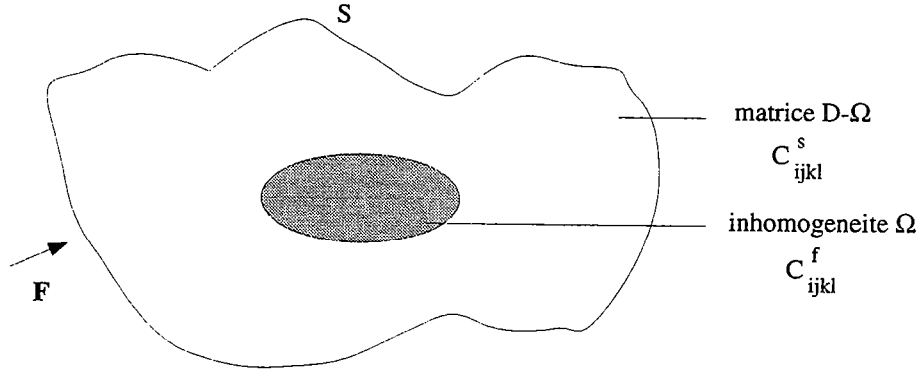


Figure D.1: Représentation du milieu étudié.

σ_{ij}^o est la contrainte à l'infini et u_i^o le déplacement associé. σ_{ij} est la contrainte dépendant de la présence de l'inhomogénéité et u_i le déplacement correspondant. La loi de Hooke s'écrit, d'après le principe de l'inclusion équivalente:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}^o + \sigma_{ij} &= C_{ijkl}^s (u_{k,l}^o + u_{k,l} - \varepsilon_{kl}^*) & \text{dans } \Omega \\ \sigma_{ij}^o + \sigma_{ij} &= C_{ijkl}^s (u_{k,l}^o + u_{k,l}) & \text{dans } D - \Omega. \end{aligned} \quad (D.1)$$

ε_{ij}^* est la eigenstrain dans l'inclusion qui permet de simuler le problème de l'inhomogénéité et C_{ijkl}^s est le tenseur des modules élastiques dans la matrice solide (et l'inclusion). On examine par la suite des énergies par unité de volume.

L'énergie de déformation élastique vaut:

$$W^* = \frac{1}{2} \int_D (\sigma_{ij}^o + \sigma_{ij}) (u_{i,j}^o + u_{i,j}) dD. \quad (D.2)$$

En intégrant par parties, on montre que $\int_D \sigma_{ij} (u_{i,j}^o + u_{i,j}) dD = 0$. En effet:

$$\begin{aligned} \int_D \sigma_{ij} (u_{i,j}^o + u_{i,j}) dD &= \int_S \sigma_{ij} u_i^o n_j dS - \int_D \sigma_{ij,j} u_i^o dD + \\ &\quad \int_S \sigma_{ij} u_i n_j dS - \int_D \sigma_{ij,j} u_i dD. \end{aligned} \quad (D.3)$$

Or, $\sigma_{ij}n_j = 0$ (effet d'inhomogénéité nul à l'infini) sur S et $\sigma_{ij,j} = 0$ (condition d'équilibre). En outre, l'équation (D.1) permet d'écrire:

$$\begin{aligned}\sigma_{ij}^o u_{i,j} &= C_{ijkl}^s u_{k,l}^o u_{i,j} \\ &= C_{ijkl}^s u_{k,l}^o (u_{i,j} + \varepsilon_{ij}^* - \varepsilon_{ij}^*) \\ &= \sigma_{kl} u_{k,l}^o + \sigma_{ij}^o \varepsilon_{ij}^*.\end{aligned}\quad (D.4)$$

L'expression obtenue pour l'énergie de déformation élastique est la suivante:

$$W^* = \frac{1}{2} \int_D (\sigma_{ij}^o u_{i,j}^o + \sigma_{kl} u_{k,l}^o + \sigma_{ij}^o \varepsilon_{ij}^*) dD. \quad (D.5)$$

On observe de plus que $\int_D \sigma_{kl} u_{k,l}^o dD = 0$ (cf. équation D.3). L'expression finale pour l'énergie de déformation élastique est donc:

$$W^* = \frac{1}{2} \int_D \sigma_{ij}^o u_{i,j}^o dD + \frac{1}{2} \int_D \sigma_{ij}^o \varepsilon_{ij}^* dD. \quad (D.6)$$

On cherche à présent à déterminer l'énergie d'interaction entre l'inhomogénéité et F_i . On rappelle que l'énergie potentielle totale est la somme de l'énergie élastique de déformation et de l'énergie potentielle liée à F_i . Elle s'écrit:

$$\begin{aligned}W &= W^* - \int_S F_i (u_i^o + u_i) dS \\ &= \frac{1}{2} \int_D \sigma_{ij}^o u_{i,j}^o dD + \frac{1}{2} \int_D \sigma_{ij}^o \varepsilon_{ij}^* dD - \int_S F_i (u_i^o + u_i) dS.\end{aligned}\quad (D.7)$$

Si le milieu étudié est homogène, i.e., s'il n'y a pas d'inhomogénéité ni de eigenstrain, on a:

$$W_o = \frac{1}{2} \int_D \sigma_{ij}^o u_{i,j}^o dD - \int_S F_i u_i^o dS. \quad (D.8)$$

L'énergie d'interaction entre l'inhomogénéité et F_i est définie par:

$$E_{int} = W - W_o = \frac{1}{2} \int_D \sigma_{ij}^o \varepsilon_{ij}^* dD - \int_S F_i u_i dS. \quad (D.9)$$

Par ailleurs, on montre que:

$$\begin{aligned}
 \int_S F_i u_i dS &= \int_S \sigma_{ij}^o n_j u_i dS \\
 &= \int_D \sigma_{ij}^o u_{i,j} dD \\
 &= \int_D \sigma_{ij}^o (u_{i,j} - \varepsilon_{ij}^*) dD + \int_D \sigma_{ij}^o \varepsilon_{ij}^* dD
 \end{aligned} \tag{D.10}$$

et [cf. équations (D.1) et (D.3)]

$$\begin{aligned}
 \int_D \sigma_{ij}^o (u_{i,j} - \varepsilon_{ij}^*) dD &= \int_D C_{ijkl}^s u_{k,l}^o (u_{i,j} - \varepsilon_{ij}^*) dD \\
 &= \int_D u_{k,l}^o \sigma_{kl} dD \\
 &= 0.
 \end{aligned} \tag{D.11}$$

L'énergie d'interaction entre l'inhomogénéité et F_i s'écrit donc:

$$E_{int} = -\frac{1}{2} \int_D \sigma_{ij}^o \varepsilon_{ij}^* dD. \tag{D.12}$$

De plus, ESHELBY (1957) montre que si la contrainte à l'infini est uniforme et l'inhomogénéité de forme ellipsoïdale, la eigenstrain est uniforme à l'intérieur de cette inhomogénéité, ce qui conduit à:

$$E_{int} = -\frac{1}{2} \phi \sigma_{ij}^o \varepsilon_{ij}^*. \tag{D.13}$$

ANNEXE E: Vitesses des ondes de propagation

Dans un milieu élastique homogène, de modules élastiques C_{ijkl}^* et de masse volumique ρ^* , l'équation de propagation des ondes s'écrit:

$$\begin{aligned} m_{il}a_l &= c^2 a_i \\ \text{avec} \quad m_{il} &= \frac{1}{\rho^*} C_{ijkl}^* n_j n_k. \end{aligned} \quad (\text{E.1})$$

m_{il} est la matrice de Christoffel: elle est symétrique. Cette formulation correspond à une onde plane se propageant suivant \mathbf{n} à la vitesse de phase c . La matrice de Christoffel admet 3 valeurs propres distinctes, excepté lorsqu'on a des valeurs propres dégénérées, ainsi que 3 vecteurs propres associés.

1. Milieu isotrope

Lorsque le milieu est isotrope, le tenseur des modules effectifs dépend des modules d'incompressibilité K^* et de cisaillement μ^* . On peut montrer que la matrice de Christoffel admet dans ce cas 2 valeurs propres dégénérées qui correspondent à l'onde S, polarisée perpendiculairement à la direction de propagation. L'autre valeur propre caractérise l'onde P, polarisée suivant \mathbf{n} . Les vitesses de ces ondes s'expriment alors:

$$V_P^2 = \frac{K^* + \frac{4}{3}\mu^*}{\rho^*} \quad V_S^2 = \frac{\mu^*}{\rho^*}. \quad (\text{E.2})$$

2. Milieu isotrope transverse

Pour un milieu isotrope transverse, la matrice de Christoffel a 3 valeurs propres distinctes définissant une onde P et 2 ondes S, notées SV et SH. L'onde SH est polarisée parallèlement au plan des fissures et l'onde SV perpendiculairement à l'onde SH. LOVE (1927) montre que les vitesses de ces ondes s'écrivent:

$$\begin{aligned} V_P^2 &= \frac{1}{2\rho^*} \left[C_{11}^* \sin^2 \theta + C_{33}^* \cos^2 \theta + C_{44}^* + \left\{ [(C_{11}^* - C_{44}^*) \sin^2 \theta - (C_{33}^* - C_{44}^*) \cos^2 \theta]^2 + (C_{13}^* + C_{44}^*)^2 \sin^2 2\theta \right\}^{1/2} \right] \\ V_{SV}^2 &= \frac{1}{2\rho^*} \left[C_{11}^* \sin^2 \theta + C_{33}^* \cos^2 \theta + C_{44}^* - \left\{ [(C_{11}^* - C_{44}^*) \sin^2 \theta - (C_{33}^* - C_{44}^*) \cos^2 \theta]^2 + (C_{13}^* + C_{44}^*)^2 \sin^2 2\theta \right\}^{1/2} \right] \\ V_{SH}^2 &= \frac{1}{\rho^*} [C_{66}^* \sin^2 \theta + C_{44}^* \cos^2 \theta] \end{aligned} \quad (\text{E.3})$$

où θ est l'angle entre la direction de propagation et l'axe de révolution (Figure E.1). L'écriture du tenseur des modules élastiques suit les règles de notation de Voigt (cf. ANNEXE A).

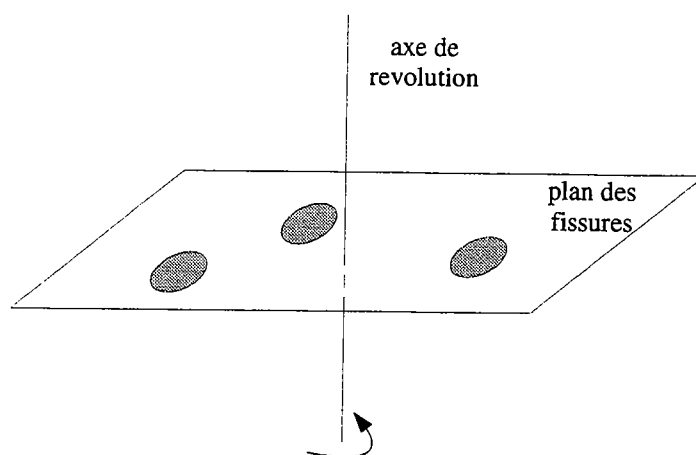


Figure E.1: Représentation schématique de la symétrie isotrope transverse.



REFERENCES

- Aggarwal, Y.P., Sykes, L.R., Armbruster, J., and Sbar, M.L., 1973, Premonitory changes in seismic velocities and prediction of earthquake, *Nature*, **241**, 101–104.
- Aggarwal, Y.P., Sykes, L.R., Simpson, D.W., and Richards, P.G., 1975, Spatial and temporal variations in t_s/t_p and in the P-wave residuals at Blue Mountain Lake, New York: Application to earthquake prediction, *J. Geophys. Res.*, **80**, 718–732.
- Akbar, N., Mavko, J., Nur, A., and Dvorkin, J., 1994, Seismic signatures of reservoir transport properties and pore fluid distribution, *Geophysics*, **59**, 1222–1236.
- Anderson, O.L., and Sumino, Y., 1984, Elastic constants of minerals, in Carmichael, R.S., Ed., *Handbook of physical properties of rocks*, Vol. III, CRC Press, Inc.
- Bacri, J.C., and Salin, D., 1986, Sound velocity of a sandstone saturated with oil and brine at different concentrations, *Geophys. Res. Lett.*, **13**, 326–328.
- Bai, M., Elsworth, D., and Rogiers, J.C., 1993, Multiporosity/multipermeability approach to the simulation of naturally fractured reservoirs, *Water Res. Res.*, **29**, 1621–1633.
- Baldrige, W.S., Miller, F., Wang, H., and Simmons, G., 1972, Thermal expansion of Apollo lunar samples and Fairfax diabase, *Proc. 3rd Lunar Sci. Conf.* 3, 2599.
- Baud, P., 1995, Etude Théorique et Experimentale de la Fracturation des Roches de la Croûte, Thèse, Université Louis Pasteur, Strasbourg.
- Berge, P.A., Bonner, B.P., and Berryman, J.G., 1992, Observed seismic velocity-porosity relationships for synthetic sandstone, *EOS, Transactions of Am. Geophys. Union*, **73**, 498.
- Berge, P.A., Bonner, B.P., and Berryman, J.G., 1995, Ultrasonic velocity-porosity relationships for sandstone analogs made from fused glass beads, *Geophysics*, **60**, 108–119.
- Berryman, J.G., 1980, Long-wavelength propagation in composite elastic media II. Ellipsoidal inclusions, *J. Acous. Soc. Am.*, **68**, 1820–1831.
- Berryman, J.G., and Berge, P.A., 1993, Rock elastic properties: dependence on microstructure, in *Homogenization and constitutive modeling for heterogeneous materials*, Ed. by C.S., Chang and J.W. Ju, *AMD*, **166**, 1–13.
- Biot, M.A., 1941, General theory of three dimensional consolidation, *J. Appl. Phys.*, **12**, 155–164.
- Biot, M.A., 1956a, Theory of propagation of elastic waves in a fluid saturated porous solid. I. Low frequency range, *J. Acoust. Soc. Am.*, **28**, 168–178.
- Biot, M.A., 1956b, Theory of propagation of elastic waves in a fluid saturated porous solid. II. Higher frequency range, *J. Acoust. Soc. Am.*, **28**, 179–191.
- Biot, M.A., 1962, Generalized theory of acoustic propagation in porous dissipative media, *J. Acoust. Soc. Am.*, **34**, 1254–1264.
- Bourbié, T., Coussy, O., and Zinszner, B., 1986, *Acoustique des milieux poreux*, Ed. Technip, Paris.
- Brace, W.F., 1965, Some new measurements of linear compressibility of rocks, *J. Geophys. Res.*, **70**, 391–398.
- Brace, W.F., 1984, Permeability of crystalline rocks: new in situ measurements, *J. Geophys. Res.*, **89**, 4327–4330.
- Brace, W.F., Walsh, J.B., and Frangos, W.T., 1968, Permeability of granite under high pressure, *J. Geophys. Res.*, **73**, 2225–2236.
- Brown, R., and Korringa, J., 1975, On the dependence of the elastic properties of a porous rock on the compressibility of the pore fluid, *Geophysics*, **40**, 608–616.
- Bruner, W.M., 1976, Comment on “Seismic velocities in dry and saturated cracked solids” by O’Connell and B. Budiansky, *J. Geophys. Res.*, **81**, 2573–2576.
- Budiansky, B., 1965, On the elastic moduli of some heterogeneous materials, *J. Mech. Phys. Solids*, **13**, 223–227.

- Budiansky, B., 1970, Thermal and thermoelastic properties of isotropic composites, *J. Compos. Mater.*, **4**, 286–295.
- Budiansky, B., and O'Connell, R.J., 1980, Bulk dissipation in heterogeneous media, in *Solid Earth Geophysics and Geotechnology AMD- 42*, Ed. by S. Nemat-Nasser, Am. Soc. Mech. Eng., New York, 1–10.
- Cadoret, T., 1993, Effet de la saturation eau/gaz sur les propriétés acoustiques des roches – Etude aux fréquences sonores et ultrasonores, Thèse de Doctorat, Université Paris VII.
- Cadoret, T., Marion, D., and Zinzner, B., 1995, Influence of frequency and fluid distribution on elastic wave velocities in partially saturated limestones, *J. Geophys. Res.*, **100**, 9789–9803.
- Chester, F., Evans, J.P., and Biegel, R.L., 1993, Internal structure and weakening mechanisms of the San Andreas fault, *J. Geophys. Res.*, **98**, 9485–9492.
- Clark, V.A., Tittmann, B.R., and Spencer, T.W., 1980, Effect of volatiles on attenuation (Q^{-1}) and velocity in sedimentary rocks, *J. Geophys. Res.*, **35**, 5190–5198.
- Cleary, M.P., 1978, Elastic and dynamic response regimes of fluid-impregnated solids with diverse microstructures, *Int. J. Solids Structures*, **14**, 795–819.
- Cleary, M.P., Lee, S.M., and Chen, I.W., 1980, Self-consistent techniques for heterogeneous media, ASCE J. Eng. Mech. Division, 106, Proc Paper 15769, 861–887.
- Cooper, H.W., and Simmons, G., 1977, The Effect of Cracks on the Thermal Expansion of Rocks, *Earth Plan. Sci. Lett.*, **36**, 404–412.
- Coyner, K.B., 1984, Effects of stress, pore pressure, and pore fluids on bulk strain, velocity, and permeability in rocks, Ph. D. thesis, Massachusetts Inst. Tech.
- Crampin, S., 1978, Seismic-wave propagation through a cracked solid: polarization as a possible dilatancy diagnostic, *Geophys. J. R. astr. Soc.*, **53**, 467–496.
- Crampin, S., 1994a, The fracture criticality of crustal rocks, *Geophys. J. Int.*, **118**, 428–438.
- Crampin, S., 1994b, Comment on “Crack models for a transversely isotropic medium” by C.H. Cheng and comment by C.M. Sayers, *J. Geophys. Res.*, **99**, 11749–11751.
- Darot, M., Guéguen, Y. and Baratin, M.L., 1992, Permeability of Thermally Cracked Granite, *Geophys. Res. Lett.*, **19**, 869–872.
- David, C., Guéguen, Y., and G., Pampoukis, 1990, Effective medium theory and network theory applied to the transport properties of rock, *J. Geophys. Res.*, **95**, 6993–7005.
- Digby, P.J., 1981, The effective elastic moduli of porous granular rocks, *J. Appl. Mech.*, **48**, 803–808.
- Domenico, S.N., 1976, Effect of brine-gas mixture on velocity in an unconsolidated sand reservoir, *Geophysics*, **41**, 882–894.
- Domenico, N., 1995, Poisson's ratio – an interdisciplinary link?, *The Leading Edge*, **14**, 983–986.
- Doyen, P.M., 1987, Crack geometry in igneous rocks: A maximum entropy inversion of elastic and transport properties, *J. Geophys. Res.*, **91**, 12,743–12,764.
- Duffy, J., 1959, A differential stress-strain relation for the hexagonal close-packed array of elastic spheres, *J. Appl. Mech.*, **26**, 88–94.
- Dullien, F.A.L., 1979, Porous media, fluid transport and pore structure, Acad. Press., New York.
- Dutta, N.C., and Seriff, A.J., 1979, On White's model of attenuation in rocks with partial gas saturation, *Geophysics*, **44**, 1806–1812.
- Dvorkin, J., and Nur, A., 1993, Dynamic poroelasticity: A unified model with the squirt and the Biot mechanisms, *Geophysics*, **58**, 524–533.
- Endres, A.L., and Knight, R., 1991, The effects of pore-scale fluid distribution on the physical properties of partially saturated tight sandstones, *J. Appl. Phys.*, **69**, 1091–1098.
- Eshelby, J.D., 1957, The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion and related problems, *Proc. R. Soc. London*, **A241**, 376–396.
- Fredrich, J., and Wong, T.-F., 1986, Micromechanics of thermally induced cracking in three crustal rocks, *J. Geophys. Res.*, **91**, 12743–12764.
- Gassmann, F., 1951, Über die elastizität poroser Medien, *Vier. der Natur Gesellschaft*, **96**, 1–23.

- Gavrilenko, P., 1992, Circulation des fluides dans la croûte terrestre: Modélisation physique, Thèse de Doctorat, Université Louis Pasteur, Strasbourg.
- Gavrilenko, P., and Gueguen, Y., 1995, Modified renormalization as a tool to describe large scale hydraulic properties, Part I: Methodology, in progress.
- Geertsma, J., 1957, The effect of fluid pressure decline on volumetric changes of porous rocks, *Petroleum Transactions of the AIME*, **210**, 331–340.
- Géraud, Y., 1991, Déformation thermomécanique et porosité des roches granitiques. Evolution de l'espace poreux, Thèse de Doctorat, Université de Provence, Aix-Marseille.
- Géraud, Y., Mazerolle, F. and Raynaud, S., 1992, Comparison between connected and overall porosity of thermally stressed granites, *J. Struct. Geol.*, **14**, 981–990.
- Gist, G.A., 1994, Interpreting laboratory velocity measurements in partially gas-saturated rocks, *Geophysics*, **59**, 1100–1109.
- Glover, P.W.J., Baud, P., Darot, M., Meredith, P.G., Boon, S.A., Le Ravalec, M., Zoussi, S., and Reuschlé, T., 1995, α/β phase transition in quartz monitored using acoustic emissions, *Geophys. J. Int.*, **120**, 775–782.
- Gregg, S.J., and Sing, K.S.W., 1982, Adsorption, surface area and porosity, 2nd Ed., Academic Press, London.
- Gregory, A.R., 1976, Fluid saturation effects on dynamic elastic properties of sedimentary rocks, *Geophysics*, **41**, 895–921.
- Guéguen, Y., and Dienes, J.K., 1989, Transport properties of rock from statistics and percolation, *Math. Geol.*, **21**, 1–13.
- Guéguen, Y., and Palciauskas, V., 1992, Introduction à la physique des roches, Hermann, Ed. des sciences et des arts, Paris.
- Guéguen, Y., and Palciauskas, V., 1994, Introduction to the Physics of Rocks, Princeton University Press, Princeton, N.J.
- Guéguen, Y., Gavrilenko, P., and Le Ravalec, M., 1995, Characteristic scales for rock permeability, *Surveys in Geophysics*, to be published.
- Hadley, K., 1975, V_p/V_s anomalies in dilatant rock samples, *Pageoph.*, **113**, 1–23.
- Hadley, K., 1976, Comparison of calculated and observed crack densities and seismic velocities in Westerly granite, *J. Geophys. Res.*, **81**, 3484–3494.
- Hammecker, C., 1993, Importance des transferts d'eau dans la dégradation des pierres en oeuvre, Thèse, Université Louis Pasteur, Strasbourg.
- Han, D.H., 1987, Effects of porosity and clay content in sandstones and unconsolidated sediments, Ph.D. Thesis, Stanford University, Calif.
- Hashin, Z., and Shtrickman, S., 1963, A variational approach to the elastic behavior of multiphase materials, *J. Mech. Phys. Sol.*, **11**, 127–140.
- Heney, F.S., and Pomphrey, N., 1982, Self-consistent elastic moduli of a cracked solid, *Geophys. Res. Lett.*, **9**, 903–906.
- Hershey, A.V., 1954, The elasticity of an isotropic aggregate of anisotropic cubic crystals, *J. Appl. Mech.*, **21**, 236–240.
- Hertz, H., 1881, *J. Math* (Crelle's J.), 92.
- Heuze, F.E., 1983, High temperature mechanical, physical and thermal properties of granitic rocks: a review, *Int. J. Mech. Min. Sci. and Geomech. Astr.*, **20**, 3–10.
- Hill, R., 1952, The elastic behavior of a crystalline aggregate, *Proc. Phys. Soc. London*, **A65**, 349–354.
- Hill, R., 1965, A self-consistent mechanics of composite materials, *J. Mech. Phys. Solids*, **13**, 213.
- Hirth, J.P., and Lothe, J., 1968, Theory of dislocation, McGraw-Hill Book Company, New York.
- Hoenig, A., 1979, Elastic moduli of a non-randomly cracked body, *Int. J. Solids Structures*, **15**, 137–154.
- Hughes, D.S., and Jones, H.J., 1950, Variation of elastic moduli of igneous rocks with pressure and temperature, *Bull. of the Geologic Soc. Am.*, **61**, 843–856.

- Johnson, D.L., and Manning, H.J., 1986, Theory of pressure dependent resistivity in crystalline rocks, *J. Geophys. Res.*, **91**, 11611–11617.
- Kachanov, M., 1993, Elastic solids with many cracks and related problems, *Adv. Appl. Mech.*, ed. by J. Hutchinson and T. Wu, **30**, 259–445.
- Kachanov, M., Tsukrov, I., and Shafiro, B., 1994, Effective moduli of solids with cavities of various shapes, *Appl. Mech. Rev.*, **47**, S151–S147.
- Keller, E.A., and Loaciga, H.A., 1993, Fluid-pressure into fault zones: chemical, isotopic and mechanical effects, *Pageoph.*, **124**, 225–268.
- Kerner, E.H., 1956, The elastic and thermoelastic properties of composite media, *Proc. Phys. Soc.*, **B67**, 808.
- Klimentos, T., and McCann, C., 1990, Relationships among compressional wave attenuation, porosity, clay content, and permeability in sandstones, *Geophysics*, **55**, 998–1014.
- Knight, R., and Nolen-Hoeksema, R., 1990, A laboratory study of the dependence of elastic wave velocities on pore scale fluid distribution, *Geophys. Res. Lett.*, **17**, 1529–1232.
- Knight, R., and Nur, A., 1987, *Log Annal.*, **28**, 513.
- Korrington, J., Brown, R.J.S., Thompson, D.D., and Runge, R.J., 1979, Self-consistent imbedding and the ellipsoidal model for porous rocks, *J. Geophys. Res.*, **84**, 5591–5598.
- Kroner, E., 1958, Berechnung der elastischen Konstanten des Vielkristalle aus dem Konstanten des Einkristalls, *Z. Phys.*, **151**, 504–518.
- Kuster, G.T., and Toksöz, M.N., 1974, Velocity and attenuation of seismic waves in two-phase media: Part 1. Theoretical formulations, *Geophysics*, **39**, 587–608.
- Lemée, C., 1995, Modélisation des effets mécaniques de la compaction, Ecole et Observatoire de Physique du Globe de Strasbourg, Mémoire de stage ingénieur.
- Lenormand, R., Touboul, E., and Zarcone, C., 1988, *J. Fluid Mech.*, **189**, 165.
- Le Ravalec, M., and Guéguen, Y., 1994, Permeability models for heated saturated igneous rocks, *J. Geophys. Res.*, **99**, 24251–24261.
- Le Ravalec, M., and Guéguen, Y., 1995a, High and low frequency elastic moduli for a saturated porous/cracked rock (Differential self consistent and poroelastic theories), *Geophysics*, to be published.
- Le Ravalec, M., and Guéguen, Y., 1995b, Theoretical seismic wave velocities and “squirt” dispersion in anisotropic cracked rocks, submitted to *Geophysics*.
- Le Ravalec, M., Darot, M., Reuschlé, T., and Guéguen, Y., 1995a, Microstructure and transport properties of a thermally cracked granitic mylonite, *Pure Appl. Geophys.*, to be published.
- Le Ravalec, M., Guéguen, Y., and Chelidze, T., 1995b, Elastic wave velocities in partially saturated rocks: Saturation hysteresis, *J. Geophys. Res.*, to be published.
- Le Ravalec, M., Guéguen, Y., and Chelidze, T., 1995c, The magnitude of velocity anomalies prior to earthquakes, submitted to *J. geophys. Res.*
- Lin, S., and Mura, T., 1973, Elastic fields of inclusions in anisotropic media (II), *Phys. Status Solidi*, (a)**15**, 281–285.
- Love, A.E.H., 1927, A treatise on the mathematical theory of elasticity, 4th revised edition, Cambridge University Press, New York.
- Lucet, N., 1989, Vitesse et atténuation des ondes élastiques soniques et ultrasoniques dans les roches sous pression de confinement, Thèse, Université Paris VI.
- McLaughlin, R., 1977, A study of the differential scheme for composite materials, *Int. J. Eng. Sci.*, **15**, 237.
- McTigue, D.F., 1986, Thermoelastic response of fluid-saturated porous rock, *J. Geophys. Res.*, **91**, 9533–9542.
- Madden, T., and Williams, E., 1993, Role of size distributions on physical properties: real size renormalization group, *J. Geophys. Res.*, **98**, 15951–15965.

- Main, I.G., Meredith, P.G., Henderson, J.R., and Sammonds, 1994, Positive and negative feedback in the earthquake cycle: the role of pore fluids in states of criticality in the crust, *Annali di Geofisica*, **XXXVII**, 1461–1479.
- Mainprice, D., and Humbert, M., 1994, Methods of calculating petrophysical properties from lattice preferred orientation data, *Surveys in Geophysics*, **15**, 575–592.
- Marion, D., and Nur, A., 1989, Percolation of electrical and elastic properties of granular materials at the transition from a suspension to a loose packing, *Physica A*, **157**, 575–579.
- Marone, C., and Scholz, C.H., 1988, The depth of seismic faulting and the upper transition from stable to unstable slip regimes, *Geophys. Res. Lett.*, **15**, 621–624.
- Mavko, G., and Jizba, D., 1991, Estimating grain-scale fluid effects on velocity dispersion in rocks, *Geophysics*, **56**, 1940–1949.
- Mavko, G., and Nur, A., 1975, Melt squirt in asthenosphere, *J. Geophys. Res.*, **80**, 1444–1448.
- Mavko, G., and Nur, A., 1979, Wave attenuation in partially saturated rocks, *Geophysics*, **44**, 161–178.
- Meissner, R., and Strehlau, J., 1982, Limits of stresses in continental crusts and their relations to the depth frequency distribution of shallow earthquakes, *Tectonics*, **1**, 73–89.
- Mindlin, R.D., and Deresiewicz, H., 1953, Elastic spheres in contact under varying oblique forces, *J. Appl. Mech.*, **20**, 327–344.
- Mochizuki, S., 1982, Attenuation in partially saturated rocks, *J. Geophys. Res.*, **87**, 8598–8604.
- Moore, D.E., Morrow, C.A., and Byerlee, J.D., 1983, Chemical reactions accompanying fluid flow through granite held in a temperature gradient, *Geochim. Cosmochim. Acta*, **47**, 445–453.
- Mukerji, T., and Mavko, G., 1994, Pore fluid effects on seismic velocity in anisotropic rocks, *Geophysics*, **59**, 233–244.
- Mura, T., 1987, *Micromechanics of Defects in Solids*, 2nd Revised Ed., Ed. Kluwer Academic Publishers, 587.
- Murphy, W.F., 1982, Effects of microstructure and pore fluids on the acoustic properties of granular sedimentary materials, Ph. D. dissertation, Stanford University.
- Murphy, W.F., 1984, Acoustic measurements of partial gas saturation in tight sandstones, *J. Geophys. Res.*, **89**, 11548–11559.
- Murphy, W.F., 1985, Sonic and ultrasonic velocities: theory versus experiment, *Geophys. Res. Lett.*, **12**, 85–88.
- Myachkin, V.I., Brace, W.F., Sobolev, G.A., and Dieterich, J.H., 1975, Two models for earthquake forerunners, *Pure Appl. Geophys.*, **113**, 169–181.
- Nishisawa, O., 1982, Seismic velocity anisotropy in a medium containing oriented cracks-transversely isotropic case, *J. Phys. Earth*, **30**, 331–347.
- Norris, A.N., 1985, A differential scheme for the effective moduli of composites, *Mech. Mat.*, **4**, 1–16.
- Nougier, J.P., 1987, *Méthodes de calcul numérique*, 3^e ed., Masson, Paris.
- Nur, A., 1972, Dilatancy, pore fluids and premonitory variations of t_s/t_p travel times, *Bull. Seismol. Soc. Amer.*, **62**, 1217–1222.
- Nur, A., 1992, Critical porosity and the seismic velocities in rocks, *EOS*, **73**, No43 supplement, Abstract U31A-2, 66.
- Nur, A., Marion, D., and Yin, H., 1991, Wave velocities in sediments, in *Shear Waves in Marine Sediments*, ed. by J. M. Hovem, M. D. Richardson, and R. D. Stoll, pp. 131–140, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- Nur, A., and Simmons, G., 1969, The effect of saturation on velocity in low porosity rocks, *Earth and Planet. Sci. Lett.*, **7**, 183–193.
- O'Connell, R., and Budiansky, B., 1974, Seismic velocities in dry and saturated cracked solids, *J. Geophys. Res.*, **79**, 5412–5426.
- O'Connell, R., and Budiansky, B., 1977, Viscoelastic properties of fluid-saturated cracked solids, *J. Geophys. Res.*, **82**, 5719–5736.
- Palciauskas, V.V., 1992, Compression- to shear-wave velocity ratio of granular rocks: role of rough grain contacts, *Geophys. Res. Lett.*, **19**, 1683–1686.

- Palciauskas, V.V., and Domenico, P.A., 1982, Characterization of drained and undrained response of thermally loaded repository rocks, *Water Resour. Res.*, **18**, 281–290.
- Peach, C.J., 1991, Influence of deformation on the fluid transport properties of salt rocks, Ph. D. Thesis, *Geologica Ultraiectina*, No.77, Instituut voor Aardwetenschappen der Rijksuniversiteit, The Netherlands.
- Pearse, J.F., Oliver, T.R., and Newitt, D.M., 1949, The mechanisms of drying of solids: I. The forces giving rise to movement of water in granular beds during drying, *Trans. Inst. Chem. Eng.*, London, **27**, 1–8.
- Rabkin, V.B., and Kozlova, R.F., 1968, Thermal expansion of molybdenum-copper and tungsten-copper pseudoalloys, *Poroshk. Metall.*, **3**, 64–70.
- Rathore, J.S., Fjaer, E., Holt, R.M., and Renlie, L., 1994, P- and S- wave anisotropy of a synthetic sandstone with controlled crack geometry, *Geophys. Prosp.*, in press.
- Reuschlé, T., 1989, Les fluides et l'évolution des propriétés mécaniques des roches, Thèse de l'Université Louis Pasteur, Strasbourg.
- Reuss, A., 1929, Berechnung der Fließgrenze von Mischkristallen auf Grund der Plastizitätsbedingung für Einkristalle, *Z. Angew. Math. Mech.*, **9**, 49–58.
- Rice, J.R., 1992, Fault stress state, pore pressure distributions and the weakness of the San Andreas fault, in *Fault Mechanisms and Transport Properties in Rocks*, ed. by B. Evans, and T.F. Wong, Academic Press, London, 475–503.
- Rice, J.R., and Cleary, M.P., 1976, Some basic stress diffusion solutions for fluid-saturated elastic porous media with compressible constituents, *Rev. Geophys.*, **14**, 227–241.
- Rice, J.R., and Rudnicki, J.W., 1979, Earthquake precursory effects due to pore fluid stabilization of a weakened fault zone, *J. Geophys. Res.*, **84**, 2177–2184.
- Rivier, N., Guyon, E., and Charlaix, E., 1985, A geometrical approach to percolation through random fractured rocks, *Geol. Mag.*, **122**, 157–162.
- Ruffet, C., 1993, La conductivité électrique complexe dans quelques roches crustales, Thèse de l'Université Louis Pasteur, Strasbourg.
- Sammonds, P.R., Meredith, P.G., and Main, I.G., 1992, Role of the pore fluids in the generation of seismic precursors to shear fracture, *Nature*, **359**, 228–230.
- Shmonov, V.M. and Vitovtova, V.M., 1992, Rock Permeability for the Solution of the Fluid Transport Problems, *Experiment in Geosciences*, **1**, 1–49.
- Semenov, A.N., 1969, Variations in the travel time of transverse and longitudinal waves before violent earthquakes, *Bull. Acad. Sci. USSR, Phys. Solid Earth*, **3**, 245–248.
- Scholz, C.H., 1990, The mechanics of earthquakes and faulting, Cambridge University Press.
- Scholz, C.H., Sykes, L.R., and Aggarwal, Y.P., 1973, Earthquake prediction: a physical basis, *Science*, **181**, 803–810.
- Sheng, P., 1991, Consistent modeling of the electrical and elastic properties of sedimentary rocks, *Geophysics*, **56**, 1236–1243.
- Simmons, G., and Cooper, H.W., 1978, Thermal cycling cracks in three igneous rocks, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr.*, **15**, 145–148.
- Simmons, G., and Wang, H.F., 1971, Single crystal elastic constants and calculated aggregate properties, *Mass. Inst. Tech. Press*.
- Skempton, A.W., 1954, The pore pressure coefficient A and B, *Geotech.*, **4**, 143–147.
- Smith, D.L., and Evans, B., 1984, Diffusional crack healing in quartz, *J. Geophys. Res.*, **89**, 4125–4135.
- Sokolnikoff, I.S., 1956, Mathematical theory of elasticity, 2nd Ed. McGraw-Hill, New York.
- Stauffer, D., 1985, Introduction to percolation theory, eds. Taylor & Francis, London and Philadelphia.
- Tarantola, A., 1987, Inverse problem theory, Elsevier Sci. Publ. Co.
- Thomsen, L., 1985, Biot-consistent elastic moduli of porous rocks: low frequency limit, *Geophysics*, **50**, 2797–2807.
- Thurston, C.W., and Deresiewicz, H., 1959, Analysis of a compression test of a model of a granular medium, *J. Appl. Mech.*, **26**, 251–258.

- Todd, T., Richter, D., Simmons, G., and Wang, H., 1973, Unique characterization of lunar samples by physical properties, *Proc. 4th Lunar Sci. Conf.* 3, 2639.
- Turner, P.S., 1946, Thermal expansion stresses in reinforced plastics, *J. Res. Natl. Bur. Stand.*, **37**, 86–89.
- Vaughan, P.J., Moore, D.E., Morrow, C.A., and Byerlee, J.D., 1986, Role of cracks in progressive permeability reduction during flow of heated aqueous fluids through granite, *J. Geophys. Res.*, **91**, 7517–7530.
- Voigt, W., 1889, Über die Beziehung zwischen den beiden Elastizitätskonstanten isotroper Körper, *Wied. Ann.*, **38**, 573–587.
- Voigt, W., 1928, *Lernbuch der Kristallphysik*, Teubner-Verlag, Leipzig.
- Walpole, L.J., 1972, The elastic behavior of a suspension of spherical particles, *Quart. J. Mech. Appl. Math.*, **25**, 153–160.
- Walsh, J.B., 1965, The effect of cracks on the uniaxial elastic compression of rocks, *J. Geophys. Res.*, **70**, 399–411.
- Walsh, J.B., 1969, New analysis of attenuation in partially melted rock, *J. Geophys. Res.*, **74**, 4333–4337.
- Walsh, J.B., 1995, Seismic attenuation in partially saturated rocks, *J. Geophys. Res.*, **100**, 15407–15424.
- Walsh, J.B., Brace, W.F., and England, A.W., 1965, The effect of porosity on compressibility of glass, *J. Am. Ceram. Soc.*, **48**, 605.
- Wang, Z., 1988, Wave velocities in hydrocarbons and hydrocarbon saturated rocks – with application to EOR monitoring, Ph.D. Thesis, Stanford University, Calif.
- Wang, Z., Hirsche, W.K., and Sedgwick, G., 1991, Seismic velocities in carbonate rocks, *J. Canadian Petro. Tech.*, **30**, 112–122.
- Wang, Z., and Nur, A., 1990, Dispersion analysis of acoustic velocities in rocks, *J. Acoust. Soc. Am.*, **87**, 2384–2395.
- Warner, M., 1990, Basalts, Water, or shear zone in the lower continental crust?, *Tectonophysics*, **173**, 163–174.
- Watt, J.P., Davies, G.F., and O'Connell, J., 1976, The elastic properties of composite materials, *Rev. Geophys. Sp. Phys.*, **14**, 541–563.
- Whitcomb, J.H., Garmany, D., and Anderson, D.L., 1973, Earthquake prediction: Variation of seismic velocities before the San Francisco earthquake, *Science*, **180**, 632–635.
- White, J.E., 1975, Computed seismic speeds and attenuation in rocks with partial gas saturation, *Geophysics*, **40**, 224–232.
- Wilson, K., 1987, Les phénomènes de physique et les échelles de longueur, in *L'ordre du chaos*, Bibliothèque pour la science, Belin.
- Winkler, K.W., 1983, Contact stiffness in granular porous materials- Comparison theory and experiment, *Geophys. Res. Lett.*, **10**, 1073–1076.
- Winkler, K.W., 1985, Dispersion analysis of velocity and attenuation in Berea sandstone, *J. Geophys. Res.*, **90**, 6793–6800.
- Winkler, K.W., 1986, Estimates of velocity dispersion between seismic and ultrasonic frequencies, *Geophysics*, **51**, 183–189.
- Wong, P., 1994, Flow in porous media: permeability and displacement patterns, *MRS Bull.*, **4**, 32–38.
- Wong, T., 1985, Geometric probability approach to the characterization and analysis of microcracking in rocks, *Mech. Mat.*, **4**, 261–276.
- Wong, T., Fredrich, J.T., and Gwanmesia, G.D., 1989, Crack aperture statistics and pore space fractal geometry of Westerly granite and Rutland quartzite: implications for an elastic contact model of rock compressibility, *J. Geophys. Res.*, **94**, 10267–10278.
- Wu, T.T., 1966, The effect of inclusion shape on the elastic moduli of a two-phase material, *J. Solids Struc.*, **2**, 1–8.

- Wyllie, M.R.J., Gregory, A.R., and Gardner, L.W., 1956, Elastic wave velocities in heterogeneous and porous media, *Geophysics*, **2**, 41–70.
- Yale, D.P., 1985, Recent advances in rock physics, *Geophysics*, **50**, 2480–2491.
- Yin, H., Mavko, G., Mukerji, T., and Nur, A., 1995, Scale effects on dynamic wave propagation in heterogeneous media, *Geophys. Res. Lett.*, in press.
- Yong, C. and Wang, C., 1980, Thermally Induced Acoustic Emission in Westerly Granite, *Geophys. Res. Lett.*, **7**, 1089–1092.
- Zamora, M., and Poirier, J.P., 1990, Experimental study of acoustic anisotropy and birefringence in dry and saturated Fontainebleau sandstone, *Geophysics*, **55**, 1455–1465.
- Zaraisky, G.P., Balashov, V.N. and Zonov, S.V., 1989, Thermal decompaction of rocks and its effect on permeability', in Miles (ed.), *Water-rock Interaction*, Balkema, Rotterdam, 797–800.
- Zhang, S., Cox, S.F., and Paterson, M.S., 1994, The influence of room temperature deformation on porosity and permeability in calcite aggregates, *J. Geophys. Res.*, **99**, 15761–15775.
- Zimmerman, R.W., 1984, Technical note – Elastic moduli of a solid with spherical pores: new self-consistent method, *Int. J. Rock Mech. Min. & Geomech. Abst.*, **21**, 339–343.
- Zimmerman, R.W., Sommerton, W.H., and King, M.S., 1986, Compressibility of porous rocks, *J. Geophys. Res.*, **91**, 765–777.
- Zimmerman, R.W., 1991a, Elastic moduli of a solid containing spherical inclusions, *Mech. Mater.*, **12**, 17–24.
- Zimmerman, R.W., 1991b, Compressibility of sandstones, Ed. Elsevier, Amsterdam.

La caractérisation des fissures dans les roches est devenu un thème de recherche majeur pour de nombreuses applications géophysiques dans le domaine de la subsurface ou des réservoirs (entre autres l'exploration sismique, l'étude continue de l'évolution d'une zone de production en pétrole, gaz ou eau, le stockage de déchets toxiques, la géothermie ...). Cet intérêt pour les fissures provient de ce qu'elles se comportent à la fois comme des réserves de fluide et comme des chemins d'écoulement potentiels.

Au cours de ce travail, nous nous sommes consacrés à l'étude des vitesses d'ondes se propageant dans les roches fissurées. Notre objectif est de modéliser, à partir d'une méthode différentielle auto-cohérente, l'influence de la fissuration et de la saturation en fluide sur les propriétés élastiques effectives et, par conséquent, sur les vitesses des ondes. Le modèle construit repose sur une hypothèse de géométrie simplifiée pour les inclusions poreuses: la porosité dite rigide est représentée par des sphères tandis que la porosité de type compressible (les fissures) est décrite par des ellipsoïdes de révolution. Des distributions isotropes et anisotropes de fissures ont été considérées. Ce modèle permet d'accéder aux modules élastiques effectifs d'une roche sèche ou d'une roche saturée à l'intérieur de laquelle le fluide est non relaxé. Aussi les vitesses calculées correspondent-elles à des fréquences élevées, de l'ordre de celles mises en jeu en laboratoire (MHz). Une seconde étape de cette étude permet de prédire la dispersion entre les vitesses à haute (MHz) et basse (Hz-kHz) fréquences. La dispersion de vitesse est attribuée à un écoulement local du fluide contrôlé par la variation de compressibilité des inclusions poreuses. Dans cette optique, le modèle différentiel auto-cohérent et la limite basse fréquence de la théorie de Biot ont été combinés. Nos résultats soulignent qu'une dispersion importante est attendue pour les roches fissurées, plus particulièrement dans le cas des ondes de cisaillement

Lorsque deux fluides coexistent dans l'espace poreux et que la saturation n'est pas uniforme, la modélisation des vitesses nécessite de prendre en compte une seconde famille d'hétérogénéités, assimilées à des poches correspondant à des zones de saturations différentes. Ces poches sont significatives d'une échelle beaucoup plus grande que celle des pores/fissures et sont à l'origine d'un second mécanisme de dispersion appelé mécanisme de l'écoulement de poche. Un modèle a été élaboré qui permet de décrire les vitesses en fonction de la saturation en tenant compte des hétérogénéités tant à l'échelle microscopique qu'à l'échelle des poches. Nous avons cherché à modéliser le comportement des vitesses mesurées en laboratoire sur des échantillons pendant des cycles d'imbibition/drainage. L'hystérésis de vitesse observé expérimentalement est simulé en considérant des distributions de fluide différentes suivant le processus de saturation impliqué. Les vitesses prédites s'accordent avec les données expérimentales. A l'aide d'une démarche analogue, on a montré que les anomalies de vitesses détectées avant certains séismes peuvent aussi être significatives d'une saturation non uniforme.

Un dernier volet de ce travail, motivé par les recherches menées sur le stockage des déchets nucléaires, a été consacré à l'étude de la fissuration thermique dans des roches ignées. Deux processus de fissuration méritent d'être examinés. Le premier dépend de la dilatation thermique des minéraux et a été envisagé d'un point de vue expérimental. Le second est lié à la saturation en fluide de la roche. Un modèle a été réalisé afin d'analyser, pour des roches fissurées et saturées, l'effet de la fissuration thermique sur la perméabilité. Cette dernière s'avère contrôlée par deux effets antagonistes: la fermeture des fissures et l'amélioration de la connectivité. L'augmentation de perméabilité attendue pour une élévation de température atteignant 300°C reste modérée (1 à 2 ordres de grandeur).

MEMOIRES DE GEOSCIENCES-RENNES
Université de Rennes I - Campus de Beaulieu
35042 - RENNES Cedex tel : 99.28.60.80

Dans la même collection :

- N°1 - H. MARTIN - Nature, origine et évolution d'un segment de croûte continentale archéenne : contraintes chimiques et isotopiques. Exemple de la Finlande orientale. 392 p., 183 fig., 51 tabl., 4 pl. (1985). Epuisé
- N°2 - G. QUERRE - Palingénèse de la croûte continentale à l'Archéen : Les granitoïdes tardifs (2,5-2,4 Ga) de Finlande Orientale. Pétrologie et géochimie. 226 p., 74 fig., 41 tabl., 3 pl. (1985). Epuisé
- N°3 - J. DURAND - Le Grès Armoricaïn. Sédimentologie. Traces fossiles. Milieux de dépôt. 150 p., 76 fig., 9 tabl., 19 pl. (1985). Epuisé
- N°4 - D. PRIOUR - Genèse des zones de cisaillement : Application de la méthode des éléments finis à la simulation numérique de la déformation des roches. 157 p., 106 fig., 7 tabl., (1985). 55F.
- N°5 - V. NGAKO - Evolution métamorphique et structurale de la bordure sud-ouest de la "série de Poli", segment camerounais de la chaîne panafricaine. 185 p., 76 fig., 16 tabl., 12 pl. (1986). Epuisé
- N°6 - J. DE POULPIQUET - Etude géophysique d'un marqueur magnétique situé sur la marge continentale sud-armoricaine. 159 p., 121 fig., 5 tabl. (1986). 55F.
- N°7 - P. BARBEY - Signification géodynamique des domaines granulitiques. La ceinture des granulites de Laponie : une suture de collision continentale d'âge protérozoïque inférieur (1.9-2.4 Ga). 324 p., 89 fig., 46 tabl., 11 pl. (1986). Epuisé
- N°8 - Ph. DAVY - Modélisation thermo-mécanique de la collision continentale. 233 p., 72 fig., 2 tabl. (1986). Epuisé
- N°9 - Y. GEORGET - Nature et origine des granites peralumineux à cordiérite et des roches associées. Exemple des granitoïdes du Massif Armoricaïn (France) : Pétrologie et géochimie. 250 p., 140 fig., 67 tabl., (1986). Epuisé
- N°10 - D. MARQUER - Transfert de matière et déformation progressive des granitoïdes. Exemple des massifs de l'Aar et du Gothard (Alpes Centrales Suisses). 287 p., 134 fig., 52 tabl., 5 cartes hors-texte (1987). 120 F.

N°11 - J.S. SALIS - Variation séculaire du champ magnétique terrestre. Direction et Paléointensité sur la période 7.000-70.000 BP dans la Chaîne des Puys. 190 p., 73 fig., 28 tabl., 1 carte hors-texte (1987). 90F.

N°12 - Y. GERARD - Etude expérimentale des interactions entre déformation et transformation de phase. Exemple de la transition calcite-aragonite. 126 p., 42 fig., 3 tabl., 10 pl. (1987). 75F.

N°13 - H. TATTEVIN - Déformation et transformation de phases induites par ondes de choc dans les silicates. Caractérisation par la microscopie électronique en transmission. 150 p., 50 fig., 1 tabl., 13 pl. (1987). 95F.

N°14 - J.L. PAQUETTE - Comportement des systèmes isotopiques U-Pb et Sm-Nd dans le métamorphisme éclogitique. Chaîne Hercynienne et Chaîne Alpine. 190 p., 88 fig., 39 tab., 2 pl. (1987). 95F.

N°15 - B. VENDEVILLE - Champs de failles et tectonique en extension; modélisation expérimentale. 392 p., 181 fig., 1 tabl., 82 pl. (1987). Epuisé

N°16 - E. TAILLEBOIS - Cadre géologique des indices sulfurés à Zn, Pb, Cu, Fe du secteur de Gouézec-St-Thois : Dévon-Carbonifère du flanc Sud du Bassin de Châteaulin (Finistère). 195 p., 64 fig., 41 tabl., 8 pl. photo., 8 pl. h.texte. (1987). 110F

N°17 - J.P. COGNE - Contribution à l'étude paléomagnétique des roches déformées. 204 p., 86 fig., 17 tabl., (1987). 90F.

N°18 - E. DENIS - Les sédiments briovériens (Protérozoïque supérieur) de Bretagne septentrionale et occidentale : Nature, mise en place et évolution. 263 p., 148 fig., 26 tab., 8 pl. (1988). 140F.

N°19 - M. BALLEVRE - Collision continentale et chemins P-T : l'Unité pennique du Grand Paradis (Alpes Occidentales). 340 p., 146 fig., 10 tabl., (1988). Epuisé

N°20 - J.P. GRATIER - L'équilibrage des coupes géologiques. Buts, méthodes et applications. Atelier du Groupe d'Etudes Tectoniques le 8 Avril 1987 à Rennes. 165 p., 82 fig., 2 tabl. (1988). 85F.

N°21 - R.P. MENOT - Magmatismes paléozoïques et structuration carbonifère du Massif de Belledonne (Alpes Françaises). Contraintes nouvelles pour les schémas d'évolution de la chaîne varisque ouest-européenne. 465 p., 101 fig., 31 tab., 6 pl., (1988). 200F

- N°22 - S. BLAIS - Les ceintures de roches vertes archéennes de Finlande Orientale : Géologie, pétrologie, géochimie et évolution géodynamique. 312 p., 107 fig., 98 tab., 11pl. photo, 1 pl. h.texte, (1989). 160F
- N°23 - A. CHAUVIN - Intensité du champ magnétique terrestre en période stable de transition, enregistrée par des séquences de coulées volcaniques du Quaternaire. 217 p., 100 fig., 13 tab. (1989). 100F.
- N°24 - J.P. VUICHARD - La marge austroalpine durant la collision alpine; évolution tectonométamorphique de la zone de Sesia-Lanzo. 307 p., 143 fig., 26 tab., 6 pl. hors-texte. (1989). 170F.
- N°25 - C. GUERROT - Archéen et Protérozoïque dans la chaîne hercynienne ouest-européenne : géochimie isotopique (Sr-Nd-Pb) et géochronologie U-Pb sur zircons. 180 p., 68 fig., 29 tab., 1 pl. (1989) 90F.
- N°26 - J.L. LAGARDE - Granites tardi-carbonifères et déformation crustale. L'exemple de la Méseta marocaine. 353 p., 244 fig., 15pl. (1989) 210F.
- N°27 - Ph. BARDY - L'orogène cadomien dans le Nord-Est du Massif Armoricain et en Manche Occidentale. Etude tectonométamorphique et géophysique. 395 p., 142 fig., 7 tab., 1 pl. hors-texte. (1989). 175F.
- N°28 - D. GAPAIS - Les Orthogneiss : Structures, mécanismes de déformation et analyse cinématique. 377 p., 184 fig., 3 tab., (1989). 275F.
- N°29 - E. LE GOFF - Conditions pression-température de la déformation dans les orthogneiss : Modèle thermodynamique et exemples naturels. 321 p., 146 fig., 42 tab. (1989). 150F.
- N°30 - D. KHATTACH - Paléomagnétisme de formations paléozoïques du Maroc. 220 p., 97 fig., 35 tab., (1989). 100F.
- N°31 - A. HAIDER - Géologie de la formation ferrifère précambrienne et du complexe granulitique encaissant de Buur (Sud de la Somalie). Implications sur l'évolution crustale du socle de Buur. 215 p., 18 fig., 42 tab., 7 pl. (1989). 130 F.
- N°32 - T. DANIEL - Traitement numérique d'image appliqué à l'analyse texturale de roches déformées. 186 p., 121 fig., 4 tab., (1989). 210 F.
- N°33 - C. LECUYER - Hydrothermalisme fossile dans une paléocroûte océanique associée à un centre d'expansion lent : Le complexe ophiolitique de Trinity (N. Californie, U.S.A). 342 p., 109 fig., 73 tab., (1989). 200 F.

N°34 - P. RICHARD - Champs de failles au dessus d'un décrochement de socle: modélisation expérimentale. 382 p., 137 fig., (1989). 400 F.

N°35 - J. de BREMOND d'ARS - Estimation des propriétés rhéologiques des magmas par l'étude des instabilités gravitaires. Pétrologie du complexe plutonique lité de Guernesey. 370 p., 128 fig., 64 tabl., (1989). 180 F.

N°36 - A. LE CLEAC'H - Contribution à l'étude des propriétés physiques des minéraux à haute pression : Spectroscopie et calcul des grandeurs thermodynamiques de la lawsonite, des épidotes et des polymorphes de SiO₂. 190 p., 72 fig., 37 tabl., (1989). 100 F.

N°37 - O. MERLE - Cinématique des nappes superficielles et profondes dans une chaîne de collision. 280 p., 165 fig., 3 tabl., (1990). 160F.

N°38 - P. ALLEMAND - Approche expérimentale de la mécanique du rifting continental. 205 p., 106 fig., 13 tabl., (1990). 160F.

N°39 - Ch. BASILE - Analyse structurale et modélisation analogique d'une marge transformante : l'exemple de la marge de Côte-d'Ivoire - Ghana. 230 p., 161 fig., 7 tabl., (1990). 130F.

N°40 - M. AUDIBERT - Déformation discontinue et rotations de blocs. Méthodes numériques de restauration. Application à la Galilée. 250 p., 80 fig., 5 tabl., (1991). 150F.

N°41 - G. RUFFET - Paléomagnétisme et ⁴⁰Ar/³⁹Ar : étude combinée sur des intrusions précambriennes et paléozoïques du Trégor (Massif Armoricaïn) . 261 p., 80 fig., 19 tabl., (1991). 120F.

N°42 - P. SUZANNE - Extrusion latérale de l'Anatolie : Géométrie et mécanisme de la fracturation. 262 p., 100 fig., 12 pl., 5 tabl., (1991). 210F.

N°43 - G. FIQUET - Propriétés thermodynamiques de minéraux du manteau supérieur. Calorimétrie à haute température et spectroscopie Raman à haute pression et haute température. 274 p., 101 fig., 53 tabl., (1991). 130F.

N°44 - J. MARTINOD - Instabilités périodiques de la lithosphère (Flambage, Boudinage en compression et en extension). 283 p., 117 fig., 3 tabl., 2 pl. couleur., (1991). 170F.

N°45 - M.O. BESLIER - Formation des marges passives et remontée du manteau: Modélisation expérimentale et exemple de la marge de la Galice. 257 p., 86 fig., 5 tab., 2 pl. noir/blanc, 2 Pl. couleur., (1991). 180F.

- N°46 - J.B.L. FRANCOLIN - Analyse structurale du Bassin du Rio Do Peixe. (Brésil) : 250 p., 83 fig., 3 tab., 9 pl. couleur, (1992). 300F.
- N° 47 - S. TOURPIN - Perte des mémoires isotopiques (Nd, Sr, O) et géochimiques (REE) primaires des komatiites au cours du métamorphisme : exemple de la Finlande Orientale. 185 p., 53 fig., 23 tabl., (1992). 100F.
- N° 48 - J.A. BARRAT - Genèse des magmas associés à l'ouverture d'un domaine océanique : Géochimie des laves du Nord-Est de l'Afrique (Mer Rouge - Afar) et d'Arabie. 175 p., 47 fig., 23 tab., (1992). 100F.
- N° 49 - E. HALLOT - Injection dans les réservoirs magmatiques. Contraintes pétrologiques (Massifs de Fort La Latte et de Saint Brieuc, Bretagne Nord) et modélisation analogique. 331 p., 101 fig., 30 tabl., (1993). 180F.
- N°50 - T. SOURIOT - Cinématique de l'extension post-pliocène en Afar. Imagerie SPOT et modélisation analogique. 225 p., 2 pl. coul., 1 tabl., 91 fig., 16 pl. photo., 1 carte H.Texte, (1993). 190F.
- N° 51 - T. EUZEN - Pétrogenèse des granites de collision post-épaississement. Le cas des granites crustaux et mantelliques du Complexe de Pontivy-Rostrenen (Massif Armoricaïn, France). 350 p., 2 pl. coul., 34 tabl. en annexe, (1993). 190F.
- N° 52 - J. LE GALL - Reconstitution des dynamismes éruptifs d'une province paléovolcanique : l'exemple du graben cambrien du Maine (Est du Massif Armoricaïn). Pétrogenèse des magmas andésitiques et ignimbritiques et leur signification dans l'évolution géodynamique cadomienne. 370 p., 30pl. photo., 1 pl. coul. (1993). 350 F.
- N° 53 - J. C. THOMAS - Cinématique tertiaire et rotations de blocs dans l'ouest de l'Asie Centrale (Tien Shan Kirghiz et dépression Tadjik). Etude structurale et paléomagnétique. 330 p., 107 fig., 2 pl. coul., 18 tabl., 1 carte, annexes. (1993). 220 F.
- N°54 - F. LAFONT - Influences relatives de la subsidence et de l'eustatisme sur la localisation et la géométrie des réservoirs d'un système deltaïque. Exemple de l'Eocène du bassin de Jaca, Pyrénées Orientales., 270 p., 115 fig., dont 17 pl. couleur. (1994). 150 F.
- N° 55 - C. BIELLMANN - Stabilité et réactivité des carbonates à très hautes pression et température. Implications pour le stockage du Carbone dans le manteau terrestre., 230 p., 74 fig., 11 tabl., 1 pl. couleur (1993). 175 F.

N°56 - A. POTREL - Evolution tectono-métamorphique d'un segment de croûte continentale archéenne. Exemple de l'Amsaga (R.I. Mauritanie), dorsale Réguibat (Craton Ouest Africain). 400 p., (dont annexes) 125 fig., 21 tabl., 1 pl. couleur, 43 pl. photo (1994). 270 F.

N° 57 - M. KUNTZ - Approche expérimentale de la déformation dans les systèmes préfracturés : Contribution à l'étude de l'inversion tectonique des bassins sédimentaires. 220 p., 19 pl., 87 fig., 3 tabl. (1994). 155 F.

N° 58 - D. ROUBY - Restauration en carte des domaines faillés en extension. Méthode et applications. 266 p., 98 fig. dont annexes (1994). 180 F.

N° 59 - J.J. TONDJI-BIYO - Chevauchements et bassins compressifs. Influence de l'érosion et de la sédimentation. Modélisation analogique et exemples naturels. 426 p., 141 fig., 4 pl. couleur, 21 tableaux, dont annexes (1995). 270 F.

N° 60 - H. BOUHALLIER - Evolution structurale et métamorphique de la croûte continentale archéenne (Craton de Dharwar, Inde du Sud). 277 p., 100 fig., dont 5 pl. coul., 7 tab., dont annexes (1995). 150 F.

N° 61 - P. GAUTIER - Géométrie crustale et cinématique de l'extension tardi-orogénique dans la domaine centre-égéen (îles des Cyclades et d'Eubée, Grèce). 430 p., 89 fig., dont 4 pl. coul., 1 tabl., dont annexes (1995). 220F.

N° 62 - M.T. ROMAN BERDIEL - Mécanismes d'intrusion des granites supracrustaux. Modèles analogiques et exemples naturels. 270 p., 75 fig., 5 pl. laser, 9 tabl. (1995). 160F.

N° 63 - M. JULLIEN - Polytypisme, ordre d'empilement et interstratification dans la cookéite et les phyllosilicates non micacés du métamorphisme. Influence de la pression. 226 p., 61 fig., 8 tabl. (1995). 150 F.

N° 64 - Y. LAHAYE - L'altération des komatiites. 224 p., 70 fig., 29 tabl., + annexes (1995). 150 F.

N° 65 - A. CRAVE - Quantification de l'Organisation des réseaux hydrographiques. 210 p., 68 fig., dont annexe (1995). 120 F.

N° 66 - A. ESSAIFI - Relations entre magmatisme-déformation et altération hydrothermale : L'exemple des Jebilet centrales (Hercynien, Maroc). 331 p., 248 fig., 4 tabl., dont annexes (1995). 170 F.

N° 67 - M. LE RAVALEC - Vitesses et perméabilité des roches : modélisation du rôle des fluides et des fissures. 276 p., 119 fig. 3 pl. couleur, 5 tabl., dont annexe (1995). 140 F.

BON DE COMMANDE

à retourner à : Mme FALAISE

Mémoires de Géosciences - RENNES
 Université de Rennes I - Campus de Beaulieu
 35042 - RENNES Cédex (France)
 Tél : 99.28.60.80 Fax : 99.28.67.80

NOM
 ORGANISME
 ADRESSE

Veuillez me faire parvenir les ouvrages suivants :

N°	Auteur	Nb exemplaires	P.U.	Total
Frais d'envoi : 20,00F par volume			Total	
par volume supplémentaire : 5,00 F			Frais d'envoi	
			Montant total	

Veuillez établir votre chèque au nom de Monsieur l'Agent Comptable
de l'Université de Rennes I et le joindre à votre bon de commande.



Résumé

La caractérisation des fissures dans les roches est devenu un thème de recherche majeur pour de nombreuses applications géophysiques dans le domaine de la subsurface ou des réservoirs (entre autres l'exploration sismique, l'étude continue de l'évolution d'une zone de production en pétrole, gaz ou eau, le stockage de déchets toxiques, la géothermie ...). Cet intérêt pour les fissures provient de ce qu'elles se comportent à la fois comme des réserves de fluide et comme des chemins d'écoulement potentiels.

Au cours de ce travail, nous nous sommes consacrés à l'étude des vitesses d'ondes se propageant dans les roches fissurées. Notre objectif est de modéliser, à partir d'une méthode différentielle auto-cohérente, l'influence de la fissuration et de la saturation en fluide sur les propriétés élastiques effectives et, par conséquent, sur les vitesses des ondes. Le modèle construit repose sur une hypothèse de géométrie simplifiée pour les inclusions poreuses: la porosité dite rigide est représentée par des sphères tandis que la porosité de type compressible (les fissures) est décrite par des ellipsoïdes de révolution. Des distributions isotropes et anisotropes de fissures ont été considérées. Ce modèle permet d'accéder aux modules élastiques effectifs d'une roche sèche ou d'une roche saturée à l'intérieur de laquelle le fluide est non relaxé. Aussi les vitesses calculées correspondent-elles à des fréquences élevées, de l'ordre de celles mises en jeu en laboratoire (MHz). Une seconde étape de cette étude permet de prédire la dispersion entre les vitesses à haute (MHz) et basse (Hz-kHz) fréquences. La dispersion de vitesse est attribuée à un écoulement local du fluide contrôlé par la variation de compressibilité des inclusions poreuses. Dans cette optique, le modèle différentiel auto-cohérent et la limite basse fréquence de la théorie de Biot ont été combinés. Nos résultats soulignent qu'une dispersion importante est attendue pour les roches fissurées, plus particulièrement dans le cas des ondes de cisaillement.

Lorsque deux fluides coexistent dans l'espace poreux et que la saturation n'est pas uniforme, la modélisation des vitesses nécessite de prendre en compte une seconde famille d'hétérogénéités, assimilées à des poches correspondant à des zones de saturations différentes. Ces poches sont significatives d'une échelle beaucoup plus grande que celle des pores/fissures et sont à l'origine d'un second mécanisme de dispersion appelé mécanisme de l'écoulement de poche. Un modèle a été élaboré qui permet de décrire les vitesses en fonction de la saturation en tenant compte des hétérogénéités tant à l'échelle microscopique qu'à l'échelle des poches. Nous avons cherché à modéliser le comportement des vitesses mesurées en laboratoire sur des échantillons pendant des cycles d'imbibition/drainage. L'hystérésis de vitesse observé expérimentalement est simulé en considérant des distributions de fluide différentes suivant le processus de saturation impliqué. Les vitesses prédites s'accordent avec les données expérimentales. A l'aide d'une démarche analogue, on a montré que les anomalies de vitesses détectées avant certains séismes peuvent aussi être significatives d'une saturation non uniforme.

Un dernier volet de ce travail, motivé par les recherches menées sur le stockage des déchets nucléaires, a été consacré à l'étude de la fissuration thermique dans des roches ignées. Deux processus de fissuration méritent d'être examinés. Le premier dépend de la dilatation thermique des minéraux et a été envisagé d'un point de vue expérimental. Le second est lié à la saturation en fluide de la roche. Un modèle a été réalisé afin d'analyser, pour des roches fissurées et saturées, l'effet de la fissuration thermique sur la perméabilité. Cette dernière s'avère contrôlée par deux effets antagonistes: la fermeture des fissures et l'amélioration de la connectivité. L'augmentation de perméabilité attendue pour une élévation de température atteignant 300°C reste modérée (1 à 2 ordres de grandeur).

Mots clés :

vitesse, propriétés élastiques, milieux effectifs, hétérogénéités, fissures, saturation, perméabilité, température.